

# 베어링 시스템에서 결함을 초기에 진단하는 방법

<sup>0</sup>최영철\*, 김양한\*\*

## Early Detection of Faults in a Ball Bearing System

<sup>0</sup>Young-Chul Choi and Yang-Hann Kim

### ABSTRACT

The signals that can be obtained from a rotating machine often convey the information of machine. For example, if the machine under investigation has faults, then we can measure the signal which has a pulse train, embedded in noise. Therefore the ability to detect the fault signal in noise determines the degree of diagnosis level of rotating machine. In this paper, minimum variance cepstrum (MV cepstrum), which can easily detect impulse in noise, has been applied to detect the type of faults of ball bearing system. To test the performance of this technique, experiment has been performed for ball bearing elements that have man made faults. Results show that minimum variance cepstrum can easily detect the periodicity due to faults

### 1. 서론

기어나 베어링 등의 회전요소는 기계시스템에서 동력전달, 회전축 지지 등 여러 분야에서 광범위하게 쓰이고 있다. 이러한 시스템에서 생성되는 소음 및 진동신호는 기계의 결함 유무 및 결함 위치를 판단할 수 있는 중요한 정보들을 포함하고 있다.

결함에 관련된 신호가 초기 결함 신호처럼 매우 작을 경우에는 노이즈 속에 묻혀 관찰하기 어렵게 된다. 따라서 측정된 음압이나 가속도 신호로부터는 작동소음 때문에 결함여부 판단을 어렵

게 한다. 회전 기계에서 피해가 커지기 전에 결함을 초기에 진단하는 것은 매우 중요한 문제이므로 결함 검출과 관련된 신호처리가 오래 전부터 연구되어 왔다. McFadden 과 Smith<sup>(1)</sup>는 공명주파수(resonance frequency)를 중심 주파수로 한 대역통과 필터(bandpass filter)에 측정된 신호를 통과시킨 후 포괄(envelop)을 구하여 결함검출을 시도하였고, D. Ho 와 R. B Randall<sup>(2)</sup>은 이렇게 구한 포괄의 스펙트럼(envelop spectrum)을 구하여 기어의 결함 검출을 시도하였다. 그리고 S.-K. Lee 와 P.R. White<sup>(3)</sup>는 ANC (adaptive noise cancellation)의 향상된 방법을 통해 노이즈를 제거함으로써 결함신호를 검출하였다. 하지만 이러한 방법들은 모두 노이즈가 상대적으로 많을 때는 적용하기 힘들다는 단점이 있다.

본 논문에서는 베어링 시스템의 초기 결함 검

\* 한국과학기술원 대학원 기계공학과

\*\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

출을 위하여 최소 분산 캡스트럼(minimum variance cepstrum)<sup>(6)</sup>을 적용하였다. 이 방법은 노이즈 속에서 아주 유용한 임펄스 검출능력을 가지고 있기 때문에 임펄스 열로 나타나는 베어링 결함 신호가 작동 노이즈 속에 묻혀 있더라도 결함 검출을 가능하게 한다. 따라서 베어링 결함을 수학적으로 모델링하여 최소 분산 캡스트럼식에 적용함으로써 결함 검출에의 적용이 가능한지를 이론적으로 살펴 본 후, 결함을 가진 베어링을 가지고 실제 실험을 수행하여 검증하여 본다. 그리고 노이즈가 상대적으로 많을 때에 베어링의 초기 진단이 가능한 웨이브렛<sup>(4)</sup>과 무빙윈도우 신호처리<sup>(5)</sup>를 실험결과와 방법론 측면에서 제안된 방법과 비교하여 본다.

## 2. 최소 분산 캡스트럼

최소 분산 캡스트럼은 신호를 푸리에 변환을 한 다음 리프터를 씌워 캡스트럼을 구하며 일반식은 다음과 같다.<sup>(6)</sup>

$$F_{MVC} = \frac{1}{e^H (w^H R_x w)^{-1} e} \quad (1)$$

$$\text{여기서 } e = [1, e^{jT}, \dots, e^{j(p-1)T}]^T$$

$$w_0 = [1, e^{j\omega_0}, e^{j2\omega_0}, \dots, e^{j(k-1)\omega_0}]^T$$

여기서  $R_x$ 는  $x(t)$ 에 대한 자기 상관 함수를 나타내고, 위 첨자  $H$ 는 공액 전치 연산(conjugate traspose)을 의미한다. 또한  $p$ 는 리프터의 차수를,  $k$ 는 데이터 개수를 나타낸다.

베어링 시스템에서 회전요소 표면의 결함이 다른 면을 때릴 때, 베어링과 기계의 공진(resonance)을 가진하는 임펄스를 생성하게 되므로 베어링 시스템의 임펄스 응답함수(impulse response function)는 다음과 같이 표현할 수 있고

$$h(t) = e^{-\zeta t} \cos \omega_r t \quad (2)$$

여기서  $\zeta$  : 감쇠 비 (damping ratio)

$\omega_r$  : 공진 주파수 (resonance frequency)

따라서 베어링 결함신호는 다음식과 같이 모델링할 수 있다

$$x(t) = e^{-\zeta t} \cos \omega_r t * \sum_{m=1}^N \delta(t - mT) + n(t) \quad (3)$$

여기서  $n(t)$ 는 작동 노이즈를 나타내는데, 가우시안 분포(Gaussian distribution)를 가지는 백색 노이즈(white noise)라고 가정한다. 그리고  $\delta(t)$ 는 델타 함수를 의미하며,  $T$ 는 펄스 열(pulse train)의 주기를 나타내고, \*은 컨볼루션(convolution)을 뜻한다. (3)식을  $t$ 에 대해 푸리에 변환(Fourier transform)을 하면 다음과 같이 나타낸다.

$$X(\omega) = \left( \frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega_r + \omega)^2} + \frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega_r - \omega)^2} \right) * \sum_{m=1}^N e^{j\omega m T} + N(\omega) \quad (4)$$

여기서  $X(\omega)$ 와  $N(\omega)$ 는 각각  $x(t)$ ,  $n(t)$ 를 푸리에 변환 한 것이다. 많은 경우 주파수 응답함수의 변화율은  $e^{j\omega m T}$ 에 비해 매우 작기 때문에  $H$ 로 일정하다고 가정한다. 즉  $H$ 는 전 주파수 영역에서 주파수 응답함수의 평균을 의미한다.

$$H = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a} \int_a^a \left( \frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega_r + \omega)^2} + \frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega_r - \omega)^2} \right) d\omega \quad (5)$$

그러면 자기상관 함수(autocorrelation function)는 다음과 같이 나타낼 수 있고,

$$r_x(\psi) = H^2 \sum_{m=1}^N e^{j\omega m T} + \zeta^2 \delta(\psi) \quad (6)$$

자기상관 행렬(autocorrelation matrix)은 다음식과 같이 표현할 수 있다.

$$R_x = H^2 \sum_{m=1}^N \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H + \xi^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

여기서  $\xi^2$ 은 노이즈를 푸리에 변환을 한  $N(\omega)$ 의 분산(variance)를 나타내고,  $\mathbf{I}$ 는 단위행렬을 나타낸다. (7)식의 자기 상관 역 행렬을 구해 보면

$$\mathbf{R}_x^{-1} = \frac{1}{\xi^2} \left\{ \mathbf{I} - \frac{H^2}{\xi^2 + H^2(p+1)} \sum_{m=1}^N \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H \right\} \quad (8)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 신호  $x(t)$ 의 자기상관 행렬  $\mathbf{R}_x$ 와  $X(\omega)$ 의 자기상관 행렬  $\mathbf{R}_X$ 는  $\mathbf{R}_X = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}$ 의 관계를 가지기 때문에 (8)식을 (1)식에 대입하면 베어링 결함신호에 대한 최소분산 캡스트럼식을 얻을 수 있다.

$$F_{MVC} = \frac{\frac{\xi^2}{1+p} + H^2}{1 + \frac{1}{H^2(1+p)} \left\{ (1+p)^2 - \sum_{m=1}^N |\mathbf{e}^H \mathbf{e}_m|^2 \right\}} \quad (9-1)$$

또는

$$F_{MVC} = \frac{\xi^2}{(1+p) - \frac{H^2}{\xi^2 + H^2(p+1)} \sum_{m=1}^N |\mathbf{e}^H \mathbf{e}_m|^2} \quad (9-2)$$

여기서  $\mathbf{e}^H \mathbf{e}_m$ 은 다음 식과 같이

$$\mathbf{e}^H \mathbf{e}_m = \sum_{k=0}^p e^{jk(\tau - mT)} \quad (10)$$

사각 윈도우(rectangular window)를 이산 푸리에 변환한 형태로 볼 수 있다.  $\tau$ 가  $mT$ 와 같은 지점, 즉 펄스 위치에서는  $|\mathbf{e}^H \mathbf{e}_m|^2$ 이  $(p+1)^2$ 으로 되기 때문에 최소 분산 캡스트럼 값은 (9-1)식에 의해  $\frac{\xi^2}{1+p} + H^2$ 으로 나타나고, 그 외 구간에서는  $|\mathbf{e}^H \mathbf{e}_m|^2$  값이 매우 작아서 (9-2)은  $\frac{\xi^2}{1+p}$ 로 간략히 나타내어 진다. 따라서 리프터의 차수  $p$ 가 증가함에 따라 펄스 위치에서만 값이 수렴하고 그 외 구간에서는 점차 감소하게 되어 베어링의 결함을 검

출할 수 있게 된다.

베어링 결함을 가장 대표적으로 나타내는 수학적 신호 모델을 이용하여 최소 분산 캡스트럼이 아주 유용한 임펄스 검출능력이 있음을 확인하였다. 다음 장에서는 이러한 모델을 이용한 검증과 확인이 실제의 경우, 즉 실제 볼 베어링결함의 경우에도 적용가능한지를 실험을 통하여 알아 보기로 한다.

### 3. 실험 결과 및 토의

베어링의 결함은 대개 피로(fatigue), 마모(wear), 또는 소성변형(plastic deformation)등에 의해 발생하는 것으로 알려져 있다.<sup>(7)</sup> 이러한 결함에 의한 소음 및 진동신호는 많은 경우 펄스 신호가 주기적으로 나타나는 형상이므로 이러한 신호를 생성할 수 있도록 베어링의 결함을 인위적으로 제작

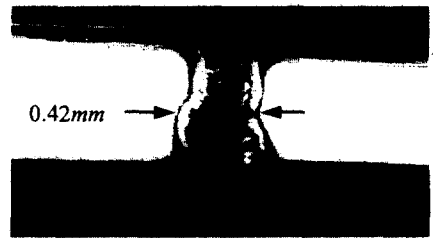


Fig. 1 Single inner race fault of ball bearing;(fault length=6mm, fault width=0.42mm, fault depth=0.0152mm)

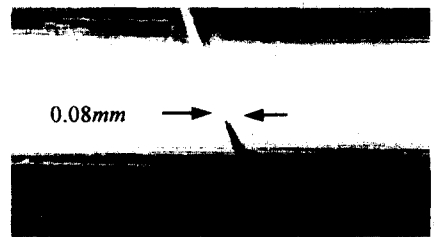
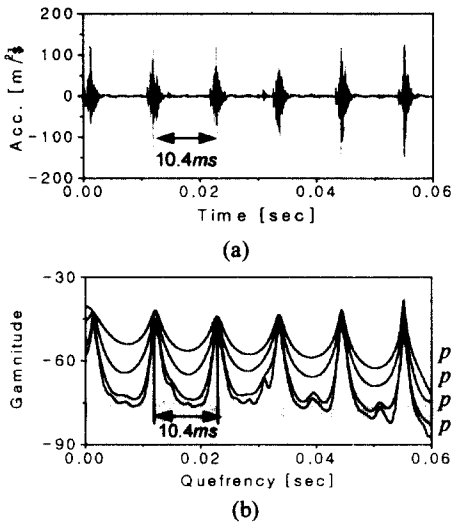


Fig. 2 Single inner race fault of ball bearing;(fault length=6mm, fault width=0.08mm, fault depth=0.0034mm)



**Fig. 3** Application of minimum variance cepstrum on the fault signal ; fault length = 6mm, fault width=0.34mm, fault depth=0.0248mm. (a) Fault signal in the outer race (Number of data N=4096,  $\Delta t = 0.0015ms$ , pulse period,  $T_0=10.42ms$ ). (b) Minimum variance cepstrum

하였다. 베어링의 결함 신호를 구현하기 위해 Fig. 1 은 전기드릴 펜으로 큰 흠집을 내고, Fig. 2 는 줄의 예리한 부위를 사용하여 작은 결함을 만들었다.

비교적 결함이 큰 Fig. 1 의 베어링을 가지고 실험한 결과 Fig. 3(a)처럼  $T_0=10.4ms$  간격으로 결함에 의한 충격신호를 관찰할 수 있다. 이 신호에 최소 분산 캡스트럼을 적용하면 Fig. 3(b)의 결과 그래프처럼 결함에 의한 충격신호를 찾을 수 있다. 줄을 사용하여 만든 작은 결함 신호는 Fig 4 (a)처럼 결함 신호가 매우 작아서 작동 노이즈 속에 묻혀 시간영역에서는 결함 여부를 관찰하기 어렵게 한다. 이러한 신호를 가지고 스펙트럼 평균을 통해 제안된 최소분산 캡스트럼을 적용하여 보면 Fig. 4 (b)와 같이 관찰할 수 없었던 결함 신호를 검출할 수 있게 된다.

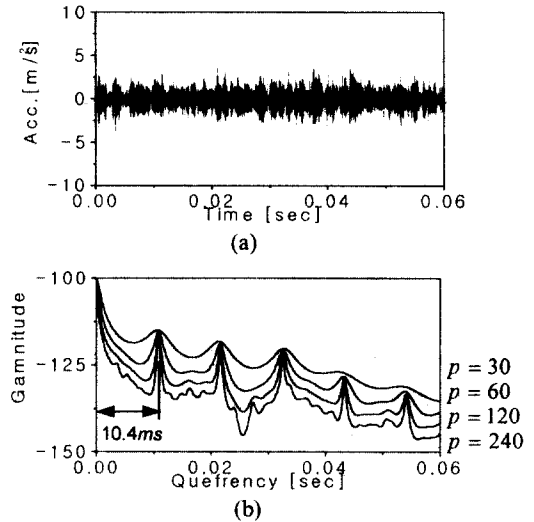
베어링 결함 검출과 관련된 여러 신호 처리

중 웨이브렛(wavelet)은 제안된 최소분산 캡스트럼과 방법론상에서 유사해 보인다. 웨이브렛을 수식으로 나타내면 다음식과 같이 나타난다.

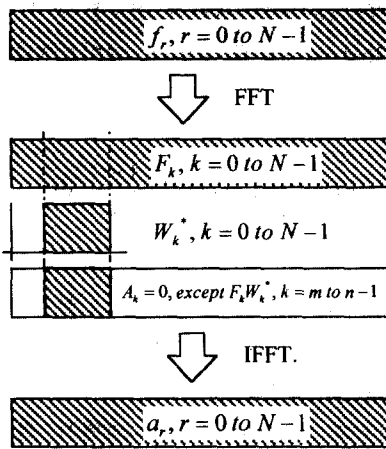
$$W(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \Psi^* \left( \frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (11)$$

여기서  $x(t)$ 는 입력 신호를 나타내고,  $\Psi$ 는 웨이브렛을 의미하며, 또한  $s$ 는 스케일을, 그리고  $\tau$ 는 이동(translation)을 나타낸다.

웨이브렛의 스케일을 변화시키면서 원신호와 맞춰가는 점에서 제안된 최소 분산 캡스트럼과 유사해 보이지만 방법상으로 크게 두가지점에서 차이가 난다. 첫째, 조화 웨이브렛(harmonic wavelet)일 경우 주파수 영역에서 사각 박스를 푸리에 역변환을 하여 웨이브렛을 만든 다음, 이것을 이동시키면서 시간 데이터에 맞춰가는 것이지만(Fig.5),



**Fig. 4** Application of minimum variance cepstrum on the fault signal ; Fault length= 6mm, fault width=0.08mm, fault depth=0.0034mm. (a) Fault signal (Number of data N=4096,  $\Delta t = 0.0015ms$ , pulse period,  $T_0=10.42ms$ ). (b) Averaged minimum variance cepstrum of 60



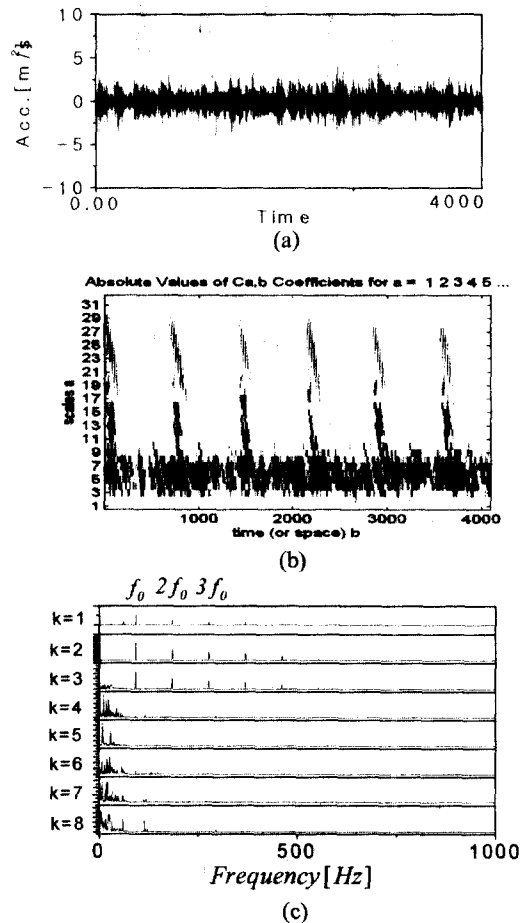
**Fig.5** FFT algorithm to compute harmonic wavelet coefficients for wavelets in the frequency  $m2\pi \leq \omega < n2\pi$  (for a record of unit length)

최소 분산 캡스트럼은 원신호를 푸리에 변환을 한 다음 주파수 영역에서 대역폭을 변화 시키면서 대역 통과 리프터를 씌운후 캡스트럼을 구하게 된다. 즉 웨이브렛해석은 시간데이터에서 웨이브렛을 이동시키면서 맞춰가는 것이지만, 최소 분산 캡스트럼은 주파수 데이터에 대역 통과 리프터를 씌우는 점에서 다르다. 그리고 둘째, 대역폭에서도 차이점을 찾아 볼 수 있다. 웨이브렛의 대역폭에 해당하는 스케일은 주파수와 관계되어 있다. 즉 스케일이 커지면 신호처리 후의 영역에서 저주파에 해당하고 스케일이 작아지면 고주파에 해당된다. 하지만 최소분산 캡스트럼에서 리프터의 대역 폭은 캡스트럼영역에서 해상도(resolution)와 관련되어 있다. 즉 대역폭이 작아질수록 캡스트럼영역에서 좋은 해상도를 나타낸다.

Doubachies wavelet(D45)을 베어링 실험 데이터에 적용해본 결과를 Fig. 5(b)에서 보여주고 있다. 최소 분산 캡스트럼과 같이 시간영역에서 관찰할 수 없었던 결함을 웨이브렛을 적용함으로써 진단할 수 있게 된다.

베어링의 초기결함 검출을 가능하게 하는 다

른 신호처리방법으로 무빙 윈도우(moving window)가 있다. 이 신호처리 방법은 윈도우를 이동시키면서 스펙트럼을 구해 보면 결함에 의한 펄스 신호가 있는 부위와 없는 부위의 스펙트럼이 다르다는 점에서 착안한 방법이다. Fig 6(c)의 외륜 결함신호에 무빙 윈도우를 적용한 결과에서 보여 주듯이,



**Fig. 6** Application on the fault signal ; Fault length=6mm, fault width=0.08mm, fault depth=0.0034mm. (a) Fault signal (Number of data N=4096,  $\Delta t = 0.0015ms$ , pulse period,  $T_0 = 10.42ms$ ). (b) Doubachies wavelet(D45) (c) moving window (fault frequency  $f_0 = 96Hz$ )

이 신호처리 방법은 노이즈가 상대적으로 많은 경우에 대해서도 주기적인 결함을 검출할 수 있었다. 하지만 신호처리하기 전 초기 무빙 윈도우의 크기 및 이동크기(step size)를 설정하는 것이 어렵고, 해상도를 좋게 하기 위해서는 비교적 많은 데이터가 필요하다는 단점이 있다.

#### 4. 결론 및 요약

본 연구에서는 신호에 비해 노이즈가 상대적으로 많은 베어링의 초기결함 검출을 위해 최소분산 캡스트럼 방법의 적용을 시도하였다.

먼저 베어링의 결함신호를 모델링 한 다음 최소분산 캡스트럼식에 대입하여 결함 검출의 가능성을 수학적으로 살펴보고, 이러한 이론적인 내용을 검증하기 위해 결함을 가진 베어링을 가지고 실험을 수행하였다.

결함이 작아 작동 노이즈 속에 완전히 묻혀 관찰할 수 없었던 신호도 최소분산 캡스트럼을 적용해 본 결과 결함을 검출할 수 있었으므로 베어링의 초기결함 검출이 가능함을 확인할 수 있었다. 또한 베어링의 초기 진단이 가능한 웨이블릿과 무빙윈도우 신호처리를 적용함으로써 제안된 방법과 비교 분석을 수행하였다.

#### 후 기

본 실험에 많은 도움을 주신 창원 FAG 한화 베어링 연구 센터의 이대용 책임연구원, 김무홍 주임연구원께 감사의 말씀을 드립니다.

#### 참 고 문 헌

(1) P. D. Mc Fadden and J. D. Smith, "Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing," *Journal of Sound and Vibration* **96**, pp. 69-82, 1984

(2) D. Ho and R. B. Randall, "Manifestations of bearing fault vibrations in gearboxes," *Sixth International Congress on Sound and Vibration* ,2943-2950,1999

(3) S. K. Lee and P. R. White, "The Enhancement of Impulsive Noise and Vibration Signals for Fault Detection in Rotating and Reciprocating Machinery," *Journal of Sound and Vibration* **217** (3), pp. 485-505, 1998

(4) David E. Newland, "Practical Signal Analysis: Do Wavelets Make Any Difference?," ASME Design Engineering Technical Conferences, pp. 1-12, 1997

(5) Y.-H. Kim, B.-D. Lim and W.-S. Cheoung, "Fault detection in a ball bearing system using a moving window," *Mechanical systems and Signal Processing* **5**, pp. 461-473,1991

(6) 최영철, 김양한, "최소 분산 캡스트럼을 이용한 노이즈 속에 묻힌 임펄스 검출방법- 이론," 한국소음진동공학회지 투고, 2000.3

(7) Eschmann, Hasbargen and Weigand, *Ball and Roller Bearings Theory, Design, and Application*, WILEY & Sons , pp. 92-94, 342-355, 1985

(8) Charles W. Therrien, *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*, Prantice-Hall, Inc. pp. 609-612, 1992

(9) R. B. Randall and B. Thch., B .A., *Frequency analysis*, B&K, pp. 271-304, 1987

(10) 최영철, "최소분산 캡스트럼을 이용한 노이즈 속에 묻힌 임펄스 신호 검출 방법", 한국과학기술원 기계공학과 석사학위논문, 2000