

압축기용 계단식 래버린스 실의 누설 및 동특성해석

^u하태웅*, 이안성**

Rotordynamic and Leakage Analysis for Stepped-Labyrinth Gas Seal

Tae Woong Ha, An Sung Lee

ABSTRACT

The basic equations are derived for the analysis of a stepped labyrinth gas seal which are generally used in high performance compressors, gas turbines, and steam turbines. The Bulk-flow is assumed for a single cavity control volume and the flow is assumed to be completely turbulent in circumferential direction. Moody's wall-friction-factor formula is used for the calculation of wall shear stresses in the single cavity control volume. For the reaction force developed by the seal, linearized zeroth-order and first-order perturbation equations are developed for small motion about a centered position. Integration of the resultant first-order pressure distribution along and around the seal defines the rotordynamic coefficients of the stepped labyrinth gas seal. The leakage and rotordynamic characteristic results of the stepped labyrinth gas seal are presented and compared with Scharrer's theoretical analysis using Blasius' wall-friction-factor formula.

1. 서론

Labyrinth 실은 압축기, 가스터빈, 스팀터빈 등에 보편적으로 사용되는 밀봉장치로 비교적 제작비가 저렴하고 밀봉 특성이 우수하나, 이 터보기계들은 고성능화에 따른 고속화 및 소형화 설계 추세에 따라 labyrinth 실의 간극이 작아지게 되고 그 결과 labyrinth 실 틈새에서 발생한 유체력이 불안정화 자려진동(self-excited vibration)을 유발하는 원인이 되고 있다. 따라서, 터보기계들의 성능 및 회전축계의 진동특성을 해석하기 위하여 Labyrinth 실을 통한 누설량 및 유체력의 정밀한 해석이 요구되고 있다.

labyrinth 실은 일반적으로 터보기계의 유로 형상에 따라서 로터 또는 스테이터에 단이 형성되어 있는 stepped labyrinth 실이 사용되며 형상에 따라 단이 확대되어 가는 divergent-stepped labyrinth 실과 축소되어 가는 convergent-stepped labyrinth 실, 및 단이 있지 않은 see-through labyrinth 실이 있다.

Labyrinth 실의 유체력 해석을 위한 이론적 연구는 Alford⁽¹⁾에 의해 처음 시도된 이후 많은 연구결과⁽²⁻⁶⁾가 발표되었으나 stepped labyrinth 실에 대하여는 단지 Scharrer⁽⁷⁾의 이론적 해석 결과만이 발표되었다. Scharrer⁽⁷⁾은 Childs and Scharrer⁽⁴⁾의 see-through labyrinth 실의 해석방법을 확장하여 Blasius 마찰계수식(식(2))을 사용한 해석을 하였다.

* 경원대학교 기계설계학과

** 한국기계연구원 회전체연구그룹

Labyrinth 실의 해석에서 실 표면의 마찰계수 정의는 해석의 정확도 및 해석 프로그램 사용의 용이성 면에서 매우 중요하다. 실의 해석에서는 원관 유동에서 마찰손실을 정의하는 식(1)에 나타난 Moody 마찰계수 식과 일부 제한된 레이놀즈 수 범위 (1×10^5 이하)에서만 정의된 식(2)의 Blasius 마찰계수 식이 사용될 수 있다. 실의 해석에서 Moody 마찰계수 식의 사용은 실의 넓은 흐름조건에 대하여 해석의 정확도를 높일 수 있고 또한 실의 표면 거칠기에 따른 상대조건만이 입력데이터로 요구됨으로 다양한 실에 대하여 편리하게 사용할 수 있는 장점이 있다. 따라서 본 연구에서는 Moody의 마찰계수 식을 사용하여 Fig. 1에 나타난 stepped labyrinth 실의 동특성 계수 해석기법과 그 결과를 제시하고자 한다.

$$f_M = 1.37 \times 10^{-3} \left[1 + \left(20000 \times \frac{e}{D} + \frac{10^6}{Re_y} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (1)$$

$$f_B = n (Re_y)^m \quad (2)$$

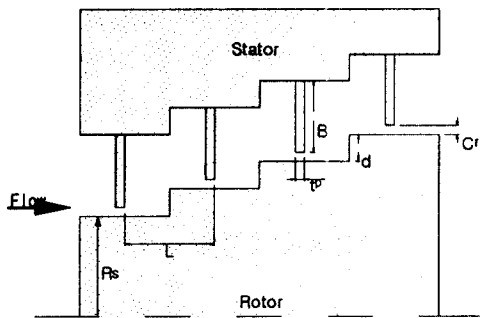


Fig. 1 A typical stepped labyrinth seal geometry

2. 수학적모델링

Fig. 2는 Fig. 1의 stepped labyrinth 실의 이론적 해석을 위한 제어체적을 보이고 있다. Fig. 1에서 R_s , B , L , d , t_r , Cr 는 각각 로터의 반경, labyrinth teeth의 깊이, labyrinth teeth의 피치(pitch), 단 높이(step height), labyrinth teeth 선단부의 두께, labyrinth 실 간극을 나타내며, Fig. 2에서 사용된 변수 P , V , \dot{m} 은 각각 제어체적의 압력, 원주방향

유속, 질량흐름율을 나타낸다. 각 변수의 아래첨자 i 는 i 번째 labyrinth cavity를 의미한다.

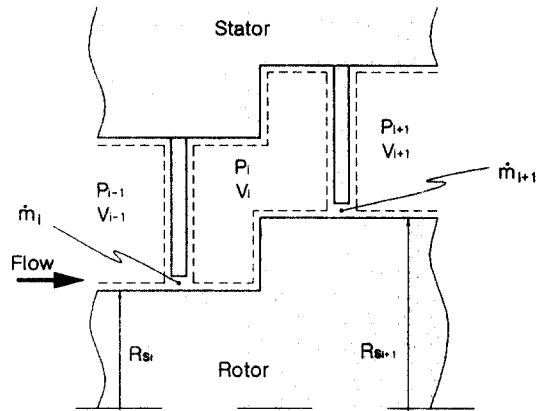


Fig. 2 Control volume for stepped labyrinth seal analysis.

Stepped labyrinth 실에서의 유체 유동은 see-through labyrinth 실의 경우⁽⁶⁾와 마찬가지로 압력 차에 의한 축 방향 유속과 로터의 회전에 의한 원주방향 유속이 각 labyrinth cavity내에 형성된다. 그러나 stepped labyrinth 실의 경우는 see-through labyrinth 실의 경우보다 유로가 더욱 복잡해서 labyrinth cavity내에 설정한 제어체적 내의 흐름이 see-through labyrinth의 경우처럼 제트부와 cavity내의 와류 부로 구분되기 어렵기 때문에 labyrinth cavity내에 계단모양의 1개 제어체적을 설정한다. Fig. 3은 제어체적에 작용하는 힘의 관계를 보여주고 있다. 여기서 τ_s , τ_r 은 각각 스테이터 표면의 전단응력과 로터표면의 전단응력을 나타내며, a_s 와 a_r 은 각각 스테이터 부와 로터 부의 전단응력이 작용되는 무차원화된 제어표면 길이를 나타낸다.

식(3)은 Fig. 2에 보인 단위 원주방향 폭의 제어체적에 대한 연속방정식을 나타내고 있으며, Fig. 3을 사용하여 힘의 평형으로부터 원주방향 운동량 방정식을 유도하면 식(4)와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_i A_i) + \frac{1}{R_{s_i}} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho_i A_i V_i) + \frac{R_{s_{i+1}}}{R_{s_i}} \dot{m}_{i+1} - \dot{m}_i = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \rho_i A_i \frac{\partial}{\partial t} (V_i) + \frac{\rho_i V_i A_i}{R_{si}} \frac{\partial V_i}{\partial \theta} \\ & + \dot{m}_i (V_i - V_{i-1}) = - \frac{A_i}{R_{si}} \frac{\partial P_i}{\partial \theta} \quad (4) \\ & + \tau_{ri} a_{ri} (L_i + d) - \tau_{si} a_{si} (L_i + d) \end{aligned}$$

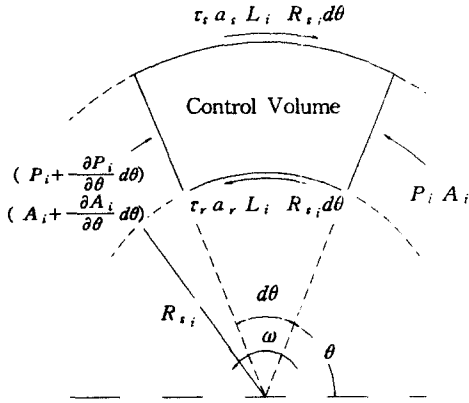


Fig. 3 Forces on control volumes

식(4)에 포함된 스테이터 표면의 원주방향 전단응력 τ_{si} 와 로터 표면의 원주방향 전단응력 τ_{ri} 는 식(1)에 나타낸 Moody의 마찰계수 식을 사용하면 식(5)와 식(6)으로 정의될 수 있다.

$$\tau_{si} = \frac{1}{2} \rho_i V_i^2 (1.37 \times 10^{-3} [1 + (20000 \times \frac{e}{Dh_i} + 10^6 \times \frac{\nu}{Dh_i V_i})^{\frac{1}{3}}]) \quad (5)$$

$$\tau_{ri} = \frac{1}{2} \rho_i (R_{si} \omega - V_i)^2 (1.37 \times 10^{-3} [1 + (20000 \times \frac{e}{Dh_i} + 10^6 \times \frac{\nu}{Dh_i |R_{si} \omega - V_i|})^{\frac{1}{3}}]) \quad (6)$$

여기서 Dh_i 는 식(7)과 같이 정의된 수력지름이며, ω 는 로터의 회전속도이다.

$$Dh_i = \frac{2L_i(B_i + Cr_i)}{B_i + Cr_i + L_i + d} \quad (7)$$

질량흐름율(\dot{m}_i)은 Neumann⁽⁸⁾의 실험식에 의해 식(8)로 나타낼 수 있다. 이때 kinetic energy

carryover factor(μ_{2i})⁽⁹⁾는 stepped labyrinth 실의 단높이(d)가 실간극(Cr)보다 클 경우 1로 정의되며, flow coefficient(μ_{1i})⁽¹⁰⁾는 식(9)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{m}_i = \mu_{1i} \mu_{2i} H_i \sqrt{\frac{P_{i-1}^2 - P_i^2}{RT}} \quad (8)$$

$$\mu_{1i} = \frac{\pi}{\pi + 2 - 5s_i + 2s_i^2} \quad (9)$$

$$s_i = \left(\frac{P_{i-1}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1$$

지배방정식 (3-4)는 로터가 회전축 중심에 위치해 있는 경우이다. 그러나 실제 로터는 회전축과 동시에 휘둘림 운동을 하여 주기적인 stepped labyrinth 실의 틈새 간극 변화를 유발하여 결국 섭동압력에 의한 유체력을 실로부터 발생시킨다. 이와같은 현상을 수식적으로 모델링하기 위하여 식(10)과 같이 변수는 회전축 중심에 대한 성분(Zeroth order(하첨자 0))과 미소변위(편심비 $\epsilon = e_0/Cr$)에 대한 성분(First order(하첨자 1))을 포함하는 섭동변수로 다시 정의되며, 식(3-4)에 적용하여 전개하면 Zeroth order식과 First order식을 얻을 수 있다.

$$P_i = P_{0i} + \epsilon P_{1i}, H_i = Cr + \epsilon H_{1i}, V_i = V_{0i} + \epsilon V_{1i} \quad (10)$$

3. 지배방정식의 해와 동특성계수

Zeroth order식은 누설량인 질량 흐름율과 로터가 축 중심에 있을 때의 압력분포 및 원주방향 유속 분포를 정의한다. Labyrinth 실의 입구 및 출구압력 조건과 원주방향 유속조건으로부터 수치해석기법을 사용하여 누설량과 각 cavity의 압력분포, 원주방향 유속 분포를 구할 수 있다. 또한 실 입구부와 출구부의 압력차가 일정량 이상이 되면 stepped labyrinth 실의 마지막 cavity 출구에서 유속이 마하 1에 가까워지며 더 이상의 유량증가가 일어나지 않는 질식(choke)현상이 일어난다. 질식현상이 일어날 경우 실의 마지막 labyrinth teeth에서의 유량은 식(11)과 같이 Fliegner⁽¹¹⁾의 식을 사용하여 해를 구할 수 있다.

$$\dot{m}_{NC} = \frac{0.510 \mu_2}{\sqrt{ZRT}} P_{NC} H_{NC} \quad (11)$$

First order 지배방정식은 로터의 휘돌림운동에 따른 실 간극의 변화에 기인된 섭동압력과 섭동속도를 정의한다. 로터가 타원체적을 갖는 휘돌림운동을 한다고 가정하고 labyrinth 실의 입구와 출구에서 섭동압력과 섭동속도들이 0 이라는 경계조건을 사용하여 First order 지배방정식의 해를 수치해석 기법을 사용하여 구하면 각 cavity에서의 섭동압력 분포를 얻을 수 있다.

labyrinth 실을 통해 발생된 유체력은 일반적으로 로터축 단면의 수평, 수직방향인 x, y축에 대하여 등방성(Isotropic)을 나타내게 되고 아래와 같이 6개의 행렬 요소를 갖는 형태로 나타내어 진다.

$$-\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기서 K, C는 각 각 강성(Stiffness), 감쇠(Damping)계수이며 k, c는 각 각 연성 강성(Cross couple d stiffness), 연성 감쇠(Cross coupled damping)계수이다. Stepped labyrinth 실을 통해 발생하는 유체력은 섭동압력을 실 축방향과 원주둘레에 대하여 적분함에 의하여 구하고 식(12)와 비교하면 최종적으로 실의 유체력을 나타내는 동특성 계수들을 결정할 수 있다.

4. 해석 결과 및 고찰

본 절에서는 앞 절에서 유도한 stepped labyrinth 실의 누설량 및 동특성 계수 결과를 보이고자 한다. Stepped labyrinth 실의 누설량 및 동특성 계수에 대한 기 발표된 실험결과가 없어 본 해석결과의 신뢰성을 직접적으로 검증하기 어려우나 Blasius 마찰계수 식을 사용한 Scharrer⁽⁷⁾의 해석결과와 비교해 보고자 한다. Fig. 1을 참조하여 대상 teeth-on-rotor stepped labyrinth 실의 형상과 운전조건은 Table 1과 같다.

Table 1 Input data for the analysis of stepped labyrinth seal

Seal geometry(Teeth on rotor)	
Inlet radius of seal rotor(Rs)	75.6 (mm)
Tooth height (B)	3.175 (mm)
Tooth pitch(L)	2.175(mm)
Step height(d)	1.0(mm)
Tooth width(tp)	0.152(mm)
Clearance of seal(Cr)	0.127(mm)
No. of teeth(NT)	5, 10, 15
Operating condition	
Reservoir pressure	7.0 bar
Sump pressure	1.0 bar
Inlet swirl ratio(V _{in} /(R _s ω))	0.25 - 1.0
Rotor speed	20,000 (RPM)
Temperature	300(K)
Kinematic viscosity(ν)	0.0000023(m ² /s)

Fig. 4-7은 Table 1에 나타낸 stepped labyrinth 실의 형상과 운전조건(실 입구에서 원주방향 유속 비(inlet swirl ratio) = 1.0)에서 divergent 및 convergent 실에 대한 누설량(\dot{m}), 강성계수(K), 연성강성계수(k), 및 감쇠계수(C)의 해석 결과를 Scharrer⁽⁷⁾의 해석결과와 비교하고 있다. Table 1의 운전조건에서는 레이놀즈 수가 약 6×10^4 으로 마찰계수 식에 따른 마찰계수의 차이는 거의 없으며, labyrinth 실의 마지막 cavity 출구에서 질식(choke)이 일어나는 경우이다.

Fig. 4에 나타난 것처럼 누설량은 Scharrer의 결과보다 약 20% 정도 작게 예측된다. Divergent의 경우가 convergent의 경우보다 더 큰 누설량을 보이며 이 경향은 Scharrer의 해석결과와 같다. Labyrinth teeth 수가 많아질수록 누설량은 감소함을 보이고 있다.

Fig. 5는 강성계수(K)의 예측 결과를 보이고 있다. Scharrer의 결과에 비하여 작게 예측되고 있다.

며 stepped labyrinth teeth의 수가 많아질수록 K는 더욱더 작게 예측되고 있다. 일반적으로 divergent의 경우가 convergent의 경우보다 큰 값을 갖으나, 15 - labyrinth teeth의 경우 본 해석 결과는 반대의 경향을 보이고 있다.

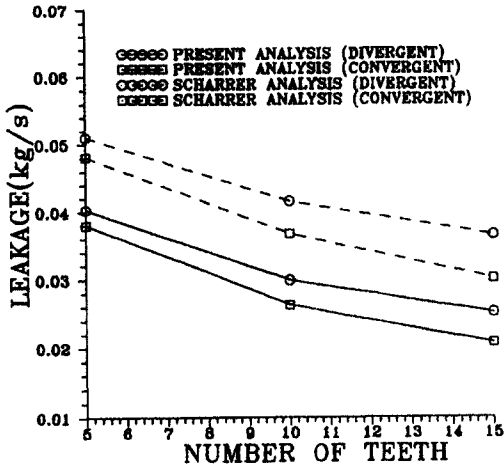


Fig. 4 Leakage prediction for a teeth-on-rotor stepped labyrinth seal

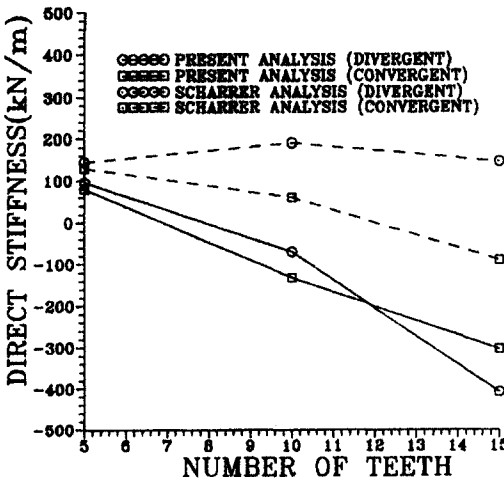


Fig. 5 Direct stiffness coefficient prediction for a teeth-on-rotor stepped labyrinth seal

있다. 본 해석 결과는 Scharrer의 결과에 비하여 작게 예측됨을 보이고 있다. divergent의 경우 stepped labyrinth teeth의 수가 많아질수록 k가 증가됨을 나타내나, convergent의 경우 labyrinth teeth가 10개 이상에서 Scharrer의 결과는 k의 증가가 크게 둔화됨을 보이며 본 해석 결과는 감소함을 나타내고 있다.

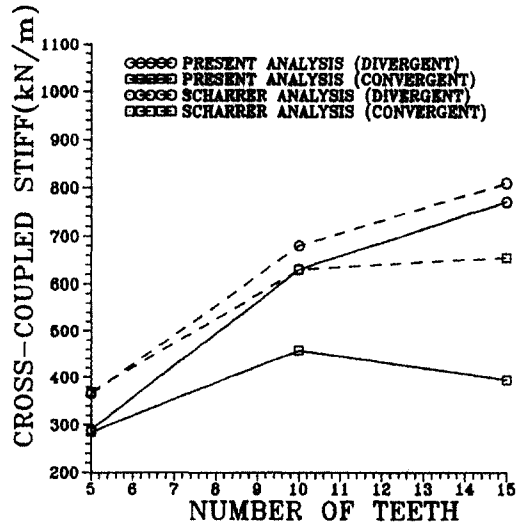


Fig. 6 Cross-coupled stiffness coefficient prediction for a teeth-on-rotor stepped labyrinth seal

Fig. 7은 감쇠계수(C)의 예측 결과를 보이고 있다. 본 해석 결과는 Scharrer의 결과에 비하여 작게 예측됨을 보이고 있으며 stepped labyrinth teeth의 수가 많아질수록 C는 더욱더 작게 예측되고 있다. divergent의 경우 stepped labyrinth teeth의 수가 많아질수록 C가 증가됨을 나타내나, convergent의 경우 labyrinth teeth가 10개 이상에서 C의 증가가 크게 둔화됨을 나타내고 있다. 이상의 결과로부터 Moody의 마찰계수 식을 사용한 본 해석의 누설량과 동특성 계수 결과는 대체적으로 Scharrer의 해석 결과와 유사한 특성을 보이고

Fig. 6은 연성 강성계수(k)의 예측 결과를 보이고

있으나 작게 예측됨을 보였다.

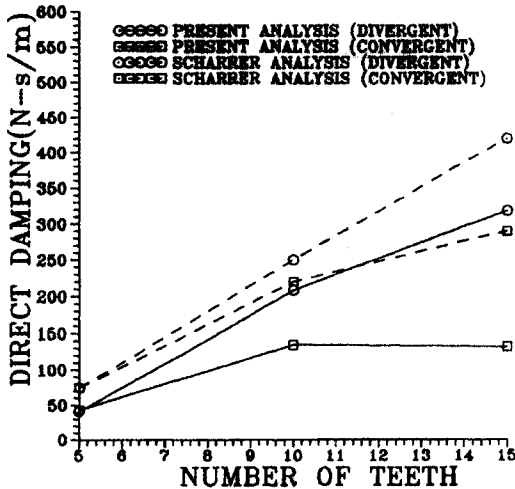


Fig. 7 Direct damping coefficient prediction for a teeth-on-rotor stepped labyrinth seal

5. 결론

Stepped labyrinth seal의 누설량 및 유체력 해석 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 본 해석의 누설량 예측 결과는 Scharrer의 결과와 같은 누설량 특성을 보였으나 약 20%정도 작게 예측됨을 보였다.
- (2) Stepped labyrinth teeth 수가 증가함에 따라서 누설량은 감소함을 보이며, divergent 실이 convergent 실에 비하여 누설량이 큼을 보였다.
- (3) 본 해석의 동특성 계수(K, k, C) 예측 결과는 Scharrer의 결과와 유사한 동특성 계수 특성을 보였으나 대체적으로 작게 예측됨을 보였다.

참고문헌

1. Alford, J. S., 1965, "Protecting Turbomachinery from Self-Excited Rotor Whirl," ASME Trans. Journal of Engineering for Power, October pp. 333-344.
2. Iwatsubo, T., 1980, "Evaluation of Instability Forces of Labyrinth Seals in Turbines or

Compressors," NASA CP 2133 Proceedings of a workshop at Texas A&M University 12-14 May Entitled Rotordynamic Instability Problems in High Performance Turbomachinery, pp. 139-167.

3. Jenny, R. J., Wyssmann, H. P., and Pham, T. C., 1984, "Prediction of Stiffness and Damping Coefficients for Centrifugal Compressor Labyrinth Seals," ASME 84-GT-86. Presented at the 29th International Gas Turbine Conference and Exhibit, Amsterdam, The Netherlands, June 4-7.

4. Childs, D. W., and Scharrer, J. K., 1986, "An Iwatsubo Based Solution for Labyrinth Seals: A Comparison to Experimental Results," ASME Trans. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, April Vol. 108, pp. 325-331.

5. Scharrer, J. 1987, "A Comparison of Experimental and Theoretical Results for Labyrinth Gas Seals," Ph. D. Dissertation, Texas A&M University.

6. 하태웅, 이안성, 1998, "압축기용 라비린스 실의 동특성 해석," 한국소음진동공학회지, 제8권, 제5호, pp. 849-855.

7. Scharrer, J. K., 1988, "Rotordynamic Coefficients for Stepped Labyrinth Gas Seals," ASME/ASLE Tribology Conference, Paper No. 88-Trib-42.

8. Neumann, K. 1964, "Zur Frage der Verwendung von Durchblickdichtungen im Dampfturbinebau," Maschinentechnik, 13(4).

9. Vermes, G., 1961, "A Fluid Mechanics Approach to the Labyrinth Seal Leakage Problem," ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 83, No. 2, April pp. 161-169.

10. Gurevich, M. I., 1966, The Theory of Jets in an Ideal Fluid, Pergamon Press, London, England, pp. 319-323.

11. John, J. E. A., 1979, Gas Dynamics, Wylie.