

Herschel-Bulkley 모델에 의한 전기 및 자기장 유체 댐퍼의 준안정 상태 댐핑력 해석

° 이 덕영*, 황 우석**

Quasi-Steady Damping Force of Electro- and Magneto-Rheological Flow Mode Dampers using Herschel-Bulkley Model

Dug-Young Lee and Woo Seok Hwang

ABSTRACT

Electrorheological(ER) and magnetorheological(MR) fluids have a unique ability to increase the dynamic yield stress of the fluid substantially when electric or magnetic field is applied. ER and MR fluid-based dampers are typically analyzed using Bingham-plastic shear flow analysis under quasi-steady fully developed flow conditions. An alternative perspective, supported by measurements reported in the literature, is to allow for post-yield shear thinning and shear thickening. To model these, the constant post-yield plastic viscosity in Bingham model can be replaced with a power-law model dependent on shear strain rate that is known as the Herschel-Bulkley fluid model. The objective of this paper is to predict the damping forces analytically in a typical ER bypass damper for variable electric field, or yield stress using Herschel-Bulkley analysis.

1. 서론

전기장(ER) 및 자기장(MR) 유체는 전기장이나 자기장이 부하되면 항복응력이 크게 증가하는 특성을 지니고 있다. 이러한 유체를 이용한 댐퍼는 준안정(quasi-steady) 운동 상태에서 주로 빙햄(Bingham) 모델로 해석되고 있다^[1-3]. 즉, 빙햄 모델은 유체의 전단응력이 항복응력보다 작으면 유체는 흐르지 않는 강체로, 항복응력보다 크면 유체의 흐름이 시작되는 것으로 해석한다. 이 때의 점성은 일정하다고 가정하므로 뉴턴(Newton) 유체의 특성을 지닌 것으로 간주할 수 있다. 이와 같은 빙햄 모델은 실지 유체의 유동을 정확하게 표현하지는 못하지만, 뉴턴 유체와 유사하며 비교적 해석

이 간단하므로 지금까지 널리 사용되어 왔다.

그러나 ER 유체 및 MR 유체 제조 업체들의 실험 데이터로부터^[4,5] 전단 희박(shear thinning) 즉 비뉴턴(non-Newtonian) 유체의 특성을 지니고 있음을 알 수 있다. 따라서 전단 희박뿐만 아니라 전단 농후(shear thickening) 특성을 지닌 유체도 해석할 수 있는 일반적인 모델이 필요하다. 이를 위하여, 항복 후, 일정하다고 가정한 빙햄 모델의 점성을 전단변형율의 지수함수에 비례하는 급수함수(power-law)로 정의한 Herschel-Bulkley 모델을 사용하면, 유동거동지수(flow behavior index)의 값에 따라 전단 희박 및 농후 특성도 해석할 수 있다. 그리고 빙햄 모델은 유동거동지수가 1인 Herschel-Bulkley 모델의 특수한 경우이다. 그러므로 Herschel-Bulkley 모델은 빙햄 모델을 포함하여 전단 희박 및 농후 특성도 해석할 수 있으므로

*,** : 대구대학교 자동차·산업·기계공학부

보다 일반적인 해석 모델이라 할 수 있다.

그리고 설계 초기 단계에서 댐퍼의 댐핑력을 예측할 수 있다면 댐퍼의 각종 치수를 결정할 수 있으므로 매우 유용할 것이다. 일반적으로 댐핑력은 사용하는 유체의 종류와 부하되는 전기장 또는 자기장의 크기 및 댐퍼의 치수에 따라 다르다. 본 논문에서는 전기장의 크기에 따라 크기가 변하는 즉, 항복응력을 알 수 있는, 전기장 유체를 사용한 바이패스 댐퍼의 댐핑력을 Herschel-Bulkley 모델을 이용하여 예측할 수 있음을 보이고자 한다. 이를 활용하여 정확한 댐핑력을 예측할 수 있다면, 설계 초기 단계에서 댐퍼의 각종 치수 결정은 물론, 능동제어 해석을 위한 유용한 도구로 활용될 수 있을 것이다.

2. 이론적 배경

2.1 바이패스 댐퍼

다음의 Fig. 1은 유동 모드 바이패스(flow mode by-pass) 댐퍼의 단면도이다.

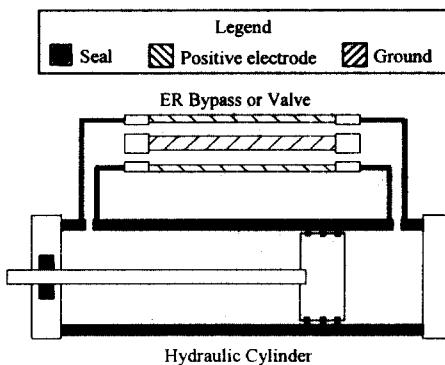


Fig. 1 Schematic of bypass damper

유압실린더의 측면에 부착되어 있는 바이패스 내부에 관식 전극(tubular electrode)이 설치되어 있으며, 전기장이 가해지면 전극 사이를 흐르는 ER 유체가 활성화되어 댐퍼의 감쇠력이 증가한다. 일반적으로 댐퍼 전극의 간극은 1mm전후로 협소하므로 1차원 축대칭의 기하학적 형상은 평행평면 형상으로 가정해도 문제가 없다^[6]. 하중 평형조건으로부터 얻어지는 지배방정식은 다음 식(1)과 같이 근사화될 수 있다.

$$\frac{d\tau}{dy} = \frac{\Delta P}{L} \quad (1)$$

여기서, ΔP 는 압력차, L 은 유효 전극의 길이를 말한다. 한편, 뉴턴 유체의 경우 전단응력은

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (2)$$

이며, μ 는 소성점성(plastic viscosity)을 나타낸다. 그리고 평행 평면 내의 뉴턴 유체의 경우 점성감쇠(viscous damping) C 는

$$C = \mu \frac{12 A_p^2 L}{A_d d^2} \quad (3)$$

이며^[7], A_d 는 두 전극 사이의 환형 단면적(cross-sectional area of annulus), A_p 는 피스턴 단면적, d 는 전극 틈새를 말한다.

ER 유체 및 MR 유체는 전기장 또는 자기장이 가해지면 비뉴턴 유체의 특성을 나타낸다^[7]. 정상 상태에 도달한 비뉴턴 유체의 경우, 전단응력 τ 와 전단변형률 du/dy 와의 관계는 빙햄 모델에서 일정하다고 가정한 유체의 점성을 전단변형률의 급수함수로 치환한 Herschel-Bulkley모델로 표현될 수 있다^[8]. 일차원 유동의 경우, 그 구성방정식은^[8,9]

$$\tau = \tau_y + K \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (4)$$

이며, 전단응력 $|\tau|$ 가 항복응력 $|\tau_y|$ 보다 커야만 유동의 유동이 시작된다. 여기서 지수 n 은 유동거동지수(flow behavior index), K 는 일치율(consistency index)이다.

유동거동지수 n 의 크기에 따라 전단 농후 및 전단 회박 특성을 해석할 수 있다. 즉 (1) $n > 1$: 전단 농후 특성, (2) $n = 1$: 빙햄 특성, (3) $n < 1$: 전단 회박 특성을 표현한다. 그리고, 유사점성(apparent viscosity) μ_a 를 사용하여 식 (4)를 표현하면,

$$\tau = \tau_y + \mu_a \frac{du}{dy} \quad (5)$$

단,

$$\mu_a = K \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} \quad (6)$$

이다. 식(6)으로부터 $n = 1$ 인 경우 $K = \mu$ 임을 알

수 있다. 그리고, Fig. 2는 전극 틈새의 속도 분포를 나타낸 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 영역 1 및 3은 항복후영역으로 유체의 전단응력의 크기가 항복응력보다 큰 영역이며, 영역 2는 항복전영역으로 유체의 전단응력이 항복응력보다 작은 풀럭(plug) 유동 영역을 나타낸다.

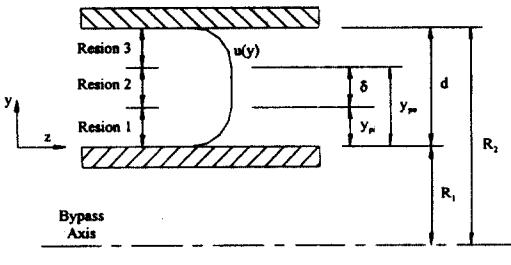


Fig. 2 Velocity profile

2.2 속도 분포 및 유량

전극사이의 속도 및 전단응력의 분포는 경계 조건, 각 영역 경계에서의 속도 일치 조건 및 대칭 조건들로부터 구할 수 있다. 각 영역의 속도를 $u_i(y)$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_1(y) &= \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{d-\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{d-\delta}{2} - y \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \\ u_2(y) &= \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{d-\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \\ u_3(y) &= \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{d-\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(y - \frac{d+\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, δ 는 항복전영역(pre-yield) 즉 풀럭 두께(plug thickness)를 말한다. 한편, 전극 사이의 유량은 다음과 같은 적분식으로 나타낼 수 있다.

$$|Q_f| = b \left[\int_0^{y_p} u_1(y) dy + \int_{y_p}^{y_s} u_2(y) dy + \int_{y_s}^d u_3(y) dy \right] \quad (8)$$

그러므로 전극 사이를 흐르는 유량의 크기는 다음과 같다.

$$|Q_f| = bn \left(-\frac{\Delta P}{KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{d-\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \frac{n(d+\delta)+d}{(2n+1)(n+1)} \quad (9)$$

2.3 감쇠

댐퍼에서 얻어지는 출력은 입력속도에 대한 감

쇠력이다. 실린더 내의 전채유량은 $A_p \cdot v_0$ 이며 식(9)과 그 크기가 같아야 한다. 식(9)에서 압력차 ΔP 는 감쇠력을 단면적으로 나눈 F/A_p 로 가정할 수 있으므로, 감쇠력 F 는

$$F = \frac{KL}{n^n} \frac{A_p^{n+1}}{A_p^n} \frac{1}{d^{n+1}} \left(\frac{2}{1-\delta} \right)^{n+1} \left[\frac{(2n+1)(n+1)}{n(1+\delta)+1} \right]^n v_0^n \quad (10)$$

이 된다. 여기서, $\bar{\delta}$ 는 δ/d 즉, 비풀럭 두께(non-dimensional plug thickness)를 말한다.

그리고, 무차원 상수인 Herschel-Bulkley수 H_B 를 다음과 같이 정의한다.

$$H_B = \frac{\tau_y}{K(du/dy)^n} \quad (11)$$

즉 H_B 는 식(4)의 첫 번째 항과 두 번째 항과의 비를 의미한다. 만일 전극 틈새의 중앙의 속도가 v_d 이며 전극 표면으로부터 직선적으로 증가한다고 가정하면, 전단을 du/dy 를 $2v_d/d$ 로 근사화할 수 있다. 그러므로 식(11)의 H_B 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H_B = \frac{\tau_y}{K} \left(\frac{d}{2v_d} \right)^n \quad (12)$$

한편, 댐퍼에 일정한 하중이 가해지는 경우, 다음

$$\bar{\delta} = \frac{\tau_y F d}{2 A_p L} \quad (13)$$

식(13)으로부터 비풀럭두께를 계산할 수 있다^[6]

2.4 균일 속도 입력

피스턴의 입력 속도 v_0 에 대하여 바이패스를 흐르는 유량은 동일해야한다는 조건으로부터 v_d 를 구할 수 있으므로 식 (12)로부터 H_B 를 계산할 수 있다. 그리고 식 (10), 식 (12) 및 식 (13)으로부터 비풀럭두께 $\bar{\delta}$ 를 다음 식(14)와 같이 해석적으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{n-1}{n} \bar{\delta}^4 + \frac{2n^2+n-1}{2n^2} \bar{\delta}^3 - \frac{(n^2-1)(2n+1)}{2n^2} \bar{\delta}^2 \\ - \frac{2n+1}{n} \bar{\delta} - \frac{(2n+1)(n+1)}{n} \left(\frac{\bar{\delta}}{H_B} \right)^{\frac{1}{n}} + (n+1) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

물리적으로 의미가 있는 δ 는 0보다 크고 1보다 작은 값이어야 한다. 이와 같은 방법으로 비풀력두께를 구하는 방법은 빙햄모델에 대하여 Phillips가 처음으로 시도하였다^[10]. 비풀력두께가 구해지면 응답 감쇠력 F 를 식 (10)으로부터 입력 속도에 대하여 계산할 수 있다.

3. 댐핑력 해석

본 논문에서 고려하고 있는 바이패스 댐퍼에 적절한 ER 유체로 Rheobay TP AI 3565^[3]를 선정한다. 이 유체의 항복응력 τ_y 는 전기장의 크기에 따라 변하며, 다음 식으로 근사화할 수 있다.

$$\tau_y = a_2 E^2 + a_1 E \quad (15)$$

여기서 $a_2=0.142 \text{ kPa} \cdot \text{mm}^2/\text{kV}^2$, $a_1=0.278 \text{ kPa} \cdot \text{mm}^2/\text{kV}^2$, 그리고 전기장의 크기 E 의 단위는 kV/mm 이다. 해석을 간단히 하기 위해서, ER유체의 일치율은 $55 \text{ mPa} \cdot \text{sec}^n$ 로 균일한 것으로 가정한다. 그리고 바이패스 댐퍼의 치수로 실린더의 지름은 50 mm, 바이패스의 바깥지름은 40 mm, 길이는 90 mm, 전극의 틈새는 0.5 mm로 가정한다.

다음 Fig. 3은 전극에 1.5 kV/mm 의 전기장을

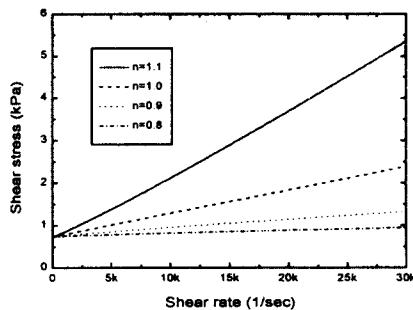


Fig. 3 Shear stress as a function of shear rate for different flow behavior indices when 1.5 kV/mm is applied

가했을 때, 식 (15)의 항복응력을 500 kPa/mm^2 로 가정하여 유동거동지수의 변화에 따른 전단변형율에 대한 전단응력의 크기를 나타낸 그림이다. 유동

거동지수 n 의 값이 증가할수록 전단응력 τ 의 크기도 증가한다. 한편, Fig. 4는 Fig. 3과 같이 항복전

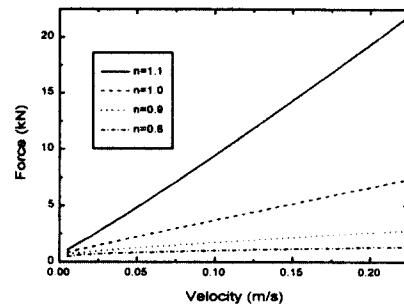


Fig. 4 Resultant force as a function of a given velocity input for $\tau_y=500 \text{ kPa/mm}^2$

단응력이 500 kPa/mm^2 인 경우, 피스턴의 입력 속도 변화에 따른 출력 감쇠력의 크기를 나타낸 그림이다. 동일한 입력 속도에 따라 지수 n 의 값이 증가할수록 감쇠력도 증가한다. 감쇠력은 $n=1.1$ 인 경우 입력 속도가 증가할수록 매우 큰 기울기로 증가한다. 그러나 n 의 값이 감소할수록 감쇠력의 증가폭도 감소하며, $n=0.8$ 인 경우의 감쇠력은 거의 변하지 않고 일정하다. 입력 속도가 0.1 m/s 인 경우, $n=1.1$ 인 경우 유사점성의 값이 빙햄거동인 경우에 비하여 2.76배, $n=0.9$ 인 경우 0.36배이므

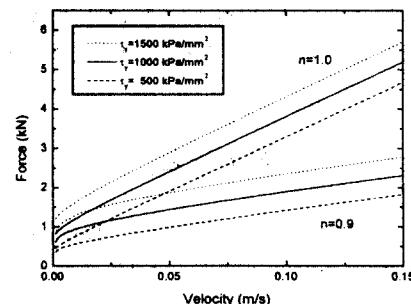


Fig. 5 Resultant force as a function of a given velocity input for several yield stress

로 유사점성이 비풀력두께보다 유체의 특성을 크게 변화시키는 것으로 유추할 수 있다.

그리고 Fig. 5는 유체의 항복응력의 크기가 500

kPa/mm^2 , 1000 kPa/mm^2 , 1500 kPa/mm^2 로 얻어 지도록 전기장의 크기가 부하되는 것으로 가정하여, 빙햄 유체 및 전단 회박 유체의 입력속도 변화에 대한 댐핑력의 크기를 표현한 그림이다. 예상했던 바와 같이 항복용력이 커질수록 댐핑력도 커짐을 알 수 있다. 이로부터 제조업체의 데이터 등으로부터 전기장 또는 자기장의 크기에 따른 전단응력의 크기를 아는 유체를 사용하였을 때, 입력속도에 대한 댐핑력을 설계 초기 단계에서 예측할 수 있음을 확인할 수 있다. 그러므로 댐퍼의 각종 치수 결정은 물론 필요한 댐핑력을 얻을 수 있는 적절한 유체도 선정할 수 있으리라 사료된다.

5. 결론

본 논문에서 고려한 Herschel-Bulkley 해석 모델은 전단회박뿐만 아니라 전단농후 특성도 해석 할 수 있으며, 현재까지 널리 사용하고 있는 빙햄 모델은 유동거동지수가 1인 특수한 경우이므로 Herschel-Bulkley 모델이 보다 일반적인 모델이라 할 수 있다. 이 모델을 이용하여 제조업체의 데이터 등으로부터 전단응력을 알 수 있는 전기장유체를 사용한 바이пас스 댐퍼의 댐핑력을 예측할 수 있음을 보였다. 이를 활용하면, 설계 초기 단계에서 필요한 댐핑력을 얻을 수 있는 댐퍼의 설계 치수 결정이나 적절한 유체를 선정할 수 있을 것이다. 아울러 설계 변경 단계에서 설계 변경 효과를 효과적으로 예측할 수 있으리라 기대된다. 향후 직접 댐퍼를 제작하여, 입력속도에 대한 댐핑력의 크기에 대한 해석과 실험 결과를 비교 확인할 예정이다.

참고문헌

- Duclos, T.G., 1988, "Design of Devices Using Electrorheological Fluids," SAE Paper 881134, pp. 2.532-2.536.
- Stanway, R., Sproston, J.L., and El-Wahed, A.K., 1996, "Application of Electrorheological Fluids in Vibration Control: A Survey," *Smart Materials and Structures*, 5(4), pp. 464-482.
- 이우섭, 김도현, 전도영, 허남건, 1999, "자기장 및 유동 해석을 이용한 자기유연 클러치의 성능 예측 및 검증," 대한기계학회 추계학술대회논문

집 A, pp. 891-896.

- Bayer AFG, 1997, Rheobay Electrorheological Fluid: Provisional Product Information.
- Lord Cooperation, 1999, Rheonetic Products; Magneto-Rheological Fluids, MRF-132LD Fluid.
- Wereley, N.M., and Li, P., 1998, "Non-dimensional Analysis of Semi-Active Electro-rheological and Magnetorheological Dampers Using Approximate Parallel Plate Models," *Smart Materials and Structures* 7(5), pp. 732-743.
- Kamath, G.M., Hurt, M.K., and Wereley, N.M., 1996, "Analysis and Testing of Bingham Plastic Behavior in Semi-Active Electro-rheological Fluid Dampers," *Smart Materials and Structures*, 5(5), pp. 576-590.
- Marksmeier, T.M., Wang, E.L., and Gordanejad, F. 1998, "An Electro-Rheological Grease(ERG) Shock Absorber," *Proc. SPIE* 3327, pp. 242-250.
- Skelland, A.H.P., 1967, *Non-Newtonian Flow and Heat transfer*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Phillips, R.W., 1969, *Engineering Applications of Fluids with a Variable Yield Stress*, Ph.D. Thesis, Mechanical Engineering, U. California at Berkeley.