

고차 위그너 분포 해석을 이용한 기어의 진단 분석

이 상권*

Diagnosis of Gear Fault Using Wigner Higher Order Distribution

Lee Sang-Kwon

Abstract

Impulsive acoustic and vibration signals within rotating machinery are often induced by irregular impacting. The detection of these impulses can be useful for fault diagnosis purposes. Recently there has been an increasing trend towards the use of higher order statistics for fault detection within mechanical systems based on the observation that impulsive signals tend to increase the kurtosis values. This paper considers the use of the third and fourth order Wigner moment spectra, called the Wigner bi- and tri- spectra respectively, for analysing such signals. Expressions for the auto- and cross- terms in these distributions are presented and discussed. It is shown that the Wigner trispectrum is a more suitable analysis tool and its performance is compared to its second order counterpart for detecting impulsive signals. These methods are also applied to measured data sets from an industrial gearbox.

1. 개요

최근 들어, 음향 및 진동 데이터를 근거한 회전 기계류의 결함 진단에 있어 시간-주파수 방법의 사용이 증가 되어 왔다.⁽¹⁾ 이러한 방법들은 일시적인 현상(transient event)이 발생하는 시점과 그것의 주파수 내용을 동시에 표현할 수 있게끔 해준다. 분포들의 이중선형(bilinear class) 분류는 신호 에너지의 2 차원 분해(decomposition)로 해석되어질 수 있는 실수 분포(real distribution)를 생기게 하는 장점이 있다. 이중선형 분포들의 한 부류인 Wigner-ville 분포는 여러 흥미로운 특징들⁽²⁾로 인하여 편리한 신호처리 도구로 널리 알려져 있다. 하지만 그것은 입력 신호가 여러 성분들을 포함하고 있으면 간섭 부분(interference terms)들을 포함하게 되는 원치 않는 특성이 있다. 가능한 한 큰 분해능(resolution)을 유지시키면서 간섭 항들을 줄이기 위하여 시간-주파수 방법(time-frequency method) 의 많은 연구가 WVD를 유연(smoothing)하게 하는 데 집중되어 있

다. 이것의 전형적인 예로서 Choi-williams 분포⁽³⁾가 있다. 회전 기계류의 음향 및 진동 데이터는 결함 탐지를 위해 오랫동안 사용되어져 왔다.⁽⁴⁾ 이러한 데이터들은 대개 협대역 신호(narrowband signal)들과 광대역 불규칙 성분(broadband random components)들을 포함하고 있다. 이런 혼합된 신호들은 충격파를 야기시키는 결함들을 감추고 있다. 일반적으로 이러한 신호 들은 분석 전에 충격파들을 확장 시키는 선 처리(preprocessing) 작업을 필요로 한다. 시간 영역의 평균화(time domain averaging) 다단계 ALE⁽⁵⁾ 와 같은 선 처리를 위한 여러 방법들이 제안되어 왔다. 하지만, 낮은 신호 대 잡음비(SNR)에서 상당 부분의 잔여 노이즈(residual noise)는 확장 후에도 남을 수 있다. 이러한 잔여 노이즈는 일반적으로 이중선형 파수 분석에서 중대한 문제를 발생시키는 데 이바지 하는 광대역 성분들의 영향을 받는다. 본 논문에서 이러한 분석을 위한 대안적 시간-주파수 도구들의 사용을 추구해 본다. 특히 가우시안(Gaussian)노이즈^(6,7)가 있을 때 고차

* 인하대학교 기계공학과

스펙트럼(HOS)분석은 가우시안 노이즈 안의 충격파를 탐지하는데 고려 되어져 왔다. 또한 HOS를 이용한 시간-주파수 분포인 WHOMS (Wigner Higher Order Moment Spectra)는 FM 신호⁽⁸⁾, 충격파^(7,9)의 탐지에 적용되어져 왔다. 이러한 방법들은 WVD의 고차 확장(higher-order extension)에 바탕을 두고 있다. 본 논문에서는 WHOMS(Wigner higher-order moment spectra)를 자세히 논의 했으며 특히 그들의 교차 부분들(cross terms)과 불명료 함수 (ambiguity function)에 중점을 두었다.

2. Wigner Higher Order Moment Spectra

2.1 Wigner Higher-Order Moment Spectra(WHOMS)의 정의
일반적으로 (n+1)차 WHOMS는 다음과 같이 정의된다.⁽⁷⁾

$$W_{n+1}(\tau, \omega_1, \dots, \omega_n) = \int \dots \int_{\tau_1, \tau_n} R_{n+1}^i(t, \tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n e^{-j\omega_i \tau_i} d\tau_i \quad (1)$$

여기서

$$R_{n+1}^i(t, \tau_1, \dots, \tau_n) = s^*(t - \alpha) \prod_{i=1}^n s^{(*)^{i+1}}(t + \tau_i - \alpha) \quad (2)$$

기호(*)는 선택적인 켈레(conjugation)를 나타낸다. 홀수인 i에 대해(*)은 켈레를 나타내고 반면에 짝수인 i에 대해서는 켈레가 발생하지 않는다. WVD의 특성들의 대부분을 확장하기 위하여 식(2)는 다른 α 값들에 대해 가능한 분포들의 집합으로 정의되는 반면에 지연 중심 조건(lag centring condition)이 아래 식으로 정의 된다.⁽⁷⁾

$$\alpha = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n \tau_i \quad (3)$$

그래서 WHOMS를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$W_{n+1}(t, \omega_1, \dots, \omega_n) = \int \dots \int_{\tau_1, \tau_n} s^*(t - \frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^n \tau_m) \prod_{i=1}^n s^{(*)^{i+1}}(t + \frac{n}{n+1} \tau_i - \frac{1}{n+1} \sum_{j=1, j \neq i}^n \tau_j) e^{-j\omega_i \tau_i} d\tau_i \quad (4)$$

그러므로, 우리는 식(4)의 특별한 경우로 n=1일 때 Wigner-ville 분포, n=2일 때 Wigner bispectrum(WB), n=3일 때 Wigner trispectrum(WT)을 얻는다. 식(4)에서 푸리에 역변환(inverse fourier transform)을 거쳐 s(t)를 표현하는 것에 의하여 WHOMS에 대해 새로이 취해진 정의는 다음과 같이 나타내어진다.

$$W_{n+1}(t, \omega_1, \dots, \omega_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n+1}} \int_{\xi} S^*\left(\sum_{i=1}^n \omega_i + \frac{1}{n+1} \xi\right) \cdot \prod_{k=1}^n S^{(*)^{k+1}}\left(\omega_k - \frac{1}{n+1} \xi\right) e^{-j\xi t} d\xi \quad (9)$$

결과적으로

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} W_{n+1}(t, \omega_1, \dots, \omega_n) dt = \frac{1}{(2\pi)^{n+1}} S^*\left(\sum_{i=1}^n \omega_i\right) \cdot \prod_{k=1}^n S^{(*)^{k+1}}(\omega_k) \quad (10)$$

식(10)으로 부터 (n+1)차 모멘트 스펙트럼은 주기적(ergodicity)이라는 가정 하에 시간에 따라 WHOMS를 평균화 함으로 얻어질 수 있다는 것은 분명하다.

3. 다중 성분(multicomponent) 신호에 대한 WHOMS

WVD가 다른 시간-주파수 방법에 비해 우수한 시간 주파수 분해능을 가지고 있는 반면에 그것의 적용은 교차(cross)와 간섭(interference) 부분과 관련된 문제점들을 초래한다. $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 의 2가지 요소로 구성된 신호 x(t)를 생각해보자.

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (11)$$

또한 2가지 요소들의 특별한 형태를 생각해본다.

$$x_1(t) = s(t - t_1)e^{j\omega_1 t} \quad (12a)$$

$$x_2(t) = s(t - t_2)e^{j\omega_2 t} \quad (12b)$$

여기서 $s(t)$ 는 표준신호, t_1, t_2 는 시간 이동, ω_1, ω_2 는 주파수 이동이다. 일반적으로 2가지 요소로 된 신호에 대한 $(n+1)$ 차 Wigner 분포는 2개의 자가 부분들(auto-terms)과 $2^{(n+1)-2}$ 개의 교차 부분들(cross-terms)로 이루어진 $2^{(n+1)}$ 분포한다. 따라서 Order 가 증가할수록 교차 부분이 급격히 증가함으로 이러한 교차 부분을 제거하기 위하여 SWHOMS (Sliced Wigner Higher Order Moment Spectra)를 적용한다. 이러한 작업은 $\Omega_1 = -\Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4 = \dots$ 에 의해 얻어진다⁽¹⁰⁾. 이러한 작업을 거친 후에 얻어진 결과는 $(n+1)$ 차 Wigner 분포는 2개의 자가 부분들(auto-terms)과 2개의 교차 부분들(cross-terms)로 줄어진다. 이 두개의 교차 부분은 다음의 불명료 (Ambiguity) 함수를 이용하여 얻을 수 있다.

4. 불명료 함수(ambiguity function)

불명료 함수는 전파 탐지기와 수중 음파 탐지기의 전후 관계에서 널리 사용된다. 이의 정의는

$$A(\xi, \tau) = \int s(t + \frac{\tau}{2})s^*(t - \frac{\tau}{2})e^{-j\xi t} dt \quad (13)$$

여기서 $R(t, \tau) = s(t + \tau/2)s^*(t - \tau/2)$ 의 $s(t)$ 는 순간적인 자가 상관 (instantaneous auto-correlation)을 나타내고 τ 는 시간 지연, ξ 는 주파수 지연을 나타낸다. 불명료 함수는 신호의 에너지 분리에 사용할 수 있고 (ξ, τ) 평면에서 적분 시 신호의 에너지를 얻을 수 있다. 불명료 함수와 WVD는 두개의 푸리에 변환 상으로 비교되어 진다. 분리된 교차 부분들과 자가 부분들의 문제는 불명료 평면(ambiguity plane)⁽¹¹⁾에서 아마도 가장 유리하게 고려할 수 있다. 이러한 이유는 교차 부분들의 위치가 원점을 통과하지 않는 동안 자가 부분들은 원점을 통과하여 불명료 평

면에 위치하여 나타난다. 이러한 관찰에 의하여 불명료 함수의 일반화에 대한 정의를 이끌어 낼 수 있다.

$$A_g(\xi, \tau) = \Phi(\xi, \tau)A(\xi, \tau) \quad (14)$$

$\Phi(\xi, \tau)$ 는 비중 함수(weight function)로 교차 부분들(cross-terms)의 확장에서 자가 부분들(auto-terms)을 강조 한다. 이러한 특성을 얻기 위하여 $\Phi(\xi, \tau)$ 는 (ξ, τ) 평면 영역에서 낮은 영역에 위치하도록 고려된다. 이러한 원리를 사용하여 많은 다른 이중선형 (bilinear) 시간-주파수 해석 방법들이 발전되었다. 즉 영공간 (kernel) 함수⁽¹²⁾에서의 적합한 선택적 방법들과 함께 Choi-Williams 분포⁽³⁾와 cone kernel 분포 등이 발전되었다. 일반화된 불명료 함수의 이차원 푸리에 역 변환은 일반화된 시간 - 주파수 분포를 발생시킨다. 여기서 우리는 충격파에서의 효율적인 Choi 와 Williams 가 소개한 kernel function에 대해 고려하면,

$$\Phi(\xi, \tau) = e^{-\xi^2 \tau^2 / \sigma} \quad (15)$$

여기서 $\sigma(>0)$ 는 추적 인자(scaling factor)로 kernel의 형태를 조정한다. SWHOM에 대한 Ambiguity Function을 구하면 다음과 같다⁽¹⁰⁾.

$$A_{pq}(\tau, \zeta) = A_{ss}(\tau + \delta, \zeta - \omega_{d_1}) e^{j(\omega_m(\tau - \delta) - \zeta t_m)} \quad (16)$$

여기서 $A_{ss}(\xi, \tau)$ 는 $S(t)$ 의 불명료 함수이다. 식 (22)로부터 교차 부분은 자가 부분들이 원점에 중심을 두고 δ 와 ω_{d_1} 이 0이 아닌 상태에서의 경우 언제나 원점으로부터 존재한다는 것을 볼 수 있다. 따라서 적합한 kernel function의 선택에 의하여 교차 부분들을 제어 할 수 있다.

5. 회전 기계류 결합 탐지에 대한 SWHOMS의 응용

회전하는 기계에서의 결합으로부터 발생한 충격파는 일반적으로 다양한 하모닉들과 광대역 신호들

에 숨겨져 있다. 만일 그러한 정제 되어지지 않은 신호(raw signal)가 WVD(또는 SWT)를 사용해 분석 되어지면 이 때 생성된 많은 교차 부분들이 시간-주파수로 표현되는데 극히 어렵다는 것을 알게 될 것이다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 신호들은 음색 신호(tonal signal)를 줄이고 약간의 광대역 신호를 제거하기 위한 시간-주파수 분석에 앞서 선 처리 되어 진다. 이에 비추어 사용되어진 선 처리 기법(두-단계 ALE 로 간주되어지는)이 참고문헌 (10)에 표현되어졌다. 이 절에서는 선처리 되어진 신호를 시간 주파수 분석에 사용하기 위한 WVD 와 SWT 의 사용을 비교한다. 공업용 기어에서의 결합 탐지 문제는 큰 관심을 받아 왔다.⁽¹³⁾ 그림-1(a)는 결합이 있는 기어로부터 측정된 진동 신호의 시간 평균화된 데이터를 보여주고 있다. 정규적 신호, 즉 치 맞물림 주파수의 기본 및 하모닉의 주기적 성분 들을 제거하기 위해 두-단계 ALE 는 다시 적용된다. 그 결과 신호는 그림-1(c)에서 보여지고 있다. 이러한 정제된 신호에 대한 주파수 성분을 이해하기 위해서 주파수 분석을 시행하면, 그림-2(d) 와 같은데 여기서 충격파에 대한 주파수 성분을 일반적인 FFT 로서 구별하기가 어려움을 알 수 있다. 따라서 시간 주파수 기법이 필요하다. 그림-2(a)는 원래 신호(raw signal)의 WVD 를 나타낸다. 교차 부분들의 숨기는 효과(masking effects)는 충격파를 숨긴다. 하지만 그림 2(c)의 선 처리된 신호의 WVD 는 신호 구조에 대한 정보를 제공하지만 아직 만족스럽지 못하다. 만약 SWT 가 잔여신호(residual signal)에 적용되어진다면 그림 2(d)에 나타난 결과를 얻을 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 상태 판단 환경 (condition monitoring environment)에서 WHOMS(wigner higher-order

moment spectra)가 WVD 보다 잠재적 중요한 장점들이 있다는 것을 설명하였다. WHOMS 를 이용하기 위해서는 교차부분을 제거하는 작업하는 것이 필요하다. 이 경우 SWHOMS (slice wigner higher-order moment spectra) 가 효과적임을 본 연구 결과를 통하여 알 수 있다.

References

1. J. K Hammond and P. R. White, 1996, *Journal of Sound and Vibration* 190(3), 419-447. The Analysis of Nonstationary Signals using Time-Frequency Methods.
2. T. Claasen and W.F.G. Mecklenbrauker, 1980, *Phil. J. Res.* 35(3),217-389. The Wigner distribution -A tool for time-frequency signal analysis : part I, II, III.
3. H.I Choi, and W.J. Williams, 1989, *IEEE Trans. ASSP* 37,862-871. Improved time-frequency representation of multiple component signal using exponential Kernel.
4. S. Braun, 1986, *Mechanical Signature Analysis-Theory and Applications*, Academic Press, New York.
5. S. K Lee and P.R White, 1996, *IEE Colloquium on Modelling and Signal Processing for Fault Diagnosis*, Ref. No.1996/260,1/6-6/6. Fault Diagnosis of Rotating Machinery Using a Two-stage Adaptive Line Enhancer.
6. M. J Himich, 1990, *IEEE Trans. ASSP*. 30(7), 1277-1283. Detecting a Transient Signal by Bispectral Analysis.
7. J. R Fonollosa and C.L Nikias, 1993, *IEEE Trans. Signal Processing*, 41(1), 245-266. Wigner-Higher-Order Moment Spectra Definition, Properties,

Computation and Application to Transient Signal Analysis.

8. B. Boashash and B. Ristich, 1994, *SPIE 2027*, 245-255. Application of Cumulant TVHOS to the Analysis of Composite FM Signals in Multiplicative and Additive Noise.
9. A. Swami, 1991, *Proc. of ICASSP 1991 Toronto Canada*. 3081-3084. Third-Order Wigner Distributions: Definition and Properties.
10. Lee, S. K. 1999, Two-Stage Adaptive Line Enhancer and Sliced Wigner Trispectrum for the Characterisation of Faults from Gear Box Vibration Data, *ASME Transaction, Journal of*

Vibration and Acoustics, Vol21, p488-512.

11. P. Flandrin, 1984, *Proc. of ICASSP*, p41B.4.1-41B.4.4. Representation of Multicomponent Signals
12. F. Hlawatsch and G.F. Boudreaux-Bartels 1992, *IEEE Signal Processing Magazine*, 21-67, Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations.
13. P.D. McFadden 1987, *Mechanical Systems and Signal Processing* 1(2),173-183. Examination of a Technique for the Early Detection of Failure in Gears by Signal Processing of the Time Domain Average of the Meshing Vibration.

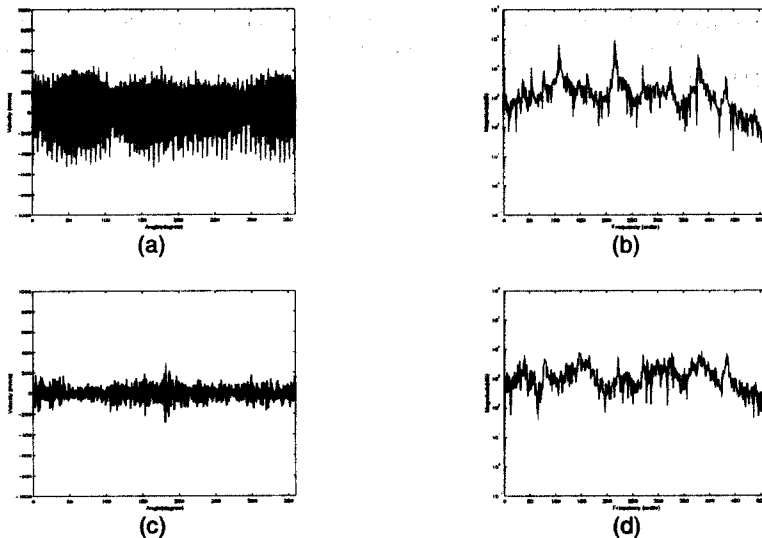


Fig. 1 Signal Measured on the Gear Box and Pre-Processed Signal

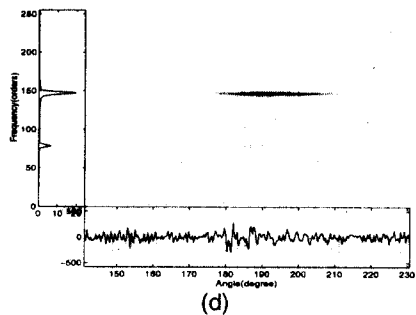
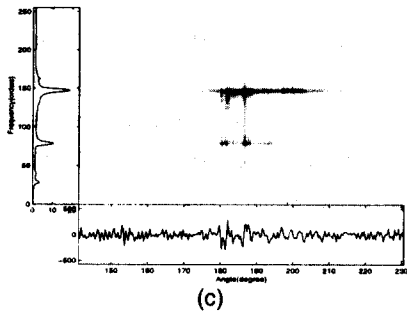
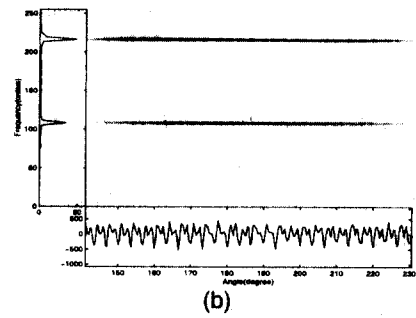
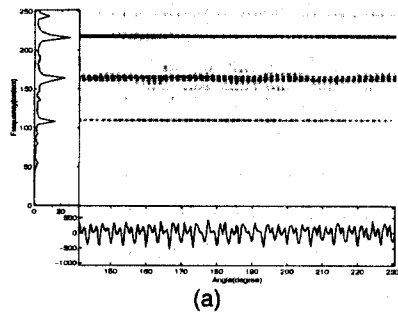


Figure 2. Slice Wigner Higher Order Spectra (a) Wigner-Ville Distribution for a raw signal, (b) Choi-Williams Distribution for a raw signal (c) Choi-Williams Distribution for a pre-processed signal (d) Sliced Wigner Trispectrum