한국소음진동공학회 창립10주년 기념 소음진동학술대회논문집, pp. 1210~1215.

불규칙한 대기교란을 받는 유연한 구조물의 플러터 제어

[0]오수영*,김용관**,조경래*,허훈***,조윤현†

Flutter Control of Flexible Structure under Random Atmospheric Disturbance

[0]Soo Young Oh*, Yong Kwan Kim**, Kyoung Lae Cho*, Hoon Heo***, Yun Hyun Cho†

요약

일반적인 형태의 동적 시스템에 가해지는 외란이 유색잡음이며, 외란의 형태가 시간에 따라 불규칙하게 변할 때와 감쇠계수와 강성계수가 시간에 따라 불규칙하게 변할 때의 그 확률 시스템의 특성과 제어기법에 대하여 연구하였다. 고려된 물리적인 모델은 불규칙한 대기교란을 받는 항공익으로써 이는「시변계」가 되며 그 지배방정식이 확률론적 관점에서 F-P-K 접근법으로 유도되었으며,「유색잡음용 허-확률제어기」의 효과를 확률 영역 및 시간영역에서 고찰하였다. 또한 확률론적 플러터경계에 대해서도 고찰하였다.

Abstract

Investigation is performed on the stability of general form of dynamic system under colored noise random disturbance whose damping and stiffness are varying in irregular manner along time, which is a preliminary result in the course of research on the characteristic and the control of the stochastic system. Adopted physical model is airfoil under random atmospheric disturbance, which becomes a「time-varying system」whose the governing equation is derived via F-P-K approach in stochastic sense. Control performance and effect of 'Heo-stochastic controller for colored noise' is studied. Also stochastic feature of flutter boundary is discussed as well.

1. 배 경

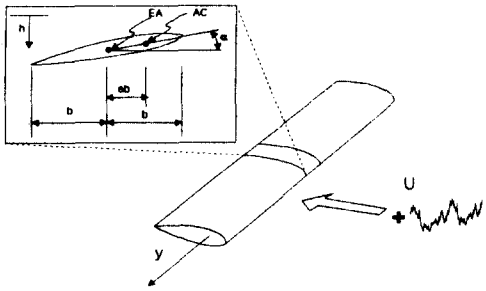
동적 시스템에서 유연한 구조물과 유체간의 상호간섭이 일어나는 공탄성이나 수탄성의 한 경우인 불규칙 대기교란을 받는 항공익에서 교란은 시스템의 동작 좌표계에 종속되는 형태로 나타난다. 이때 시스템은 외부가진에 의한 파라미터가 가진되는 「파라메트릭」시스템이 된다. 또한 외란은 물리영역에서는 임의로 변하는 시간의 함수로 나타나며, 기존의 모든 제어에 있어서 시스템에 영향을 미치는 불규칙한 내란이나 외란은 대부분 백색잡음으로 간주하여왔다. 이것은 현실과 상당히 거리가 있는 비사실적인 가정이다. 본 논문에서는 유

* 고려대학교 제어계측공학과 대학원
(Graduate Students Dept. of Control and Instrumentation Engineering)
** 고려대학교 제어계측공학과 대학원 박사과정
국방과학연구소
(Graduate Students Dept. of Control and Instrumentation Engineering)
*** 고려대학교 제어계측공학과 교수
(Professor Dept. of Control and Instrumentation Engineering)
† Y.K.H 機電연구실 연구원
(Researcher of Y.K.H Mechatronics Lab)

색잡음 형태의 불규칙한 매개변수 가진을 받는 항공익의 해석 및 「유색잡음용 허-확률제어기」 효과에 대해서 연구하였다.

2. 시스템 방정식

유색잡음 형태의 불규칙한 매개변수 가진을 받는 일반적인 Flutter의 형태로 아래 식(1)과 같은 시스템을 대상으로 삼는다.



[Fig.1] Flutter model under random atmospheric disturbance

$$M\ddot{h} + k_h h + S_\alpha \ddot{\alpha} = -L$$
$$S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + k_\alpha \alpha = M_y \qquad (1)$$

여기서 M : $\int_0^l m(y)[f(y)]^2 dy$

$f(y)$: 굽힘에 대한 모드형상함수

h : 굽힘 변위

α : 비틀림 변위

L : 비정상 공기 양력

M_y : 비정상 공력 모멘트

S_α : 정적 불균형

I_α : 탄성축에 대한 질량관성 모멘트

첫 단계 연구로서 비틀림에 의한 Flutter영향을 무시하고 굽힘만 고려하고자 한다. 식(1)의 일반적인 Flutter 모델에서 한 개의 굽힘 모드만 고려한 Flutter 시스템은 다음과 같다.[2]

$$M\ddot{h} + c_s\dot{h} + k_h h = -L + F \qquad (2)$$

여기서 $L = A_{hh1}\ddot{h} + A_{hh2}U\dot{h}$

$U = U_f + U_\infty$

U_∞ : 공기흐름의 평균속도

U_f : 평균이 0인 유색잡음형태의 난류 PSD

$$A_{hh1} = \int_0^l \pi\rho b^2 [f(y)]^2 dy$$

$$A_{hh1} = \int_0^l \pi\rho b^2 [f(y)]^2 dy$$

c_s : 구조감쇠계수

k_h : 구조강성계수

F : 제어력

식(2)은 다음과 같이 재구성할 수 있다.

$$\ddot{h} + (\bar{C}_1 + U_f\bar{C}_2)\dot{h} + \bar{K}h = F \qquad (3)$$

여기서 $\bar{C}_1 = \frac{c_s + U_\infty A_{hh2}}{(M + A_{hh1})}$

$$\bar{C}_2 = \frac{A_{hh2}}{(M + A_{hh1})}$$

$$\bar{K} = \frac{k_h}{(M + A_{hh1})}$$

식(3)은 (4)와 같은 좌표변화을 거쳐 확률미분 방정식의 형태로 구할 수 있겠다.

$$h_1 = X_1$$
$$h_2 = X_2 \qquad (4)$$

Ito의 확률미분방정식은 Fokker - Planck - Kolmogorov 방정식(5)에 의해서 지배되는 전이 확률밀도 함수(transition probability density function) $P(\underline{X}, \tau)$ 에 따라서 특성화된다.[1]

$$\frac{\partial}{\partial \tau} P(X, \tau) =$$
$$-\sum_{i=1}^{2} \frac{\partial}{\partial X_i}[a_i(X, \tau)P(X, \tau)] \qquad (5)$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j}[b_{ij}(X, \tau)P(X, \tau)]$$

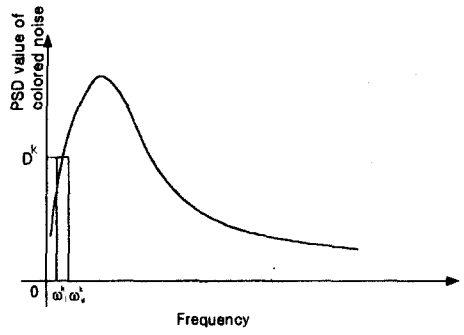
여기서 계수 $a_i(X, t)$: 1st incremental moment or drift coefficient

$b_{ij}(X, t)$: 2nd incremental moment or diffusion coefficient

따라서 본 시스템의 동적 모멘트방정식은 식(6)에 의해서 구할 수 있겠다.

$$\frac{\partial}{\partial \tau} E[X_1^i X_2^j] = \int\int_{-\infty}^{\infty} X_1^i X_2^j \frac{\partial}{\partial \tau} P(X, \tau) dX_1 dX_2 \quad (6)$$

잡음의 형태가 유색랜덤과정인 경우에 유색잡음은 제한폭 백색잡음의 합으로 간주될 수 있다.[6] 여기서는 아래와 같은 대기교란을 Dryden type의 유색잡음으로 모델링한다.



[Fig.2] Colored noise consist of band-limited white noise

$$\begin{aligned}
\dot{m}_{10}^k &= m_{01}^k \\
\dot{m}_{01}^k &= -Km_{10}^k - C_1 m_{01}^k \\
\dot{m}_{11}^k &= -C_1 m_{11} + m_{02}^k - Km_{20}^k \\
\dot{m}_{20}^k &= 2m_{11}^k \\
\dot{m}_{02}^k &= -2Km_{11}^k - (2C_1 - C_2 D_u^k) m_{02}^k + B^2 D_V^k
\end{aligned} \quad (7)$$

여기서 m_{ij} : $E[X_1^i X_2^j]$

m_{ij}^k : 제한폭 스펙트럼밀도 D_u^k, D_V^k에 대한 계산 값을 말한다.

위 식(7)을 matrix 형태로 간략화 하면

$$\dot{m}^k = A_m m^k + B_m D_V^k \quad (8)$$

여기서 A_m : system matrix

B_m : 제어입력

D_u^k : k번째 제한폭에 인가된 파라메트릭 외란의 PSD

D_V^k : k번째 제한폭의 제어입력의 PSD

백색잡음, 제한폭 백색잡음, 그리고 차단주파수와의 관계는 식(9)과 같다. 또한 I_k는 k번째 제한폭 백색잡음에 의한 기여적분인자로 정의된다.

$$I_k = I(\frac{\omega_u^k}{\omega_n}, \zeta) - I(\frac{\omega_l^k}{\omega_n}, \zeta) \quad (9)$$

여기서 $$I(\frac{\omega}{\omega_n}, \zeta) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} + \frac{\zeta}{2\pi\sqrt{(1-\zeta^2)}} \ln \frac{1 + (\frac{\omega}{\omega_n})^2 + 2\sqrt{1-\zeta^2}\frac{\omega}{\omega_n}}{1 + (\frac{\omega}{\omega_n})^2 - 2\sqrt{1-\zeta^2}\frac{\omega}{\omega_n}}$$

ω_n : 시스템 고유주파수

ω_u^k : k번째 제한폭 백색잡음의 상부차단 주파수

ω_l^k : k번째 제한폭 백색잡음의 하부차단 주파수

선형시스템을 고려하므로, 시스템응답의 최종형태는 식(10)이 된다.

$$m_{ij} = \sum_{k=1}^{m} I_k m_{ij}^k \quad (10)$$

3. 제어기설계

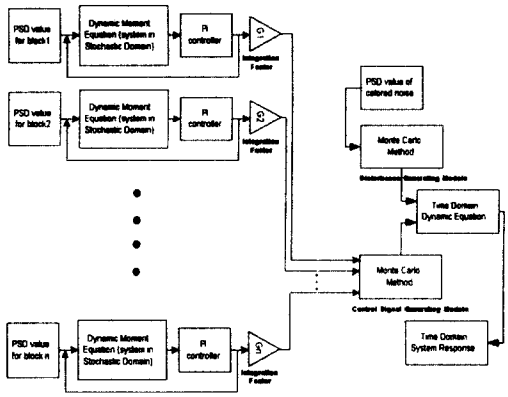
유연한 구조물의 Flutter제어는 확률영역의 제어기법인 「허-확률제어기법」[1]과 비백색도에 따른 기여적분인자개념을 이용한 「유색잡음용 허-확률제어기」[6] 를 통해 실시하였다.

외란은 평균 0인 드라덴 모델로 가정하였으며, 유색잡음을 여러 개의 블록으로 나누었다. 제어기 설계는 다음과 같은 2차 동적 모멘트만을 사용하여 설정한다. 이는 1차 동적 모멘트가 평균 0인 드라이덴 모델에서는 정상상태에서 0으로 수렴하기 때문이다. 그러므로 식(8)의 각 계수는 다음과 같은 행렬 값을 갖는다.

$$[A]=\begin{bmatrix} -\bar{C}_1 & -\bar{K} & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -2\bar{K} & 0 & -2\bar{C}_1+\bar{C}_2 D_u \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{B}^2 D_V \end{pmatrix}$$

유색잡음에 대한 허-확률제어기의 개념도는 아래와 같다.[6]

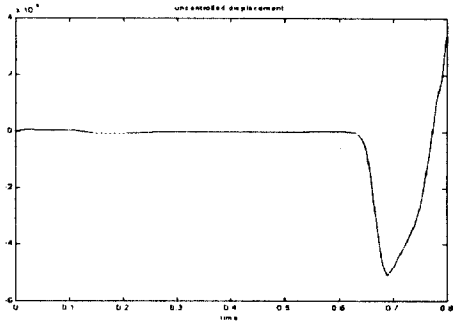


[Fig.3] Conceptual diagram of Heo-stochastic controller for colored noise

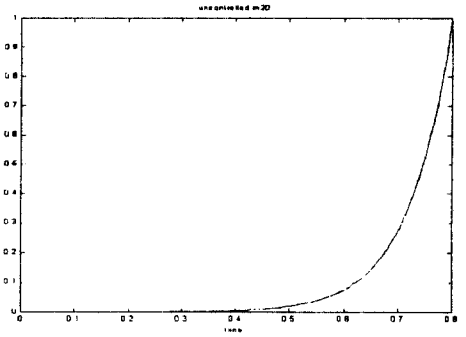
제어기의 목표는 입력된 유색잡음 PSD값의 외부 가진에 의해 발생되는 파라메트릭 시스템인 항공익의 모멘트 응답을 발산하지 않고 감소시키는 방향으로 전개하였다. 또한 작동기의 위치에 따른 응답을 살펴보았다.

4. 결 과

시스템의 Flutter 속도는 U-g 방법에 의해 약 26 m/s로 파악되었다. 이때 [Fig.4]는 제어하지 않은 변위의 응답이고, [Fig.5]는 제어하지 않은 m20의 시간영역 응답이다.

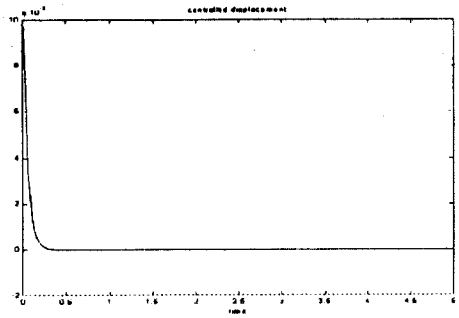


[Fig.4] Uncontrolled displacement response in time domain

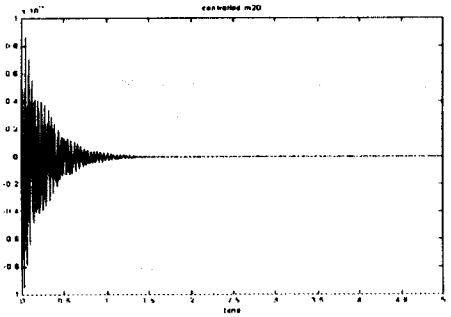


[Fig.5] Uncontrolled displscement moment m20 response in time domain

[Fig.6]은 작동기의 위치가 시작단에 있을 때 제어한 경우의 변위 응답이고, [Fig.7]은 작동기의 위치가 시작단에 있을 때 제어한 경우의 m20의 시간영역 응답이다.

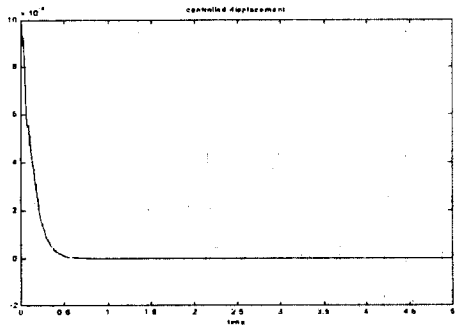


[Fig.6] Displacement response in time domain controlled on the root

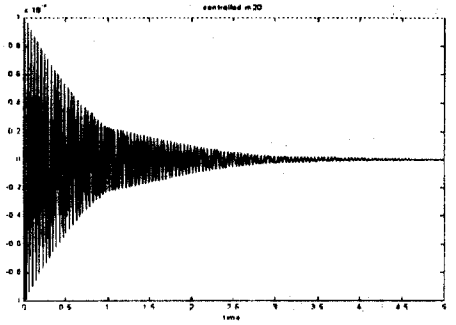


[Fig.7] Displacement moment response m20 in time domain controlled on the root

[Fig.8]과 [Fig.9]는 각각 작동기의 위치가 중간단에 위치했을 때 제어한 경우 변위 응답과 m20의 응답이다.

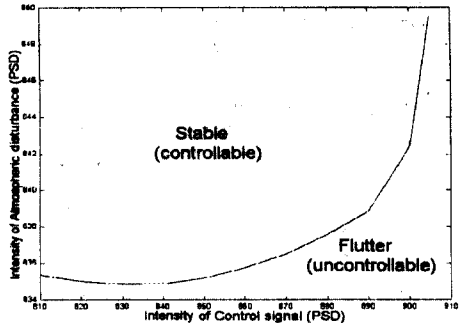


[Fig.8] Displacement response in time domain controlled on the center



[Fig.9] Displacement moment response m20 in time domain controlled on the center

[Fig.10]은 유색잡음형태의 난류 U_f의 PSD값에 따른 Control signal의 PSD값의 관계로써 본 확률제어기는 boundary 이상의 난류 PSD값에 대해 제어가 불가능함을 보이고 있다.



[Fig.10] Stochastic Flutter Boundary

5. 결 론

본 논문의 연구는 동적 시스템인 항공익이 불규칙한 대기교란을 받아 「파라메트릭」 시스템으로 나타나 질 때「유색잡음용 허-확률제어기」로 시스템의 응답을 발산하지 않고 감소시키도록 제어하는데 있었다. 수행한 결과 모멘트 응답과 시간응답이 모두 일정한 값으로 유지되어짐을 알 수 있었다. 이에「허-확률제어기법」이「파라메트릭」계인 항공익의 제어에 유용함을 확인할 수 있었다.

6. 참고문헌

1. 허훈, 한정엽, 김대중, 조윤현, "확률영역에서의 제어기 (허-확률제어기, Heo-Stochastic Controller)설계기법," 특허출원심사중

2. 조윤현, "불규칙 가진을 받는 동적시스템에 대한 확률제어기 설계와 구현기법에 대한 연구", 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1999.

3. Hoon Heo, Jungyoup Han, "A New stochastic control Technique for probabilistic structural System.", Journal of Vibration and Control (under review)

4. Hoon Heo, Yun Hyun Cho and JaeHyuk Yang, "Stochastic Control on Random Parametric System.", Journal of Sound and Vibration (in review)

5. Hoon Heo, Jong Han Paik and Jin Hyoung Oh , "Stochastic Response of Colored Noise Parametric System.", 1993, K.A.C.C Journal

6. Jae Wook Jung, Yun Hyun Cho, and Hoon Heo , "Design of a Stochastic Controller for Dynamic System involving Colored Noise" , 1999 소음진동공학회 춘계학술대회.

7. M. M. Klosek and P. S. Hagan "Colored noise and a characteristic level crossing problem" 1998 Journal of Mathematical Physics.

8. Michelle M. Wu, K. Y. R. Billah, and Masanobu Shinozuka "Systematic adiabatic analysis of a nonlinear oscillator with inertia driven by colored noise" 1995 The American Physical Society.