

유체 충전 탄성호스 내의 길이 방향 파동 전파속도에 관한 실험적 규명

° 권 오 조*, 조 치 영*

Experimental Identification of the Longitudinal Wave Propagation Speed in Fluid-filled Elastic Hose

°O-Cho Kwon* and Chee-Young Joh*

ABSTRACT

In this paper, an experimental identification method is presented to identify the bulge wave and extensional wave propagation speeds in the fluid-filled elastic hose. An fluid-filled hose is hanged vertically for straight position. The exciting device of piston type is developed to generate the bulge wave and extensional wave in the elastic hose. Hydrophones are arranged in the fluid-filled hose linearly to measure the wave pressure. The wave speeds are estimated using the wavenumber-frequency spectrum analysis technique.

1. 서 론

유체가 충전된 탄성호스는 외력에 의하여 기계적인 진동이 유발되며 이러한 진동은 과도한 소음을 유발시킨다. 특히 선배열 음향모듈을 수중에서 예인하며 운용할 경우 음향모듈에는 자체소음이 필연적으로 발생한다. 그 주요 원인으로는 크게 두 가지 가진력이 작용하는데, 하나는 예인케이블의 스트러밍 진동에 의해서 음향모듈의 콘넥터에 가해지는 길이 방향 진동이며 다른 하나는 탄성호스 외벽과 외부 유체와의 점성 마찰에 의한 난류경계층 유동의 반경 방향 진동이다.⁽¹⁾ 이러한 가진력에 의한 소음은 내부의 충전유 유동과 탄성호스와의 상호 작용에 따라 탄성호스 자체에 발생하는 2개의 파동 즉 벌지파(bulge wave or breathing wave)와 확장파(extensional wave)에 의해 결정된

다.⁽²⁾⁽³⁾ 따라서 자체소음의 예측 및 특성 파악을 위해서는 각 파동의 전파속도를 정확하게 규명하는 것이 필요하다.

Fig. 1과 2는 벌지파와 확장파의 변형 특성을 비교하여 보여준다. Fig. 1은 벌지파의 변형 특성으로 외력에 의한 길이 방향 및 반경 방향 진동은 탄성호스 내부 충전유를 주기적으로 변위를 주어 탄성호스를 반경 방향으로 수축 및 팽창시키는 n=0차 진동 모드를 발생시키며 이러한 진동 즉 벌지 변형은 탄성호스 벽을 타고 길이 방향으로 전파함에 따라 탄성호스 내부의 유체에 벌지파를 유발시킨다. 이러한 벌지파의 전파속도는 탄성호스의 물성치(두께, 반경, 탄성계수)와 충전유 밀도 뿐만 아니라 선배열 음향모듈을 구성하는 각종 내부 구조물에 따라 결정된다.

* 국방과학연구소

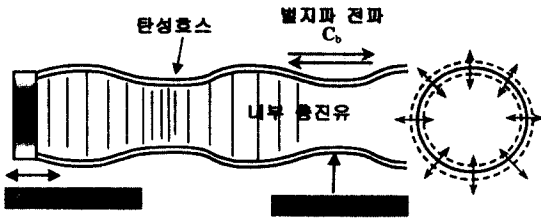


Fig. 1 Bulge wave

Fig. 2는 확장파 특성으로 길이 방향 진동이 선배열 음향모드에 작용하여, 탄성호스 벽의 임의의 위치에서 인장 변형과 프와송 비에 의해서 탄성호스 벽의 반경 방향과 원주 방향 수축을 유발시킨다. 그러나 내부 유체는 비압축성이므로 반경 방향으로 변형되지 않기 때문에 확장파는 탄성호스 벽의 두께를 반경 방향으로 얇게 한다. 이러한 반경 방향 구속 조건은 탄성호스 벽에 국부적인 후프(hoop) 응력과 이에 상응하는 내부 유체 압력을 초래한다. 확장 변형이 최대가 될 때 호스 벽 두께가 최대가 얇아지고 그 위치에서의 내부 유체 압력은 최대가 된다. 이렇게 탄성호스 내부에 발생된 압력은 길이 방향으로 진행하면서 확장파를 발생시킨다.

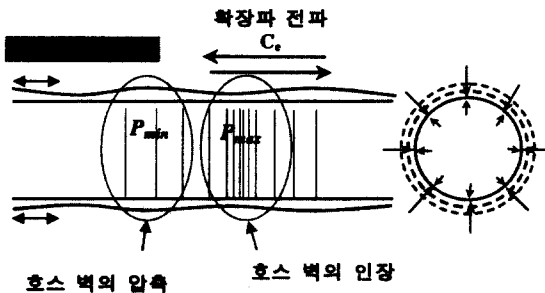


Fig. 2 Extensional wave

본 논문은 이들 파동을 실험적으로 규명하기 위한 연구로 유체 충전 탄성호스 내에 길이 방향으로 진행하는 압력파를 발생시킬 수 있도록 하기 위하여 내부 유체를 길이 방향으로만 가진 할 수 있는 가진 장치를 설계하였고 파동의 전파속도를 규명하기 위하여 탄성호스 내부에 표준 청음기를 일정한 간격으로 선배열된 측정시스템을 고안하였다. 청음기로부터 수신된 시간-공간 영역의 신호로

부터 2차 푸리에 변환을 이용하여 파수-주파수 스펙트럼을 얻은 다음 확산 곡선의 기울기를 계산하여 각 파동에 대한 전파속도를 구할 수 있다.

2. 쉘 진동 이론

유체가 충전된 원통 실린더 쉘에서는 내부 유체와 구조물의 상호 작용에 의해서 진동 및 음파를 발생시키며 이러한 현상들은 원통 실린더 쉘과 내부 유체를 타고 파동 형태로 나타난다.⁽⁴⁾⁽⁵⁾ 본 장에서는 탄성호스에 대한 동특성 해석을 통하여 호스 내에 발생되는 각종 압력 파동의 전달 특성을 해석하였다. 탄성호스의 파동 특성을 해석하는데 있어서 쉘 이론을 적용하기 위해서 다음과 같은 가정을 세운다.

- 호스 쉘의 두께 \ll 호스의 반경이나 길이
- 호스 쉘의 변형량 \ll 호스 쉘의 두께
- 호스 쉘 재질은 균일하고 등방성
- 반경 방향의 법선 변형률과 전단 변형률 = 0

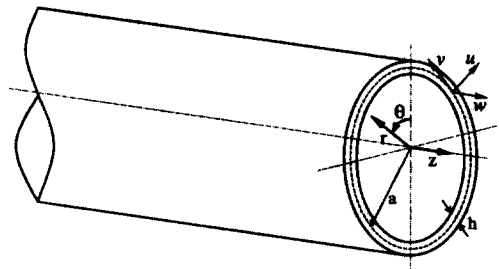


Fig. 3 Geometry and cylindrical coordinate

Fig. 3에서 설명하는 것처럼 두께가 h , 평균 반경이 a 인 원형 단면을 갖는 탄성호스 내부에 유체가 충전된 경우 쉘의 자유 진동은 공진모드의 합성으로 다음 식(1), (2), (3)으로 표현될 수 있다.

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} U_{nm} \cos(n\theta) \exp\left[j\omega t - jk_{nm}z + \frac{j\pi}{2}\right] \quad (1)$$

$$v = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} V_{nm} \sin(n\theta) \exp[j\omega t - jk_{nm}z] \quad (2)$$

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W_{nm} \cos(n\theta) \exp[j\omega t - jk_{nm}z] \quad (3)$$

여기서 u, v, w 는 각각 반경 방향, 원주 방향, 축 방향에 대한 변위를 나타내며 k_{nm} 은 각 모드(n, m)에 대한 길이 방향 파수이다. 위 식들을 행렬 형태

로 바꾸면 다음 식(4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{nm} \\ V_{nm} \\ W_{nm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

그런데 식(4)의 행렬 내의 요소 값들은 적용되는 쉘 이론에 따라 달라지는데, Flugges의 쉘 이론⁽⁴⁾에 따른 무차원 행렬 계수는 다음 식들로 표현된다.

$$L_{11} = \Omega^2 - (k_{nm}a)^2 - \frac{(1-\nu)n^2(1+\beta)^2}{2} \quad (5)$$

$$L_{12} = L_{21} = \frac{(1+\nu)n(k_{nm}a)}{2} \quad (6)$$

$$L_{13} = L_{31} = -j(k_{nm}a) \left\{ \nu + \beta^2 \left[(k_{nm}a)^2 - \frac{(1-\nu)n^2}{2} \right] \right\} \quad (7)$$

$$L_{22} = \Omega^2 - \frac{(1-\nu)(k_{nm}a)^2(1+3\beta^2)}{2} - n^2 \quad (8)$$

$$L_{23} = L_{32} = jn \left(1 + \frac{(3-\nu)\beta^2(k_{nm}a)^2}{2} \right) \quad (9)$$

$$L_{33} = 1 - \Omega^2 + \beta^2 [1 - 2n^2 + ((k_{nm}a)^2 + n^2)^2] - FL \quad (10)$$

여기서 위 식(5)부터 식(10)에 사용된 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\beta = \text{shell parameter} \quad \beta^2 = \frac{h^2}{12a^2} \quad (11)$$

$$\Omega = \text{non-dimensional frequency} \quad \Omega = \omega a / c_p \quad (12)$$

FL = internal fluid loading term

k_m^r = radial wave number

c_p = longitudinal wave speed in a plate

$$c_p = \left[\frac{E_h}{(1-\nu^2)\rho_h} \right]^{1/2} \quad (13)$$

E_h = Young's modulus of elasticity

ν = Poisson's ratio

ρ_h = shell density

식(10)에서 FL은 내부 유체에 대한 상수인데 다음 식(14)로 표현된다.

$$FL_i = \Omega^2 (\rho_{oil} / \rho_h) (h/a)^{-1} (k_m^r a)^{-1} \left[\frac{J_n(k_m^r a)}{J_n'(k_m^r a)} \right] \quad (14)$$

식(14)에서 보면 저주파 영역($\Omega \Rightarrow 0$)에서는 FL 값이 작아지는데 이 때는 내부 유체의 영향이 작아서 마치 내부 유체가 없고 공기가 채워진 탄성

호스의 거동과 같아지게 된다. 또한 쉘의 두께가 증가하거나, ρ_{oil} / ρ_h 의 비가 감소 할 수록 호스 내부 유체의 영향이 감소함을 알 수 있다. 자유 진행파의 특성은 다음의 행렬식(15)으로부터 얻을 수 있다.

$$\det[L] = 0 \quad (15)$$

위 특성 방정식을 풀면 각 파동의 파수-주파수 관계로 나타나는 분산식을 얻을 수 있다. 먼저 내부 유체가 없는 경우(FL=0)는 ka에 관한 단순한 다항식으로 정리되어 풀 수 있지만, 내부 유체가 포함된 경우는 Bessel 함수에 ka항이 포함되어 있는 비선형 방정식으로 되어 쉽게 풀리지 않는다. 그래서 분산식의 근을 찾기 위하여 수치 해석 방법이 필요하다.

이론적 해석에서는 파동의 파장이 호스의 직경에 비해 큰 주파수 범위에 대해서 관심이 있기 때문에 단지 Ω (무차원 주파수)가 1보다 작은 범위만이 고려된다.

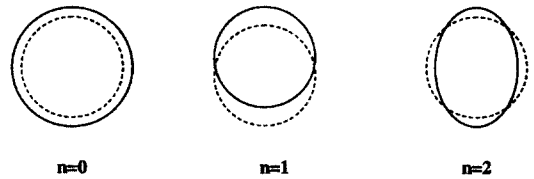


Fig. 4 Modal shapes

n=0차 진동 모드에서는 원주각(θ)에 대한 호스 벽의 변위는 일정하다. $\Omega < 0.15$ 인 저주파 영역에서는 이들 파동의 전파 속도($c = \omega/k$)는 거의 일정하다. 벌지파는 호스 벽의 원주 방향 탄성계수 뿐만 아니라 내부 유체의 압축률과도 관계가 있다. 다음 식(16), (17), (18)는 저주파 영역에서의 Korteweg-Lamb⁽⁴⁾ 식으로 근사화된 식이다.

$$C_b = \sqrt{\frac{K_{oil}}{\rho_{oil}} \left(1 + 2 \frac{a}{h} \frac{K_{oil}}{E_h} \right)^{-1}} = \sqrt{\frac{E_h h}{2 \rho_{oil} a}} \quad (16)$$

$$C_e = \sqrt{\frac{E_h}{\rho_h}} \quad (17)$$

$$C_t = \sqrt{\frac{E_h}{2(1+\nu)\rho_h}} \quad (18)$$

여기서 C_b , C_e , C_t 는 각각 벌지파, 확장파, 비틀림파(torsional wave)이고, $K_{oil} (= \rho_{oil} \times C_{oil}(\text{음속})^2)$ 과 ρ_{oil} 은 호스 내부 충전유의 압축율과 밀도이며 E_h 는 호스 벽의 원주 방향 탄성계수, a 는 호스의 평균 반경, h 는 호스의 두께이다.

3. 파수-주파수 분석

파동의 전파속도를 실험적으로 측정하기 위하여 많은 사람들은 다양한 기법을 제안하였다.⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾ 그 중에서 선배열 음향센서의 경우는 내부 유체에 발생하는 동압력을 측정하여 파수-주파수 변환을 통하여 파동의 전파속도를 규명하는 방법이 유용하게 사용될 수 있다.⁽²⁾ 파수-주파수 변환은 다음 식(19)로 표현되는 공간-시간에 대한 2차 푸리에 변환이다.

$$F(k, \omega) = \int \int S(t, x) e^{-j k x} e^{-j \omega t} dx dt \quad (19)$$

여기서 $S(t, x)$ 는 시간-공간 함수이며 $F(k, \omega)$ 는 푸리에 변환 함수이다.

$F(k, \omega)$ 의 스펙트럼은 $k-\omega$ 평면상에 3차원 형태로 표현되어 Fig.5와 같이 특정 정보를 갖고 있는 곡선 혹은 직선 궤적을 형성하게 된다. 이러한 곡선을 분산 곡선(dispersion curve)이라 불리우며 임의의 주파수(ω)에서 이 곡선의 기울기는 그룹속도(group speed C_g)이라 하는 파동의 전파속도를 보여준다. 그리고 분산곡선의 기울기가 낮아질수록 파동의 전파속도는 빨라진다. 일반적으로 그룹속도는 주파수의 함수이기 때문에 직선을 갖지 않는다. 특별히 그룹속도가 주파수와 무관하여 분산 곡선이 직선 형태를 가질 때 이를 비분산 곡선이라 부른다.⁽⁸⁾ 만약 파동이 전(前)방향(+x 축)으로부터 전파되면 분산 곡선은 $-k$ 평면상에 나타나고 파동이 후(後)방향(-x 축)으로부터 전파되면 분산곡선은 $+k$ 평면상에 나타난다. 파동의 전파속도는 다음 식(20)과 같이 분산 곡선에서 파수의 증분에 대한 주파수의 변화의 비로부터 계산된다.

$$C_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\Delta f}{\Delta k / 2\pi} \quad (20)$$

파수-주파수 분석에서도 시간 영역 신호의 푸리에

변환에서와 마찬가지로 앨리어싱 문제, 밴드폭, 샘플링 주기 등에 대해서 각별한 주의가 필요하다.

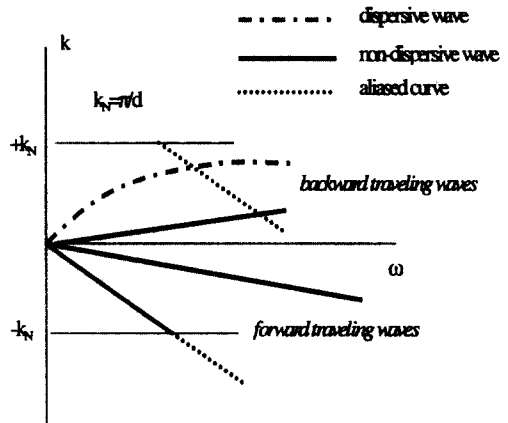


Fig. 5 Dispersion and non-dispersion curve on wavenumber and frequency domain

파수-주파수 분석에 대한 확실한 이해를 위하여 다음의 식(21)와 같은 시간-공간 함수에 대한 2차 푸리에 변환에 대한 수치 계산을 통하여 Fig. 6과 같은 주파수-파수 곡선을 얻을 수 있다.

$$S(t, x) = \sum_{\omega} [A_1^+ e^{j\omega(t-x/c_1)} + A_1^- e^{j\omega(t+x/c_1)} + A_2^+ e^{j\omega(t-x/c_2)} + A_2^- e^{j\omega(t+x/c_2)}] \quad (21)$$

$$c_1 = 30 \text{ m/sec}, c_2 = 300 \text{ m/sec}$$

여기서 + 위 첨자는 전(前)방향으로부터 전파되는 파동, - 위 첨자는 후(後)방향으로부터 전파되는 파동을 나타낸다.

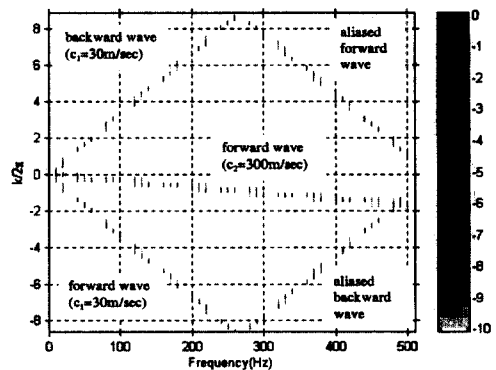


Fig. 6 Forward wave and backward wave

4. 파동 전파속도 규명 시험

기존의 파동 전파속도 측정 시험은 시험모듈을 수평 상태로 유지하기 위하여 유체 충전 탄성호스의 양 끝단에서 장력을 주고 전방 컨넥터에 가진기를 설치하여 길이 방향으로 랜덤 신호로 가진한다.⁽⁹⁾ 그런데 이러한 시험 방법에서는 몇 가지 문제점이 지적되고 있다. 첫째로 시험모듈의 자중에 의해서 모듈의 양 끝단에서 장력을 가하여도 모듈이 정확히 수평을 유지하지 못하여 시험모듈의 가운데가 처져서 컨넥터에 길이 방향으로 진동을 가하면 시험모듈에서는 길이 방향 진동뿐 아니라 횡 방향 진동 성분도 발생하게 된다. 이러한 횡 방향 진동은 모듈의 횡 방향 진동 모드와 그에 따른 파동 특성을 모듈 내에 유발시키고 음향센서에 직접적으로 운동을 발생시켜 그에 따른 진동 소음이 발생한다. 둘째로 컨넥터 가진은 컨넥터 단의 내부 유체에 길이 방향 운동을 유발시켜 호스와의 상호작용으로 벌지파를 발생시키지만 호스도 역시 길이 방향으로 가진 되어 호스 자체의 다른 고유 진동 모드로도 가진 된다.

가. 시험 장치

Fig. 7은 유체 충전 탄성호스의 압력 파동 전파속도를 측정하기 위한 시험모듈의 설치와 가진 방법을 설명한 시험 개념도이다. 크게 두 부분으로 구분할 수 있는데, 탄성호스 내부에 길이 방향 압력 파동을 발생시키는 가진부와 다수의 수중청음기를 탄성호스 내부에 길이 방향으로 일정한 간격으로 배열하고 청음기로부터 수신된 신호를 측정 및 분석하는 측정시스템으로 구성된다.

시험모듈은 탄성호스의 내부에 유체가 충전되어 있으며 한쪽 끝단은 수밀 컨넥터가 조립되어 있다. 그리고 음향모듈을 수직 방향으로 직선 형태를 유지시키기 위하여 수밀 컨넥터에 추가 달려있다. 가진부는 길이 방향 진동을 발생시키는 가진기, 가진기에 입력되는 가진 신호를 발생시키는 신호 발생기, 탄성호스 내부 유체를 길이방향으로 변위시키는 가진 피스톤과 원통형 실린더로 구성되어 있다. 또한 가진중 충전유와 가진 피스톤 사이에 발생하는 반발력에 의해서 가진기가 움직이는 것을 최소화하기 위하여 가진기 상부에 30kg의 강철 원

판 3개를 설치하여 가진부의 전체 중량을 늘려 관성력을 증가시켰다.

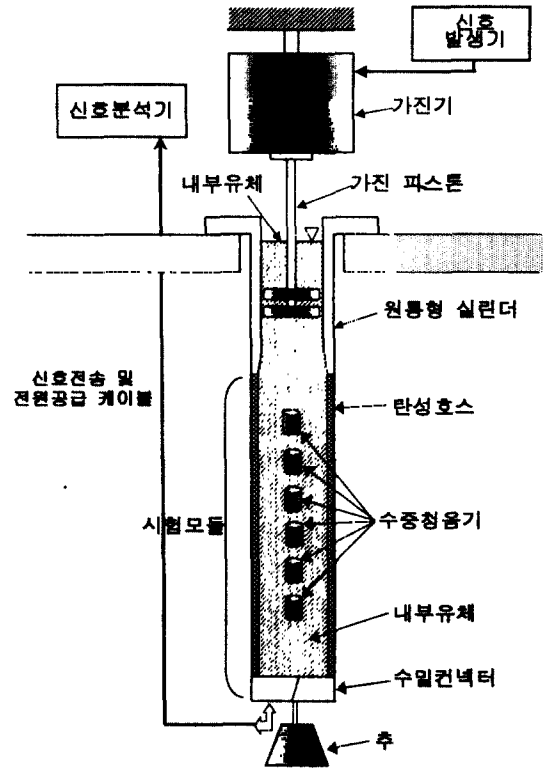


Fig. 7 Schematic representation of test system

측정시스템은 음향모듈의 내부에 길이 방향에 따라 일정한 간격으로 수중청음기를 배열하고 청음기로부터 측정된 전기적 음압 신호를 전송케이블을 통하여 신호분석장비로 입력시켜 파수-주파수 스펙트럼을 얻는다.

Fig. 8은 가진 피스톤 및 실린더의 상세도를 그린 것으로 실린더 내에 있는 유체를 길이 방향으로 가진시키기 위한 피스톤을 2중 원판 구조로 설계되었으며, 실린더 내벽과 피스톤 외경의 간격을 최소화하였다.

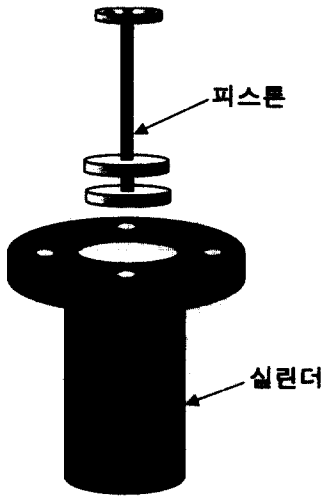


Fig. 8 Cylinder and piston with double disk

나. 시험모들

Fig. 9는 측정 장치에 설치된 시험모들을 보여준다.

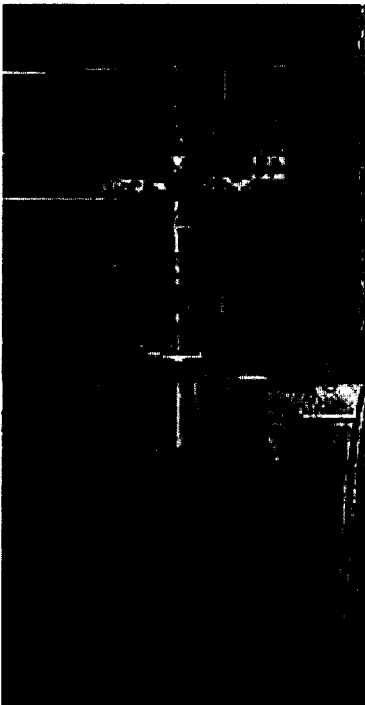


Fig. 9 Photograph of experimental setup

실험에 적용된 시험모들은 평균 반경이 40mm이고 두께가 5mm인 폴리우레탄 재질의 탄성호스로

호스 내부에는 밀도가 790 kg/m^3 인 절연 오일이 충전되어 있다. 그리고 호스 내부의 파동을 측정하기 위하여 시험모들은 길이가 9m인 음향호스 내부에 23cm의 간격으로 선 배열된 16개의 음향센서가 설치되어있다.

시험모들을 가진 시험 장치에 설치하여 랜덤 가진을 가한 후 수신된 16개의 음향 신호를 동시 샘플링 A/D 변환하여 Matlab의 2D 푸리에 변환 알고리즘을 이용하여 파수-주파수 스펙트럼 결과를 얻는다.

다. 시험 결과

Fig. 10은 랜덤 신호 가진에 따른 0~500Hz 대역에 관한 3차원 파수-주파수 스펙트럼 결과이다. 세로축은 파수(Wave Number)를 나타내며 가로축은 주파수 $\omega (=2\pi f)$ 를 나타낸다. 특정한 전파속도를 갖는 파동들은 주파수-파수 스펙트럼 상에 특정한 기울기를 갖는 능선을 형성하게 되며, 이러한 능선에 의해 나타난 곡선을 확산곡선(dispersion curve)이라 한다.

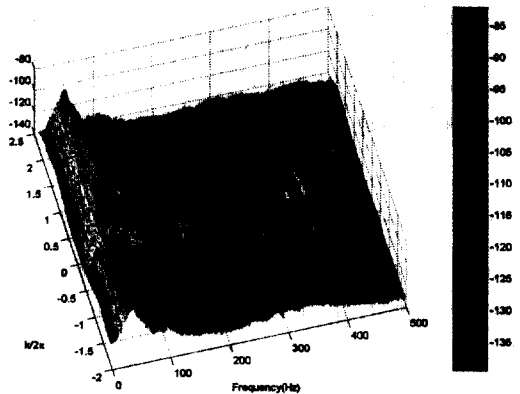


Fig. 10 Wavenumber-frequency spectrum(3-D)

이 확산곡선의 기울기를 계산함으로써 파동의 전파속도는 $C = \Delta\omega / \Delta k$ 의 값으로 결정된다. 10~60Hz 대역과 60~350Hz 대역에 2개의 파동을 확인할 수 있으며 2개 모두 가진부에서 음향 모듈 방향으로 전파되는 파동들이다. 10~40Hz의 음 파수 영역에서 직선의 언덕 마루를 이루는 강한 스펙트럼을 확인 할 수 있으며, 40~60Hz의 양 파수

영역에서 나타나는 스펙트럼은 10~40Hz의 음 파수 영역의 파동이 푸리에 변환하는 중에 생긴 엘리어링 스펙트럼이다.

전파속도를 정확하게 얻기 위하여 Fig. 11과 같은 파수-주파수 2차원 스펙트럼을 그렸다. 먼저 10~40Hz에 나타나는 파동에 대한 전파속도를 앞의 식 $C = \Delta\omega / \Delta k$ 로부터 계산하면 다음과 같다.

$$C_b \approx 38\text{Hz}/1.91 = 20\text{m/sec}$$

60Hz부터 생기기 시작한 파동이 350Hz까지 음 파수영역에 명확하게 보이며 이 파동의 전파속도를 계산하면 다음과 같다.

$$C_c \approx 263\text{Hz}/1.36 = 193\text{m/sec}$$

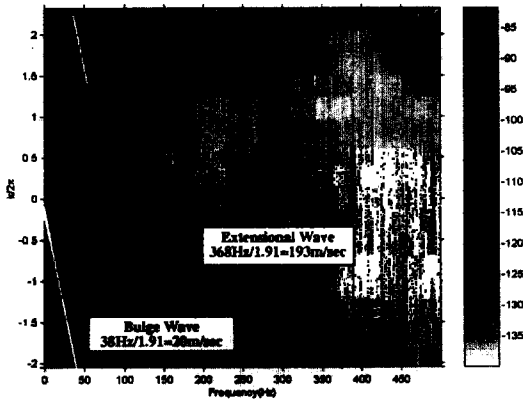


Fig 11. Wavenumber-frequency spectrum(2-D)

시험모델에 대한 가진 시험으로부터 2개의 파동을 측정하였고 그 속도는 각각 20m/sec, 193m/sec이다. 20m/sec의 파동 전파속도를 갖는 것은 유체 충전 탄성호스의 벌지파 속도이고 193m/sec는 확장파 전파속도이다.

5. 결론

유체 충전 탄성호스 내부에 발생하는 벌지파와 확장파의 전파속도를 규명하기 위한 실험적 방법을 제시하였다. 시험모델 내부의 충전유 만을 길이 방향으로 가진시켜 불필요한 동특성이 발생하는 것을 억제하였다. 또한 탄성호스 내부에 진행되는 압력파를 측정하기 위하여 수중청음기를 일정한

간격으로 선배열 구성하였다. 시험 결과 벌지파와 확장파를 정확히 규명함으로써 선배열 음향모델의 예인소음을 예측하는데 있어서 보다 정확한 결과를 얻는데 기여하였다.

참고문헌

- [1] M. Schoenberger and J. F. Mifsud, "Hydrophone Streamer Noise," *Geophysics*, Vol. 39, No. 6, December, 1974, pp.781-793
- [2] A. King Louis, "Wavenumber Frequency Analysis of the Self Noise of a Structure Moving Through Water"
- [3] H. F. Weichart, "Acoustic Waves Along Oilfilled Streamer Cables", *Geophysical Prospecting*, Vol. 21, No. 2, pp.281~295, June, 1993
- [4] Christiaan Arnoldus Franciscus de Jong, "Analysis of Pulsations and Vibrations in Fluid - Filled Pipe Systems," 1994, pp.9~24
- [5] C. R. Fuller, F. J. Fahy, "Characteristics of wave propagation and energy distributions in cylindrical elastic shells filled with fluid," *Journal of sound and vibration* 81(4), pp.501-518, 1982
- [6] Andrew J. Hull, "A Technique to Measure Breathing Wave Speeds Using End Point Excitation", NUSC Technical Report 8077, AD-A243 138, 8 November, 1991
- [7] Andrew J. Hull, "Inverse Method to Measure the Breathing Wave Speed in a Liquid Filled Cylindrical Shell", United States Patent 5,757,721 May 26, 1998
- [8] A.P. French, "Vibrations and Waves," W.W. Norton & Company, 1971, pp.230-234
- [9] 권오조, 서희선, 성낙진, "에인음탐기 육상진동시험 분석 보고서(I)," 국방과학연구소 기술보고서, NWS-317-980338, 1998
- [10] 신구균, 성낙진, "파수-주파수 분해법의 적용 방안 연구," 국방과학연구소 기술보고서, NWS-517-980382, 1994