한국소음진동공학회 창립10주년 기념 소음진동학술대회논문집, pp. 1040~1045

내연 발전용 대형 디젤 엔진-발전기 축계의 종-비틈 연성진동 해석

°박 희 주*, 박 종 포**

Coupled Axial and Torsional Vibration Analysis in Large Diesel Engines and Generators for Stationary Power Plants

Heui-Joo Park and Jong-Po Park

ABSTRACT

This paper presents results of coupled axial and torsional vibration analysis of shafting system in large diesel engines and generators for stationary power plants. Axial vibration of the shafting system takes place due to mainly torsional deformation or vibration and breathing effect of crank throws, caused by cylinder gas forces and reciprocating inertia of the engine. Cross-coupled stiffness matrix of the crank throws is calculated employing a finite element model of the crank throw and a static condensation method. Forced response analysis of the shafting system is performed using the calculated stiffness matrix and derived governing equations.

기호 설명

x = 종진동 변위
θ_x = 비틈진동 변위
m_x = 종진동 질량
I = 관성질량 모멘트
c_{rel_a} = 종진동 상대 감쇠
c_{rel_t} = 비틈진동 상대 감쇠
c_x = 종진동 절대 감쇠
c_t = 비틈진동 절대 감쇠
ρ = 절대 감쇠비
ω = 진동 각속도
$[M]$ = 질량 행렬
$[C]$ = 상대 감쇠 행렬
$[S]$ = 강성 행렬
$[S_M]$ = 축약 강성 행렬
$\{\delta\}$ = 자유도 벡터
$\{\delta_M\}$ = 주자유도 벡터
$\{\delta_S\}$ = 부자유도 벡터
$\{F\}$ = 외부력 벡터
$[A]$, $[B]$ = 시스템 행렬
$*$ = 행렬의 Hermitian 연산자

* 한국중공업㈜ 기술연구원
** 한국중공업㈜ 기술연구원, 정회원

1. 서 론

대형 저속 디젤엔진 축계의 건전성에 비틈진동과 함께 종진동이 많은 영향을 미친다. 엔진 축계에서의 종진동은 내부적으로는 굽힘 응력에 의한 크랭크 스로우 필렛(fillet) 부위에 균열을 발생시키거나, 스러스트 베어링의 이상마멸 등의 원인으로 작용한다. Fig. 1과 같은 디젤 엔진과 발전기로 구성되어 있는 내연 발전용 엔진 축계에서의 종진동은 발전기 회전자 다이아프레임부의 우산효과(umbrella effect)에 의한 피로 파손 문제를 일으킬 수 있다. 또한, 종진동은 엔진 구조물 및 엔진을 고정하는 기초와 인접 구조물의 가진원으로 작용하여 주위 구조물의 진동 문제를 발생시키기도 한다. 이러한 이유로 내연 발전용 엔진-발전기 축계의 종방향 진동기준치는 선박용 엔진 축계보다 엄격하게 규제된다.

내연 발전용 저속 대형 디젤엔진 축계에서의 종진동은 가스 폭발력과 왕복동 관성력의 반경 방향 성분에 의한 크랭크 스로우의 호흡작용(breathing effect)으로 인하여 발생된다. 또한, 비틈진동의 영향으로 종진동이 발생하며, Fig.2와 같이 비틈진동의 공진점과 비틈진동에 의한 종진동의 공진점은 서로 일치하게 된다. 반면에 종진동은 비틈진동에 거의 영향을 미치지 않는다. 비틈진동을 연성 시키지 않

고 종진동만을 계산하면 실제 측정치와는 달리 Fig.2의 (b)와 같이 잘못된 계산결과를 초래한다.[1-4]

따라서 엔진 축계 종진동의 보다 정확한 해석을 위해서는 종-비틈 연성진동 문제를 다루어야 한다. 종-비틈 연성진동 계산에 있어서는 단순한 비틈 진동계산과는 달리 진동계의 중간에 위치한 종진동 댐퍼와 추력베어링 및 크랭크 스로우 간의 결합 각도와 메인 베어링의 지지상태에 따른 영향이 크므로 이를 고려하여 엔진 축계를 등가 진동계로 모델링 해야 한다.[2-3]

엔진 축계의 진동계 모델링 과정에서 가장 중요한 것 중의 하나는 크랭크 축의 강성 계수를 규명하는 것이다. 크랭크 축의 강성 계수를 규명하는 방법에는 여러 가지가 있으나, 본 연구에서는 엔진 크랭크 스로우를 유한 요소로 모델링한 후 정적 축약(static condensation)하는 방법을 이용하였다.[5]

본 논문에서는 크랭크 축의 강성계수 규명 방법과 이를 이용한 엔진 축계의 종-비틈 연성진동 해석 결과를 나타내었다.

Fig. 1 Diesel engine and generator for a stationary power plant

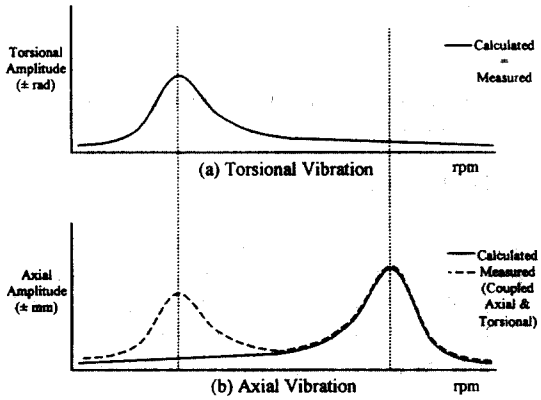

Fig. 2 Coupled vibration observation

2. 엔진 축계의 종-비틈 연성진동 모델링

2.1 정적 축약에 의한 크랭크 축 강성 규명

엔진 크랭크 축의 강성계수를 구하기 위해 Fig.3과 같이 단일 크랭크 스로우의 절반을 유한요소 모델링 하였다. 유한 요소 모델에서 해석결과의 정도를 높이기 위해 저어널과 크랭크 암 사이, 크랭크 핀과 크랭크 암 사이의 필렛 부위를 조밀하게 메싱하였다.

유한 요소해석에서 크랭크 핀과 메인 저어널을 주자유도면으로 하는 3차원 연속체의 유한 요소 평형 방정식은 식(1)과 같다.

$$[S]\{\delta\} = \{F\} \tag{1}$$

여기서 베어링 지지부의 반력은 메인 저어널의 중심면에, 가스폭발력과 왕복동 관성력은 핀의 중심면에 있는 각각의 절점에 작용한다고 가정할 때, 절점 당 3자유도를 갖는 모든 절점의 자유도는 주자유도(master degree of freedom)와 부자유도(slave degree of freedom)로 나눌 수 있다. 여기서 외력은 주자유도에 대해서만 작용하고 부자유도에는 작용하지 않는다. 식(1)을 주자유도와 부자유도로 나누면 식(2)와 같이 쓸 수 있다.[5]

$$\begin{bmatrix}[S_{MM}] & [S_{MS}]\\ [S_{SM}] & [S_{SS}]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\delta_M\}\\ \{\delta_S\}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\{F_M\}\\ \end{Bmatrix} \tag{2}$$

식(2)에서 부자유도는 다른 보 요소의 자유도와는 관계없이 요소 내의 주자유도로 표현이 가능하므로 유한 요소 모델에서 정적축약 이론을 적용하면 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$[S_M]\{\delta_M\} = \{F_M\} \tag{3}$$
$$[S_M] = [[S_{MM}] - [S_{MS}][S_{SS}]^{-1}[S_{SM}]]$$

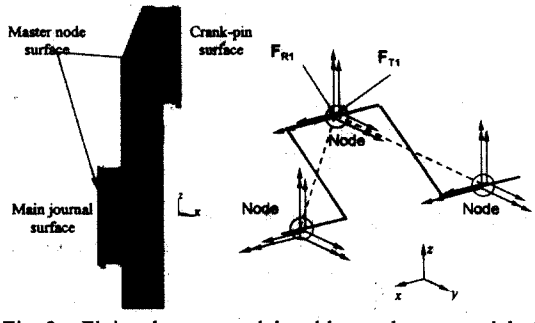

Fig. 3 Finite element model and lumped mass model of crank throws

여기서 $[S_M]$는 크랭크 핀 중심면과 메인 저어널 중심면에 대해 축약된 주자유도 강성행렬이 된다. 식(3)의 축약된 강성계수 행렬을 티모센코 보요소 이론을 적용하여 크랭크 핀 중심과 메인 저어널 중심의 두 점으로 각각 6자유도계의 강성행렬로 변환할 수 있다. 이를 식(2)~식(3)의 과정을 반복하여 관심 자유도인 4자유도(x, y, z, θ_x)의 행렬로 축약하고 나머지 절반의 크랭크 스로우에 대한 좌표계를 고려하면 식(4)의 형태로 주어지는 단일 크랭크 스로우에 대한 강성행렬을 계산할 수 있다.

$$
\begin{bmatrix}
k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\
k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\
k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\
k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\
k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55}+\bar{k}_{11} & k_{56}+\bar{k}_{12} \\
k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65}+\bar{k}_{21} & k_{66}+\bar{k}_{22} \\
k_{71} & k_{72} & k_{73} & k_{74} & k_{75}+\bar{k}_{31} & k_{76}+\bar{k}_{32} \\
k_{81} & k_{82} & k_{83} & k_{84} & k_{85}+\bar{k}_{41} & k_{86}+\bar{k}_{42} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \bar{k}_{51} & \bar{k}_{52} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \bar{k}_{61} & \bar{k}_{62} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \bar{k}_{71} & \bar{k}_{72} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \bar{k}_{81} & \bar{k}_{82}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
k_{17} & k_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
k_{27} & k_{28} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
k_{37} & k_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
k_{47} & k_{48} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
k_{57}+\bar{k}_{13} & k_{58}+\bar{k}_{14} & \bar{k}_{15} & \bar{k}_{16} & \bar{k}_{17} & \bar{k}_{18} \\
k_{67}+\bar{k}_{23} & k_{68}+\bar{k}_{24} & \bar{k}_{25} & \bar{k}_{26} & \bar{k}_{27} & \bar{k}_{28} \\
k_{77}+\bar{k}_{33} & k_{78}+\bar{k}_{34} & \bar{k}_{35} & \bar{k}_{36} & \bar{k}_{37} & \bar{k}_{38} \\
k_{87}+\bar{k}_{43} & k_{88}+\bar{k}_{44} & \bar{k}_{45} & \bar{k}_{46} & \bar{k}_{47} & \bar{k}_{48} \\
\bar{k}_{53} & \bar{k}_{54} & \bar{k}_{55} & \bar{k}_{56} & \bar{k}_{57} & \bar{k}_{58} \\
\bar{k}_{63} & \bar{k}_{64} & \bar{k}_{65} & \bar{k}_{66} & \bar{k}_{67} & \bar{k}_{68} \\
\bar{k}_{73} & \bar{k}_{74} & \bar{k}_{75} & \bar{k}_{76} & \bar{k}_{77} & \bar{k}_{78} \\
\bar{k}_{83} & \bar{k}_{84} & \bar{k}_{85} & \bar{k}_{86} & \bar{k}_{87} & \bar{k}_{88}
\end{bmatrix} \quad (4)
$$

계산된 단일 크랭크 스로우의 강성행렬에 인접 크랭크 스로우의 배치각을 고려하여 전체 크랭크 축의 강성행렬을 계산 할 수 있다.

2.2 엔진 축계 등가 진동계 모델

내연 발전소에 적용된 엔진 중에서 7K60MC-S 엔진 축계를 Fig.4, Fig.5와 같이 23개의 집중질량 비틈진동 등가계와 종진동 등가계로 모델링 하였다. 실제 계산에서 크랭크 축은 4자유도계로 모델링 되었으며, 여기서는 y, z자유도에 대한 모델링은 생략한다.

모델링 된 축계의 구성을 간략히 살펴보면 질점1은 발전기, 질점2는 엔진과 발전기 사이의 중간축, 질점3은 가이드 베어링을 나타낸다. 질점4~질점18은 Fig.5에서와 같이 7개의 크랭크 스로우를 메인 저어널 및 크랭크 핀의 15개 등가 집중 질량으로 나타낸 것이며, 강성계수는 정적 축약법으로 계산한 값을 이용한다. 질점19는 체인 드라이브, 질점20은 튜닝 휠의 등가 질량을 나타낸다.

해당 엔진 축계의 선단에는 비틈 점성댐퍼와 종진동 댐퍼가 적용되었으며, 질점22, 질점23은 비틈진동 댐퍼 하우징과 링의 집중질량 및 c_{rel_t}의 댐퍼 감쇠값을, 질점24는 종진동 댐퍼의 집중질량 및 c_{rel_l}의 상대 감쇠값으로 모델링 하였다. c_{ti}, c_{xi}는 각 질점의 비틈, 종진동의 절대감쇠를 각각 나타낸다.

강제진동을 해석에서의 가진력은 압력-부피 선도로부터 구한 가스 폭발력 (1~16차)과 왕복동 질량 관성력 (1~4차)의 접선력과 반경력의 조화성분으로 구성된다.[7-11]

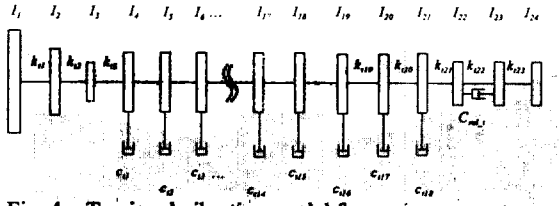

Fig. 4 Torsional vibration model for engine-generator shafting system

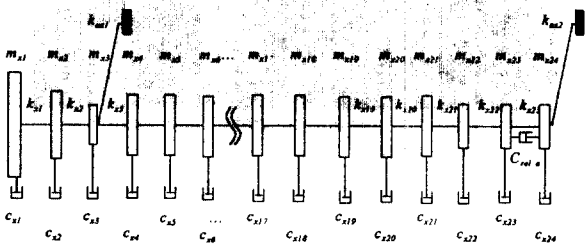

Fig. 5 Axial vibration model for engine-generator shafting system

3. 지배 방정식

엔진 축계를 진동 등가계로 모델링 하였으며, 각 질점에 대한 관심 자유도를 크랭크 축은 4자유도계(x, y, z, θ_x)로, 나머지 부분은 2자유도(x, θ_x)의 진동 등가계로 치환하였다. 먼저 2자유도계를 갖는 질점의 운동 방정식은 다음 식(5)와 같다.

$$
\begin{cases}
(m_{x1}-jc_{x1})\ddot{x}_1+k_{x1}x_1-k_{x1}x_2=0 \\
I_1\ddot{\theta}_1+k_{t1}\theta_1-k_{t1}\theta_2=0
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
(m_{x2}-jc_{x2})\ddot{x}_2+(k_{x1}+k_{x2})x_2-k_{x1}x_1-k_{x2}x_3=0\\
I_2\ddot{\theta}_2+(k_{t1}+k_{t2})\theta_2-k_{t1}\theta_1-k_{t2}\theta_3=0
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
(m_{x3}-jc_{x3})\ddot{x}_3+(k_{x2}+k_{x3}+k_{ax1})x_3-k_{x2}x_2-k_{x3}x_4=0\\
I_3\ddot{\theta}_3+(k_{t2}+k_{t3})\theta_3-k_{t2}\theta_2-k_{t3}\theta_4=0
\end{cases}
$$

$$\vdots \qquad (5)$$

$$
\begin{cases}
(m_{x22}-jc_{x22})\ddot{x}_{22}+(k_{x21}+k_{x22})x_{22}-k_{x21}x_{21}-k_{x22}x_{23}=0\\
I_{22}\ddot{\theta}_{22}+c_{rel_t}\dot{\theta}_{22}-c_{rel_t}\dot{\theta}_{23}\\
\qquad +(k_{t21}+k_{t22})\theta_{22}-k_{t21}\theta_{21}-k_{t22}\theta_{23}=0
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
(m_{x23}-jc_{x23})\ddot{x}_{23}+c_{rel_a}\dot{x}_{23}-c_{rel_a}\dot{x}_{24}\\
\qquad +(k_{x22}+k_{x23})x_{23}-k_{x22}x_{22}-k_{x23}x_{24}=0\\
I_{23}\ddot{\theta}_{23}+c_{rel_t}\dot{\theta}_{23}-c_{rel_t}\dot{\theta}_{22}\\
\qquad +(k_{t22}+k_{t23})\theta_{23}-k_{t22}\theta_{22}-k_{t23}\theta_{24}=0
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
(m_{x24}-jc_{x24})\ddot{x}_{24}+c_{rel_a}\dot{x}_{24}-c_{rel_a}\dot{x}_{23}\\
\qquad +(k_{x23}+k_{ax2})x_{24}-k_{x23}x_{23}=0\\
I_{24}\ddot{\theta}_{24}+k_{t23}\theta_{24}-k_{t23}\theta_{23}=0
\end{cases}
$$

식(5)에서 절대 감쇠는 $-2\rho M\omega$의 형태로 표현되며, 진동 각속도 ω의 함수로 정의되어 강제 진동 응답 해석 시 해당 진동 각속도의 변화에 따라 그 값을 변화 시켜줘야 하는 불편함이 있다. 따라서 식(6)과 같이 2차 미분 항으로 근사화 시켜 질량 행렬화 한다.

$$c_{abs}\dot{x}\approx -2\rho M\omega\cdot j\omega e^{j\omega t}=j2\rho M\ddot{x} \qquad (6)$$

식(5)의 운동 방정식을 행렬 형태로 표시하면 식(7)과 같다.

$$[M]\{\ddot{X}\}+[C]\{\dot{X}\}+[K]\{X\}=\{F\} \qquad (7)$$

식(7)은 모드 해석을 위해 식(8)과 같은 상태 공간 형태로 표현할 수 있다.

$$[A]\{\dot{y}\}+[B]\{y\}=0 \qquad (8)$$

여기서,

$$[A]=\begin{bmatrix}[0] & [M]\\ [M] & [C]\end{bmatrix},\quad [B]=\begin{bmatrix}-[M] & [0]\\ [0] & [K]\end{bmatrix}$$

식(6)으로 주어진 감쇠 항이 질량 항으로 근사화 되어 질량행렬이 복소수로 되므로 식(8)에서 시스템 행렬도 복소수로 된다. 시스템 행렬을 decoupled 대각행렬로 하기 위해서는 식(9)의 adjoint 고유치 문제를 해석해야 한다.

$$[A]^T\{\dot{a}\}+[B]^T\{a\}=0 \qquad (9)$$

식(8)과 식(9)에서 구해진 고유벡터와 adjoint벡터를 이용하여 시스템 행렬을 biorthonormalization 한 후, 모드 해석법으로 강제 진동응답을 구하였다.[12~13]

4. 연성 진동 해석결과

모드 해석을 통하여 엔진 축계의 종-비틈 연성진동 고유치와 고유 벡터를 계산하였으며, 고유진동수를 Table 1에 나타내었다.

Table 1. Natural frequencies of coupled vibration.

Mode	Natural frequency(CPM)	
	AVD passive	AVD active
1st	354.7	450.5
2nd	669.3	680.0
3rd	689.0	795.7

고유진동수 계산에 있어 종진동 댐퍼 지지대와 추력 베어링의 강성계수는 $2.7\times10^8(N/m)$를 적용하였다. 또한 종진동 댐퍼 정상작동시의 감쇠값은 $3.8\times10^6(Nm/sec)$를 적용하였으며, 비작동 시의 감쇠값은 0으로 계산하였다.

강제 진동계산에서의 가진력은 서론에서 언급한 바와 같이 엔진 실린더 내부의 가스 폭발력과 왕복동부의 관성력을 접선력과 반경력의 조화 급수형태로 전개하고, 이를 크랭크 핀에 해당하는 등가계 질점의 y, z-자유도에 대입하여 강제진동 응답을 계산하였다. 내연 발전용 엔진은 부하 운전이 특정한 회전수에서 이루어지므로 본 논문에서는 강제진동 계산결과를 고유진동수 계산 결과와 비교하기 위하여 무부하 운전 시의 운전 특성을 적용하여 강제진동 응답을 계산하였다.

Fig.6~Fig.11은 종-비틈 연성진동 해석 결과를 보여 준다. Fig.6~Fig.8은 종진동 댐퍼 비작동 시의 계산결과를 나타낸다. 강제진동 계산결과를 Table 1의 자유진동 계산결과의 고유진동수와 비교하면 종진동의 2차 고유진동수(669.3CPM)와 비틈진동의 2차 고유진동수(689.0CPM)가 서로 근접하고 있으며, 이로 인하여 종진동 댐퍼 비작동 시 큰 종진동이 유발되고 있음을 알 수 있다.

Fig.9~Fig.11은 종진동 댐퍼가 정상 작동하는 경우의 엔진 축계 강제진동 계산 결과이다. Table 1에서 알 수 있듯이 종진동 댐퍼 작동 여부에 따라 고유진동수가 크게 변하고 있으며, Fig.6과 Fig.9를 비교하면 종진동 댐퍼 비작동 시 98rpm부근에서 크게 발생하던 7차 종진동 성분이 댐퍼의 감쇠 작용에 의해 크기가 확연히 줄었음을 알 수 있다. 또한 원제작사에서 제시한 축 방향 진동 규제치인 0.9mm,p-p를 충분히 만족하고 있음을 알 수 있다.

5. 요약 및 결론

내연 발전용 저속 대형 엔진-발전기 축계의 종-비틈 연성 진동 방정식을 유도 하였으며, 계산을 위해 필요한 크랭크 스로우의 강성계수를 유한요소해석 및 정적 축약법으로 구하였다. 또한 강제진동 해석을 행하였으며, 이상의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 크랭크 축의 강성계수 규명 과정에서 유한 요소 모델링의 크랭크 스로우 필렛 부위 메쉬의 조밀도가 크랭크 축의 강성계수에 많은 영향을 미치고 있음을 확인하였다.
2) 비틈진동의 고유진동수에서 강한 종진동 발생을 개발된 프로그램의 계산결과를 통해 확인할 수 있었다
3) 계산결과를 통해 7K60MC-S엔진 축계는 종진동 댐퍼의 작동여부에 따라 고유진동수와 강제 진동의 크기가 크게 영향을 받고 있음을 알 수 있었다.
4) 본 연구를 통해 개발된 전산 프로그램은 차후 실측치와 해석치의 비교를 통하여 수정, 보완될 예정이다.

참고 문헌

1. 한국선급, 1997, 선박 진동 소음 제어 지침.
2. 전효중 외 4명, 1990, "박용 디젤기관 크랭크 축계 종-비틀림 연성진동의 전산 프로그램 개발에 관한 연구," (사)한국선급
3. MAN B&W, 1998, "Coupled Axial and Torsional Vibration Calculation on Long-Stroke Diesel Engines," Proc. of Symposium of Engine Dynamics, pp. 185-196.
4. J. Jenzer, 1996, "Dynamic Aspects in Diesel Power Plants with Two-Stroke Diesel Engines," Wartsila New Sulzer Diesel Technical Paper, pp. 1-28.
5. M. Paz, 1991, Structural Dynamics Theory and Computation, Van Nostrand Reinhold.
6. W. T. Thomson, 1988, Theory of Vibration with Applications, Prentice-Hall International.
7. MAN B&W, 1996, "Vibration Characteristics of Two-Stroke Low Speed Diesel Engines," Proc. of MAN B&W Diesel Course 1996, pp.235-262.
8. D.C. Hesterman, S. J. Drew, and B. J. Stone, 1996, "Vibration of Engines Resulting from Torsional Vibration of Crankshafts," Proc. of 6th Int. Conf. On Vibrations in Rotating Machinery, IMechE, pp.713-723.
9. M.G. Parsons, 1983, "Mode Coupling in Torsional and Longitudinal Shafting Vibrations," Marine Technology, Vol.20, No.3.
10. J. Arai, 1987, "Torsional and Axial Vibration Induces by Fluctuation of Rotation Speed in Crankshaftings." J. of MESJ, Vol.22, No.8.
11. 박종포, 박희주, 2000, "박용 2행정 대형 디젤 엔진의 비틈진동 해석," 대한기계학회(submitted for possible publication).
12. J. P. Hortog, 1956, Mechanical Vibrations, McGraw-Hill.
13. Ir. D. Van Dort, N.J. Visser, 1963, "Crankshaft Coupled Free Torsional-Axial Vibrations of a Ship's Propulsion System," Int. Shipbuilding Progress.

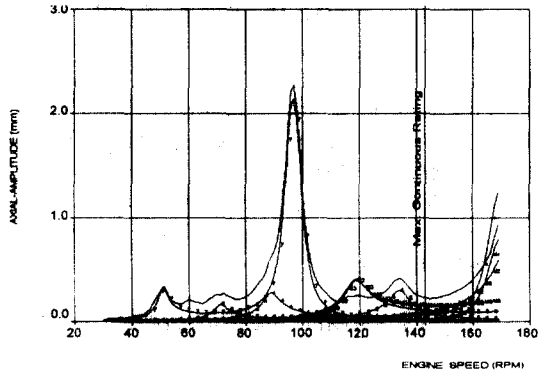

Fig. 6 Axial amplitudes of A.C. generator(AVD passive)

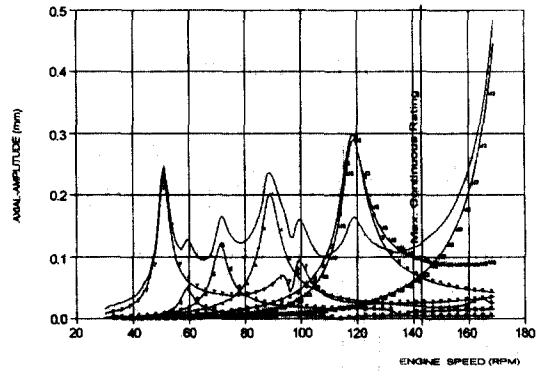

Fig. 7 Axial amplitudes of counter weight(AVD passive)

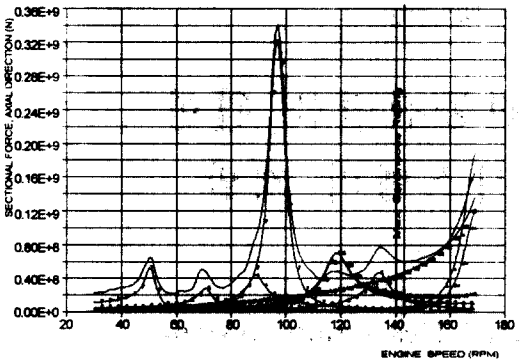

Fig. 8 Sectional forces acting on cam drive and thrust bearing(AVD passive)

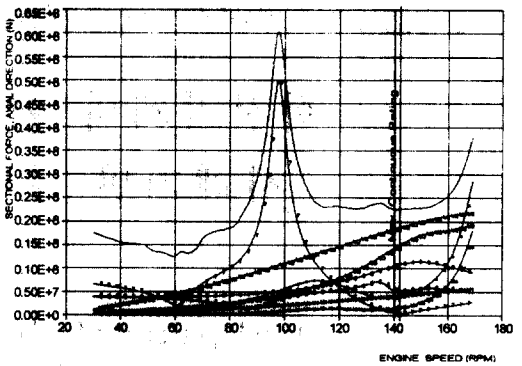

Fig. 11 Sectional forces acting on cam drive and thrust bearing(AVD active)

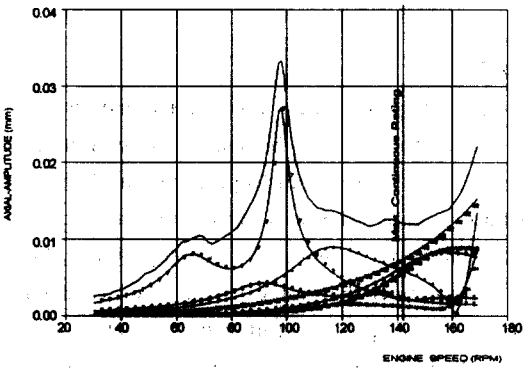

Fig. 9 Axial amplitudes of A.C. generator(AVD active)

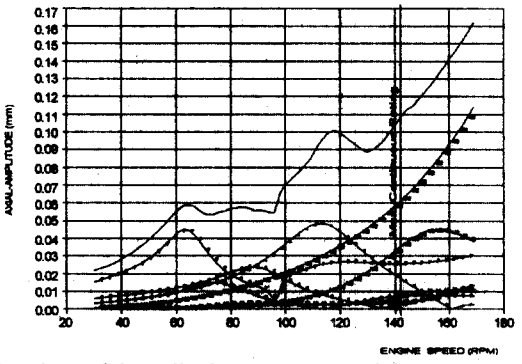

Fig. 10 Axial amplitudes on counter weight(AVD active)