

# 난류 경계층 내 벽면 변동 압력의 구조 기진력 모델링

°홍진숙\*, 신구균\*

## A Modelling of Structural Excitation Forces Due to Wall Pressure Fluctuations in a Turbulent Boundary Layer

(Hong Chin-Suk and Shin Ku-Kyun)

**Key Word** : Wall Pressure Fluctuation(벽면 변동 압력), Turbulent Boundary Layer(난류경계층), Corcos Model(코코스 모델), Structural Excitation Force(구조 기진력)

### ABSTRACT

It is essential to analyze structural vibrations due to turbulent wall pressure fluctuations over a body surface which moves through a fluid, because the vibrations can be a severe source of noise affecting to passengers in airplanes and SONAR performance. Generally, this kind of problems have been solved for very simplified models, e.g. plates, which can be applied to the wavenumber domain analysis. In this paper, a finite element modeling of the wall pressure fluctuations over arbitrary smooth surfaces is investigated. It is found that the modeled wall pressure fluctuation at nodes becomes uncorrelated at higher frequencies and at lower flow speeds, and the response is over-estimated due to the aliased power. Finally, the frequency range available for uncorrelated loading model and two power correction schemes are presented.

#### 1. 서론

유체 중을 주행하는 물체의 표면에는 유체의 점성에 의해 물체의 선단에서부터 발달하는 경계층 유동이 존재한다. 이 경계층 유동 중 구조물의 대부분에서는 난류경계층 유동이며 경계층 유동에서 발생하는 벽면 변동 압력 (wall pressure fluctuations) 성분은 구조물에 기진력으로 작용하여 진동을 발생시킨다.

항공기의 경우 고속으로 주행할 때 동체 주위에 형성된 난류경계층 내 벽면 변동 압력과 구조물과 파수일치(wavenumber matching)현상으로 강한 진동이 유발되어 기내 소음 높아져 승객의 안락도에 심각한 영향을 줄 수 있다. 수상함 또는 잠수함의 소나(SONAR) 또는 자항하는 소나의 경우 센서부의 음향창(acoustic window)에 형성된 난류경계층 내 벽면 변동 압력이 센서부에 감지되어 자체소음

을 증가시킴으로서 신호대 잡음비를 현저히 감소시켜 전체 시스템의 성능을 저하시키는 주요 원인이 된다. 또한 수중 운동체의 경우 접수면에 형성된 난류경계층 내 벽면 변동 압력이 진동을 유발시켜 방사소음의 주요 원인이 되기도 한다.

난류경계층 벽면 변동 압력에 의한 진동 해석을 위한 많은 연구<sup>(1,2,3)</sup>가 수행 되었으나 난류경계층 벽면 변동 압력 스펙트럼 모델<sup>(4,5)</sup>을 기진력으로 정식화 하여 파수영역 해석을 통해 평판과 같은 단순한 구조물에 대한 해석으로 그치고 있다. 이는 난류경계층 변동 압력이 시공간에서 랜덤(random)하고 파동의 특성을 갖고 있기 때문이다.

본 연구에서는 우선 단순모델에 대한 파수영역 해석을 수행하여 구조물의 특성과 난류 유동의 변동 압력 특성이 응답에 미치는 영향을 분석하여 범용 유한 요소 해석 패키지인 MSC/NASTRAN으로 공학적으로 유용한 응답을 구할 수 있는 난류경계층 벽면 변동 압력의 모델링 방안을 연구하

\* 국방과학연구소

고자 한다.

$$A = \exp(-\alpha|\omega\xi/U_c|) \quad (2)$$

$$B = \exp(-\beta|\omega\eta/U_c|) \quad (3)$$

## 2. 이론적 배경

### 2-1 난류경계층 내 벽면 변동 압력 모델

난류경계층 내의 복잡한 유체 입자의 거동에 의해 구조물의 표면에 발생하는 변동 압력은 유동 유기 진동의 기진원이 된다. 그러나, 일반적인 기계류에 의한 기진력은 기기와 구조물의 체결 부위를 통하여 일점 하중(point force)의 형태로 가진되지만 난류 경계층 내 벽면 변동 압력은 난류경계층이 발생한 구조물 표면 전체에 시, 공간적으로 랜덤한 분포 하중의 형태로 작용할 뿐 아니라, 임의 시간에, 임의 크기로, 임의 위치에서 발생한 난류경계층 내 에디(eddy)는 하류로 흘러가면서 큰 에디는 작은 에디로, 작은 에디는 더욱 작은 에디로 나누어지고 최종적으로는 점성에 의해 소산되어가는 대류 특성이 있다. 따라서, 임의 위치에서의 변동 압력은 인접 위치의 변동 압력과 상호 상관 관계를 가지게 된다. 이와 같은 특성을 가진 기진력을 수학적 형태로 표현하기 위하여 1960년대 이후 많은 연구가 이루어져 왔으며 압력 구배가 없는 무한 평판 위의 충분히 발달되고 균질한 난류 경계층에 대하여 Corcos 모델, Chase 모델, Ffowcs Williams 모델 등이 일반적으로 알려져 있다. 본 연구에서는 이들 중에서 비교적 취급이 용이하면서도 공학적 측면에서 신뢰성이 떨어지지 않는 Corcos 모델을 사용하기로 하였다.

Corcos 모델은 식(1)과 같이 벽면 변동 압력의 상호 스펙트럴 밀도 함수를 표현하고 있다.

$$\Phi_p(\xi, \eta, \omega) = \Phi_p(\omega) A(\omega\xi/U_c) B(\omega\eta/U_c) e^{-i(\omega\xi/U_c)} \quad (1)$$

여기서,  $\Phi_p(\omega)$ 는 벽면 변동 압력의 점(또는 자기) 파워 스펙트럴 밀도 함수,  $U_c$ 는 경계층 내 에디의 대류 속도(convection velocity)이다. 함수  $A(\cdot)$ 와  $B(\cdot)$ 는 각각 흐름 방향( $\xi$ ), 흐름에 수직방향( $\eta$ )으로의 상호 관계를 나타내는 Corcos 함수로 다음과 같이 표현하며 계수  $\alpha, \beta$ 는 매끈한 평판의 경우 0.1, 0.7 정도의 값을 가지는 것으로 알려져 있다.

식(1)을 공간상 후리에 변환하면 식(4)와 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_p(k_x, k_y, \omega) = \Phi_p(\omega) \cdot \frac{a k_c/\pi}{[(k_x - k_c)^2 + (a k_c)^2]} \cdot \frac{\beta k_c/\pi}{[k_y^2 + (\beta k_c)^2]} \quad (4)$$

여기서  $k_c (= \omega/U_c)$ 는 대류 파수(convective wave number)이다.

### 2-2 난류경계층 벽면 변동 압력에 의한 진동 응답 (이론해)

난류 경계층은 2차원이상의 유동장이므로 실제 유동 유기 진동은 평판의 구조물의 특성을 가져야 한다. 그러나, 본 연구에서는 간단히 하기 위하여 양단이 단순 지지된 보위에 유동이 보의 방향으로 흐르고 있는 것으로 가정하고 흐름의 수직 방향으로의 변동 압력 특성은 고려하지 않기로 한다.

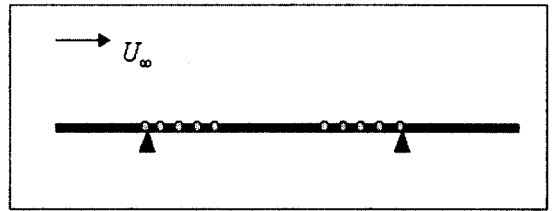


Fig 1. A Simply-supported beam subjected to Turbulent Wall Pressure Fluctuations

Fig. 1에서 보이는 바와 같이 흐름 방향으로 무한 길이에 걸쳐 균질한 난류 경계층이 형성되어 있고 그중 일부분이 길이  $L$ 인 탄성체 보이고 다른 영역은 강제인 경우를 생각하면 보의 수직 방향 변위  $u(x, t)$ 에 대한 운동 방정식은 다음과 같다.

$$EK(1+i\zeta) \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = p_i(x, t) \quad (5)$$

여기서,  $EI$ 는 보의 강성,  $\zeta$ 는 구조 감쇠 계수,  $m$ 은 단위 길이 당 질량 및  $p_i$ 는 압력을 각각 나

타낸다.

식(5)의 해는 고유 모드의 중첩의 형태로 표시할 수 있다. 즉 길이  $L$ 인 양단 단순지지 보의 고유 모드와 고유 진동수는 식(6) 및 (7)과 같이 쓸 수 있다.

$$a_n = \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{EI}{m}} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \quad (7)$$

식(8)과 같이  $x'$  위치에서 단위 조화 기진력이 작용하였을 때  $x$  위치에서의 응답을  $H(x, x', \omega)$ 라 하면 함수  $H$ 는 식(9)와 같다.

$$p_t(x, t) = \delta(x-x')e^{i\omega t} \quad (8)$$

$$H(x, x', \omega) = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n(x)a_n(x')}{[(\omega_n^2 - \omega^2) + i\xi\omega_n^2]} \quad (9)$$

그러므로 식(4)의 기진력이 작용할 때 보의 진동 응답에 대한 교차 스펙트럴 밀도 함수(cross-spectral density function)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{uu}(x, \xi, \omega) = \int_0^L \int_0^L \Phi_{nn}(\xi', \omega) H(x, x', -\omega) \cdot H(x + \xi, x' + \xi', \omega) dx' d\xi' \quad (10)$$

식(10)에서 만약  $x$  위치에서의 진동 스펙트럴 밀도를 계산하기 위하여는  $\xi = 0$ 로 두면 된다.

### 2-3 MSC/NASTRAN에서의 랜덤(random)하중에 의한 진동 응답

본 절에서는 본 연구에서 적용 대상으로 하는 범용 구조 해석 패키지인 MSC/NASTRAN의 랜덤 하중에 의한 진동 응답 해석 방법과 입력 자료에 대하여 소개하고자 한다. MSC/NASTRAN의 랜덤해석에서는 관심의 대상이 선형계(linear system)이고 결정계(deterministic system)인 구조물에 에르고딕(ergodic) 랜덤하중이 가해졌을 때 변위, 속도, 가속도 및 응력등 응답의 파워 스펙트럴 밀도 함수나 자기 상관 함수(auto correlation function) 및 RMS값을 계산한다. 사용자 입력 자료는 하중의 자기(auto-) 및 교차(cross-) 파워 스펙트럴 밀도 함수이고 주파수 응답 함수(frequency

response function)해석을 수행하여 하중이 작용하는 지점에 대한 응답점의 전달함수를 이용하여 응답을 계산한다.

Fig. 2와 같이 구조물에 상관관계를 가진 여러 개의 에르고딕 랜덤하중에 대한 응답은 식(11)과 같이 표현된다.

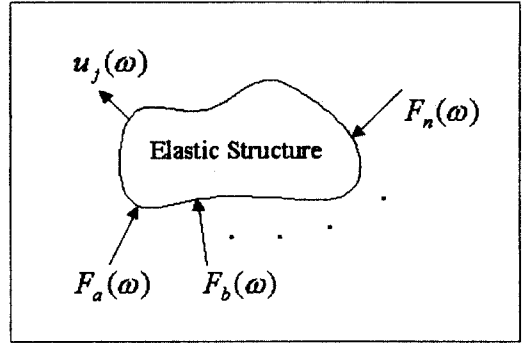


Fig. 2. An elastic structure subjected to random forces

$$u_j(\omega) = [H_{ja}H_{jb} \dots H_{jn}] \begin{pmatrix} F_a(\omega) \\ F_b(\omega) \\ \vdots \\ F_n(\omega) \end{pmatrix} \quad (11)$$

여기서  $F_a(\omega)$ 는 a지점에 가해진 랜덤하중이고  $H_{ja}$ 는 a지점의 단위 하중에 대한 j지점의 주파수 응답 함수이다. 응답  $u_j(\omega)$ 의 자기 파워 스펙트럴 밀도 함수는 식(12)같이 표현된다.

$$S_{u,u}(\omega) = T \langle u_j(\omega) u_j^*(\omega) \rangle \quad (12)$$

여기서  $S_{u,u}(\omega)$ 는 j지점 응답의 자기 파워 스펙트럴 밀도 함수이고  $T$ 는 평균시간 그리고  $\langle \rangle$ 은 시간 평균을 표시한다. 식(11)을 식(12)에 대입하면  $S_{u,u}(\omega)$ 는 식(13)과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{u,u}(\omega) = [H_j] [S]_{IN} [H_j^*]^T \quad (13)$$

여기서

$$[H_j] = [H_{ja}H_{jb} \dots H_{jn}] \quad (14)$$

이고, 뭇첨자 \*와 T는 공액복소수 및 전치행렬을 나타내며, 입력 파워 스펙트럴 밀도 함수 행렬은 식(15)와 같이 표현된다.

$$[S]_{IN} = \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & \dots & S_{al} \\ S_{ba} & S_{bb} & \dots & S_{bl} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{la} & S_{lb} & \dots & S_{ll} \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서  $S_{kl} = T \langle F_k, F_l^* \rangle$ 로서 하중의 교차 파워 스펙트럴 밀도 함수이다. 식(15)의 아래 첨자 a, b, l 및 k는 하중의 위치를 나타내고 있다.

MSC/NASTRAN의 사용자 입력 자료는  $[S]_{IN}$  행렬을 구성하는 것으로서 행렬의 각 요소를 주파수의 함수로 테이블 형태로 입력한다. 하중의 교차 파워 스펙트럴 밀도 함수는 그 공액 복소수와 식(16)와 같은 관계를 갖고 있다. 따라서 식(11)의 상부 삼각 행렬(upper triangle)만을 입력한다.

$$S_{kl} = S_{lk}^* \quad (16)$$

### 3. 구조 기진력 모델링

#### 3-1. 구조물의 이산화

일반적인 유한 요소 해석에서 구조물을 이산화하는 목적은 응답의 공간상 분포를 완전히 표시할 수 있도록 요소 크기(mesh size)를 결정하는 것이다. 응답을 모드해석법(modal method)으로 구할 경우 최대 관심주파수의 응답을 표현하는데 충분한 모드를 고려해야 하고 고려하는 모드 중 최대 공진주파수를 갖는 모드의 파수(wavenumber)가 최대 관심주파수와 가장 가까운 모드의 파수보다 최소 2배 이상 되어야 한다. 그런데 통상 임의 형상의 구조물에 대한 모드의 파수를 아는 것은 불가능하므로 최대 관심주파수의 2배 이상 되는 공진주파수의 모드가 완전히 표현될 수 있도록 요소 크기를 결정한다. 아울러, 본 연구에서 다루고 있는 난류경계층 변동 압력을 기진력으로 모델링 해야 할 경우는 기진력의 특성상 식(1)로 표현된 공간적으로 연속적인 상관관계가 완전히 표현되도록 모델링 되어야 한다. 이상의 두 조건으로부터 작은 요소 크기를 택하여 구조물을 이산화 하여야 구조물에 인가되는 하중이 완전하게 표현되고 그

응답 역시 완전히 표현될 수 있다. 이들의 관계를 파수 영역에서 Fig. 3과 같이 표시하여 설명할 수 있다.

$$k_{max} > k_{mode, max} \geq 2k_{\omega, max} \quad (17a)$$

$$k_{max} \gg k_{c, max} \quad (17b)$$

$$k_{max} = \left(\frac{2\pi}{\Delta x}\right)/2 \quad (17c)$$

여기서  $k_{max}$ 는 이산화 이론(sampling theory)로부터 얻은 이산 공간에서 표현되는 최대 파수를 의미하며  $k_{mode, max}$ 는 계산에서 고려되는 모드의 최대 파수를 나타낸다. 그리고  $k_{\omega, max}$ 는 최대 관심주파수와 가장 가까운 공진주파수에 해당되는 모드의 파수이고,  $k_{c, max}$ 는 난류경계층 변동 압력의 최대 관심주파수에서의 대류 파수로서 식(18)과 같이 표현된다.

$$k_{c, max} = \omega_{max} / U_c \quad (18)$$

#### 3-2. 벽면 변동 압력 모델링

앞서 언급한 바와 같이 하중의 특성을 고려하여 구조물이 이산화되어 절점이 결정되면 식(1)로 표시된 압력의 자기 및 교차 파워 스펙트럴 밀도 함수를 등가의 절점력으로 환산하여 식(15)의 각 요소를 주파수에 대한 값으로 입력하면 된다. 압력을 절점력으로 환산은 MSC/NASTRAN에서 압력이 가해진 각 요소에 단위 압력을 가하여 정적해석을 수행하여 쉽게 구할 수 있다<sup>(6)</sup>. 교차 스펙트럴 밀도 함수는 앞서 결정된 요소의 크기로 이산화 되어 입력된다.

앞의 조건을 만족하도록 모델링된 구조물에서 유동의 흐름을 생각할 때 유동과 구조물이 처음 만나는 경계와 유동이 이탈하는 경계의 상류와 하류에 대한 상호관계가 입력되지 않으면 상관 길이가 긴 저주파 대역 응답이 과도하게 예측된다. 따라서 유동 방향을 고려하여 유동 방향 및 이에 수직한 방향으로 유동의 정보를 입력할 수 있도록 임시 구조물(dummy structure)을 모델링하여야 하며 경계조건으로 원래 구조물의 응답에 영향이 없도록 하여야 한다.

Table 1. Properties of the Beam

| E                        | $\rho$ | $\nu$ | A        | $I_1$                               | $I_2$  | J      |
|--------------------------|--------|-------|----------|-------------------------------------|--------|--------|
| 7.1E10                   | 2650   | 0.33  | 6.158E-4 | 3.0E-8                              | 3.0E-8 | 6.0E-8 |
| E : Young's modulus      |        |       |          | $I_1, I_2$ : area moment of inertia |        |        |
| $\rho$ : density         |        |       |          | J : torsional constant              |        |        |
| $\nu$ : Poisson ratio    |        |       |          |                                     |        |        |
| A : cross-sectional area |        |       |          |                                     |        |        |

Fig 1에서 보인 보에 대하여 길이가 1m이고 Table 1의 물성치를 갖는 경우에 대하여 대류속도 200m/s일 때 최대 4kHz 까지의 응답을 이론해 및 유한 요소법을 이용하여 응답을 계산하고자 한다. 우선, 모드 해석을 통해 얻은 고유진동수와 모드로부터  $k_{mode,max} = 20\pi$ 로 결정할 수 있다. 대류속도와 최대 관심주파수를 식(18)에 대입하면  $k_{c,max} = 40\pi$ 를 얻을 수 있다. 따라서 이 하중 조건에서 완전한 모델링을 위해 식(17)에 의해 Fig. 3에서 보인 바와 같이  $k_{max} = 100\pi$  정도로 정할 수 있으므로 식(17c)로부터 요소 크기는 0.01m로 정할 수 있다. Fig. 4는 최대 관심주파수에 대한 상호관계를 입력한 예로서 공간상이 분포가 완전히 표현되고 있음을 알 수 있다. Fig. 5는 식(10)에 의해 구한 이론해와 MSC/NASTRAN의 이용하여 구한 중앙점의 변위 파워 스펙트럴 밀도 함수를 보이고 있으며 두 결과는 잘 일치하고 있다. 그러나 저주파 대역에서는 저주파대역으로 갈수록 큰 차이를 보이고 있다. 이는 앞에서 언급한 임시 구조물이 모델링

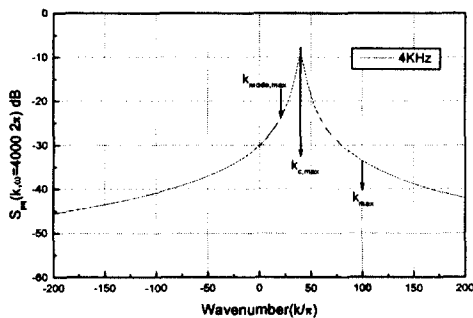


Fig 3 Wavenumber Spectrum at the maximum frequency of interest and the Position of modeling-related wavenumbers

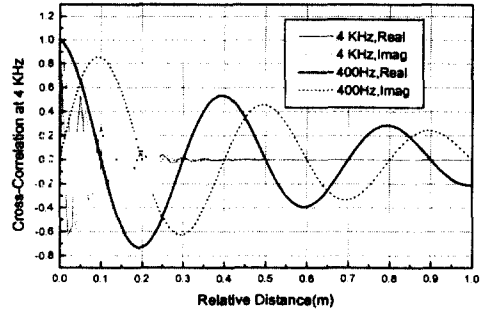


Fig. 4 User-input Cross-Correlation Function

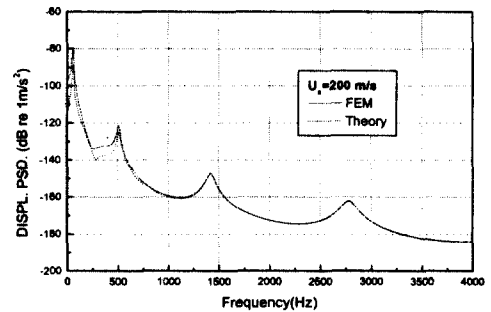


Fig. 5 Displacement Power Spectral Density Function at x=0.5

되지 않아 Fig. 4에서 보인 400Hz의 상관관계와 같이 상대거리가 1m이상 되는 상관관계가 고려되지 않았기 때문이다.

### 3-3 공학적 모델링

앞서 언급한 하중 및 구조물의 응답이 완전히 표현 되는 조건을 고려하여 모델링 한다면 정해를 얻을 수 있겠으나 사실 모델링 시 여러 가지 문제점을 유발시킨다. 식(17)조건은 최대 관심주파수의 대류 파수( $k_{c,max}$ )와 모드의 최대 파수( $k_{mode,max}$ )가 근접해 있지 않다면 구조물 응답 표현 조건식(17a)와 무관하게 식(17b)의 하중 표현 조건에 의해 요소 크기는 결정되고 관심 주파수가 높을수록, 유속이 낮을수록 요소 크기는 점점 작아진다. 요소 모델링에서 요소 크기를 무작정 작게 모델링할 수 없는 한계이고, 뿐만 아니라 식(1)에 보인 바와 같이 하중의 상관관계를 난류경계층이 형성

된 모든 절점에 대하여 모델링 해야 한다. 또한 저주파 대역의 응답에 대한 정도를 높이기 위해 임시 구조물을 모델링하는 것 역시 현실성이 없다. 이 모든 제약 조건을 고려한다면 사실상 해석 가능한 문제는 거의 없다.

식(10)의 이론해를 살펴보면 모드의 파수와 대류 파수가 파수 영역에서 멀리 떨어져 있으면 대류 파수의 에너지는 응답에 영향을 미치지 못한다. 이 경우 유한 요소 모델링에서 하중 모델을 엄밀히 하더라도 그 응답의 정도에는 무관함을 의미한다. 따라서 구조물은 응답 표현 조건인 식(17a)만을 적용하여 모델링하여도 충분하다. 단지 식(17b)를 적용하지 않음으로서 파생되는 문제점을 고려해 주어야 한다. Fig. 6은 대류 속도가 20 m/s인 경우에 대하여 해석한 결과로서 이 경우 식(17a)는 만족하나 식(17b)는 만족하지 않는 요소 크기로 모델링된 상태이다. Fig. 6에서 볼 수 있듯이 700Hz이하에서는 이론해와 FEM(correlated loading)의 해가 잘 일치하나 주파수가 증가할수록 FEM(un-correlated loading)의 해로 근접하고 있음을 알 수 있다. 이는 Fig. 7에서 보인 상관관계가 고주파 대역으로 갈수록 모델링된 절점으로 완전히 표시되지 않기 때문이며 결국 상관관계의 정보는 점점 사라져 비 상관 하중의 상태로 된다. 이 현상은 이산화 이론(sampling theory)의 개념을 빌어 설명할 수 있다. 이산화 폭(sampling rate)  $\Delta x$ 의 2배 내에 존재하는 상관관계 즉 파수가  $k_{\max}(=\pi/\Delta x)$ 이상인 상관관계는 완전히 표현되기 어렵고 aliasing 현상이 일어나 파수가  $k_{\max}$  이상인 영역의 에너지가 유입된다. 유실된 상관관계로 인하여 발생된 오류는 식(17a)를 적용하여 모델링된 요소 크기 내의 상관관계에 의한 파워 손실이 미 반영된 것이다.

미 반영된 파워 손실은 aliasing에서 기인되므로 식(1)의 하중의 분포를 이산화된 모델에 맞도록 수정하여 입력하면 될 것이다. 이는 Anti-aliasing Filter를 통과시키는 것과 동일한 개념이다. 그러나 최종적으로 이산화 상태에서 문제가 일어나는 주파수대역의 응답은 비 상관 하중상태의 응답과 동일하게 되므로 Fig. 3과 같은 식(4)의 난류 변동 압력의 파수 스펙트럼에서  $-k_{\max} < k < k_{\max}$  영역 내의 파워(Fig. 8, correction #1)만을 인가하여 응

답을 구하면 Fig 9에 가는 실선으로 나타나며 이론해에 근접하고 있음을 알 수 있다.

하중 모델링시 애초에 correction #1에서 구한 파워를 갖도록 하고 전 주파수 대역에서 비 상관 하중으로 모델링하면 응답이 Fig.9에서 점선으로 표시된 것과 같이 된다. Fig. 9에서 보는 바와 같이  $k_{\max} < 2\pi f/U_c$ 되는 주파수 영역에서는 이 해가 이론해와 앞의 경우 보다 더 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 관심주파수 대역이  $k_{\max} < 2\pi f/U_c$ 을 만족하는 영역에 있다면 하중은 비 상관 하중으로 모델링할 수 있게 되어 문제는 훨씬 쉽게 해결될 수 있다.

다음은 앞서 설명한 Anti-Aliasing Filter개념을 도입한 파워 계산법(correction #1)과 달리 구조 응답 입장에서 합리적인 가정을 통하여 얻은 파워 계산법(correction #2)과 계산 결과를 설명한다.

만약 구조 모델링을 하중 표현이 완전히 되도록 식(17)을 모두 만족하는 요소 크기로 정하여 원래의 요소 크기에 K개의 절점을 더하였다면 식(10)은 식(19)와 같이 표현된다.

$$S_{u,u_i} = \sum_{a=1}^N \sum_{k=0}^K \sum_{l=0}^K H_{a,i} S_{a,a} H_{a,i}^* \quad (19)$$

여기서 N과  $H_{a,i}$ 은 원래의 절점수 및 전달함수이고  $H_{a,i}$ , ( $k \neq 0$ )은 추가된 절점력에 대한  $j$ 지점 사이의 전달함수이다. 이들 추가된 절점이 응답의 파장에 비해 매우 가까운 범위에 있으므로 추가된 절점력에 대한 전달함수는 모두 같다고 가정할 수 있다. 따라서 식(19)는 식(20)과 같이 표현된다.

$$S_{u,u_i} = \sum_{a=1}^N |H_{a,i}|^2 \sum_{k=0}^K \sum_{l=0}^K S_{a,a} \quad (20)$$

식(20)은 식(10)의  $S_{IN}$ 이 대각항에 식(21)의 값을 갖는 형태가 된다.

$$\sum_{k=0}^K \sum_{l=0}^K S_{a,a} \quad (21)$$

따라서, 결국 식(21)의 하중이 원래의 모든 절점에 비 상관 하중으로 모델링된 경우와 같이 표현되었다.

$S_{a,a}$ 를 등가의 절점력으로 표시하면  $S_{a,a} = \Phi_{a,a} \cdot (\Delta x/K)^2$ 이며 상대거리가 같으면 같은

값을 가지므로 상대거리에 대한 첨자로 고치면 식 (22)와 같이 된다.

$$\sum_{k=0}^K \phi_{a,\omega}(k\Delta x/K) \cdot (\Delta x/K)^2 \quad (22)$$

K를 무한히 많이 늘린다고 생각하고 식(22)를 다시 표현하면 식(23)과 같이 표시되고 적분형태로 고치면 식 (23)과 같이 된다. 적분 구간은  $-\Delta x \leq \xi \leq \Delta x$ 이어야 하나  $\Delta x$ 이후에는 상관관계가 없다고 가정하였으므로  $-\infty \leq \xi \leq \infty$ 로 하였다.

$$\Delta x \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \phi_{a,\omega}(k\Delta x/K) \frac{\Delta x}{K} \quad (23)$$

$$\Delta x \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{a,\omega}(\xi, \omega) d\xi \quad (24)$$

식(24)에 식(1)을 1차원 유동에 대하여 고쳐( $\beta=0$ ) 대입하여 계산하고 그 결과의 실수부만을 취하면 식(25)와 같이 되고 각 주파수에 대하여 구한 결과가 Fig. 8에 점선으로 표시되어 있다.

$$\frac{a}{\omega/U_c \cdot (a^2 + 1)} \times \Delta x \quad (25)$$

식(25)의 값을 비 상관 하중으로 모델링하여 유속 20 m/s에 대하여 구한 응답이 Fig. 9에  $-\circ-\circ-$ 로 표시되어 있다. Fig. 9에서 보는 바와 같이 계산 결과가 이론해와 매우 잘 일치하고 있으며 상관관계가 존재하는 주파수 대역( $k_{max} > 2\pi f/U_c$ )에서도 잘 일치하였다. 뿐만 아니라 유속이 200m/s인 경우는 전 주파수 대역에서 하중의 상관관계가 잘 표현되므로  $\Delta x$ 이상의 거리에서 상관관계가 존재하지 않는 주파수 대역( $k_{max} < 2\pi f/U_c$ )이 없는 경우로서 **correction #1**이 가용한 주파수 영역이 없다. 그런데 Fig. 10은 유속이 200m/s인 경우의 응답을 표시한 것으로 이 때 **correction #2**방법으로 구한 응답이 이론해와 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

앞서 설명한 **correction #1**에 의한 방법은 상관관계가 존재하는 주파수 대역에서는 비 상관 하중으로 모델링 하게 될 경우 응답을 신뢰할 수 없으며, 이 경우(**correction #2**)역시  $\Delta x$ 이상의 거리

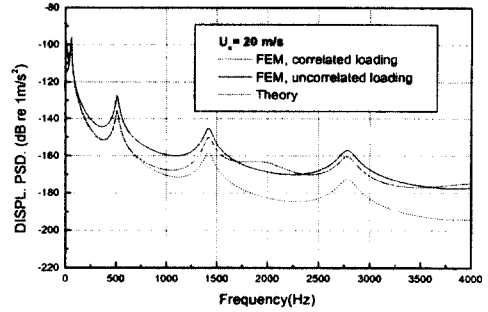


Fig. 6. Response power spectral density function subjected to uncorrected loadings

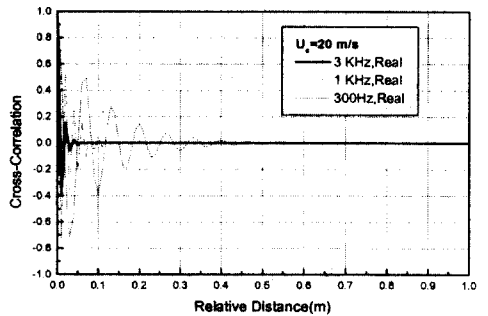


Fig. 7 Cross-correlation function at  $U_c=20$  m/s

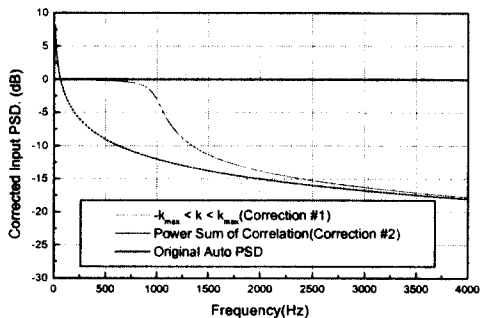


Fig. 8 Corrected input power spectral density function

에서 상관관계가 존재하는 주파수 대역( $k_{max} > 2\pi f/U_c$ )에서는 응답이 이론해와 차이를 보여야 함에도 불구하고 대부분의 주파수 영역에서 믿을 만한 응답을 얻었다.

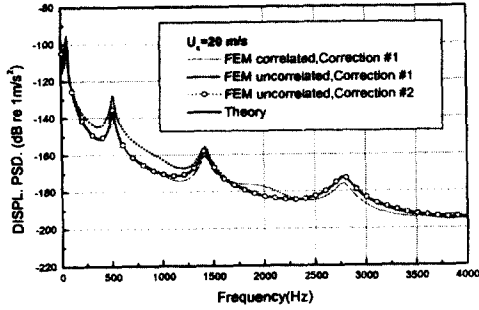


Fig. 9 Comparisons of response power spectral density functions from different 3 methods

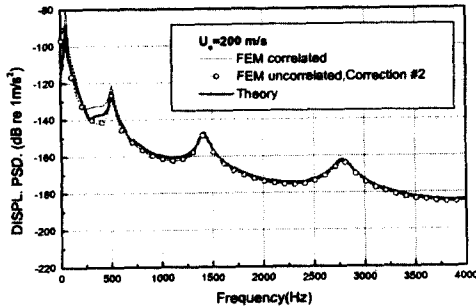


Fig. 10 Applicability of uncorrelated load modelling to a correlated load model using correction #2 method

이 현상은 식(23)의 적분 구간이 원래는  $-\Delta x \leq \xi \leq \Delta x$  이나  $\Delta x$  이후에는 상관관계가 없으므로 적분구간을  $-\infty \leq \xi \leq \infty$ 로 하여도 적분값이 같다고 가정하여 일어난다. 기본 가정이 적용되지 않는 저주파 대역의 결과에 미친 영향이 이론해에 접근하였는데 이는 저주파 대역으로 갈수록 전달함수가 같은 범위가 늘어나기 때문이며 난류 압력 변동이 공간상에서 균일하여 상관관계가 상대거리에만 의존하기 때문인 것으로 판단된다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 난류경계층 내 벽면 변동 압력에 의한 응답 해석을 위해 구조 및 하중의 유한 요소 모델링 방안을 제시하였으며 제시한 두 방법이 이

론해를 구할 수 있는 단순한 문제에 적용하여 타당성을 검증하였다. correction #1에 의한 anti-aliasing-filtered power를 비 상관 하중으로 모델링하여 얻은 응답은  $k_{max} < 2\pi/U_c$ 을 만족하는 주파수 대역에서만 신뢰할 수 있고 correction #2 방법으로 구한 power를 비 상관 하중으로 구한 응답은 더 넓은 주파수 대역에서 응답을 신뢰할 수 있었다.

따라서 Corcos모델이 적용 가능한 임의 형상의 구조물의 난류 벽면 변동 압력에 의한 응답은 본 연구에서 제시한 방법을 적용하여 유한 요소 모델링 시 수정된 비 상관 하중으로 간주하여 해석할 수 있다.

#### 5. 참고문헌

- (1) 신구균, 홍진숙, 1999, 난류 유동에 의한 평판의 진동 해석(II), 국방과학연구소, 기술보고서 NWSD-513-990395
- (2) W. A Strawderman & R. S. Brand, 1969, Turbulent-Flow-Excited Vibration of a Simply Supported Rectangular Flat Plate, JASA, Vol.45(1)
- (3) M. L. 1992, Rumerman, Frequency-Flow Speed Dependence of Structural Response to Turbulent Boundary Layer Pressure Excitation, JASA, Vol92(6)
- (4) G. M. Corcos, 1964, The Structure of the Turbulent Pressure Field in Boundary-Layer Flows, JFM, Vol.18, pp.335-378
- (5) D. M. Chase, 1980, Modeling the Wavevector-Frequency Spectrum of Turbulent Boundary Layer Wall Pressure, JSV, Vol.70(1), pp. 29-67
- (6) 홍진숙, 신구균, 1997, 범용 패키지의 결합을 통한 구조-유체 상호 작용 해석 기법, 한국소음진동공학회지, 제7권 제4호, pp. 571-587