

탄성지지단을 갖는 회전하는 외팔 보의 진동해석

0윤 경 재* · 유 흥 희**

Vibration Analysis of Rotating Cantilever Beams with an Elastically Restrained Root

Kyung Jae Yun and Hong Hee Yoo

ABSTRACT

This paper presents a modeling method for the vibration analysis of cantilever beams with an elastically restrained root. Mass and stiffness matrices are derived explicitly by considering the elastically restrained root coupling effect between stretching and bending motion. Numerical results show that the two effects influence the vibration characteristics of rotating beams significantly. The results also present the magnitude of the elastic stiffness of the root to avoid the dynamic buckling. The method presented in this paper can be used to provide accurate predictions of the variations of natural frequencies of rotating beams with an elastically restrained root.

1. 서론

회전운동을 하는 외팔보 구조요소를 가진 기계시스템은 터빈 블레이드, 헬리콥터 회전익, 그리고 인공위성의 안테나 등의 여러 가지 공학적 예제에서 발견된다. 외팔 보의 회전운동은 원심 관성력을 발생시켜 시스템 강성변화를 가져오고 이는 고유진동특성의 변화로 연계된다. 따라서 이러한 구조요소를 가진 시스템의 적절한 설계를 위해서는 그 특성을 정확하고 효율적으로 예측할 수 있는 해석방법이 요구되어진다.

회전운동을 하는 외팔 보의 진동해석에 관한 연구는 Southwell과 Gough의 연구^[1]로부터 비롯된다. 이들은 Rayleigh의 에너지이론을 이용하여 외팔 보의 회전속도 변화에 따른 고유진동수 변화를 계산할 수 있는 간단한 모델링 식을 제시하였다. 컴퓨터가 본격적으로 사용되기 시작한 1970년도 초 이후에는 운동방정식을 고유치문제로 변환시켜 고유

진동수를 구하려는 수치적 방법들이(참고문헌 [2-4] 참조) 많이 나타나게 되었다. 최근에는 좀 더 일반적인 형상에 대하여 비선형 모델링에 근거한 진동해석을 수행하려는 연구 결과들이 발표되어 왔다.

회전운동을 하는 외팔 보의 진동해석에 가장 널리 사용되고 있는 모델링 방법은 보에 작용하는 인장응력을 회전 관성력으로 치환하여 비선형효과가 고려된 보의 탄성에너지 형태를 변환하는 모델링 방법이다. 이 방법은 결과적으로 굽힘방향 운동방정식만을 얻게 된다. 이러한 모델링 방법과는 달리 참고문헌 [5]에서는 이 모델링에 근거하여 회전 외팔 보의 면내 굽힘진동해석을 수행하였다. 회전 외팔 보의 진동해석에서는 일반적으로 인장모드와 굽힘모드에 의한 고유진동수가 서로 상당히 멀리 떨어져 있다고 가정하여 그 연성효과를 무시하고 모델링과 해석을 수행하여 왔다. 연성효과를 고려한 경우 연성효과가 외팔 보의 회전각속도에 비례한 차이로 감쇄함으로 나타나게 된다.

본 논문에서는 이 연성효과가 고려된 진동해석 모델링을 제시하여 고려하지 않은 경우와의 차이를 제시하였다. 또한 보의 지지단 부분을 선형 스

* 한양대학교 대학원

** 한양대학교 기계공학부

프링과 회전스프링을 갖는 탄성 지지 단으로 모델링하여 각 방향의 강성특성이 회전 각속도에 따른 회전 외팔 보의 진동특성에 어떠한 영향을 미치는지를, 그리고 외팔 보가 회전하고 있을 때 회전 각속도의 크기에 따라 동적 좌굴(Dynamic Buckling)을 피하기 위해서는 각 방향의 강성이 어느 범위의 크기를 가져야 하는지 수치해석을 통해 밝히는 것을 연구의 목표로 한다.

2. 운동 방정식

2.1 모델링을 위한 가정

본 연구에서는 다음의 가정들을 사용하였다. 첫째, 보는 균질하고 등방성이며 단면은 대칭으로 일정하다. 둘째, 전단효과와 단면관성효과(rotary inertia effect)는 고려하지 않는다. 즉, 오일러의 가정 및 보 이론을 사용한다. 셋째, 보의 회전평면내의 변형만 일어난다고 가정한다. 즉 면내 굽힘 운동만을 다룬다.

2.2 운동 방정식의 유도

그림 1은 반경 r 의 강체 축의 root부분에 고정된 외팔보를 보여준다. 이 외팔보는 탄성지지를 가지며 탄성지지를 두 개의 선형 스프링과 1개의 회전 스프링으로 모델링 하였다. 지지단의 탄성변형량을 x^* , y^* , 그리고 θ^* 라 할 때, 보의 좌측단면을 나타내는 기준틀 B의 각속도와 좌측단면상의 점 O^* 의 속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{v}^{O^*} &= (\dot{x}^* - \Omega y^*)\vec{a}_1 + (\dot{y}^* + \Omega(r + x^*))\vec{a}_2 \quad (1) \\ \vec{\omega}^B &= \Omega\vec{a}_3 + \dot{\theta}^*\vec{a}_3 \quad (2) \end{aligned}$$

이 때, 변형에 따른 보의 임의 절점 P 점의 속도 \vec{v}^P 는 다음 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\vec{v}^P = \vec{v}^{O^*} + {}^B\vec{v}^P + \vec{\omega}^B \times (\vec{x} + \vec{u}) \quad (3)$$

P 점의 가속도 \vec{a}^P 는 식 (3)에서 구한 \vec{v}^P 를 미분하여 구한다. 또한 모드방법을 이용해 상미분 운동방정식을 구하기 위해서 인장변수 s 와 횡방향 변위 u_2 는 다음과 같이 근사화 한다.

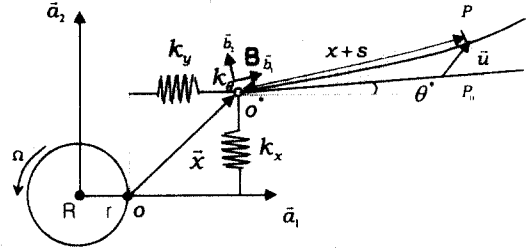


Fig. 1 Configuration of a Rotating Cantilever Beam with an Elastically Restrained Root

$$s = \sum_{j=1}^{\mu_1} \phi_{1j}(x) q_{1j}(t) \quad (4)$$

$$u_2 = \sum_{j=1}^{\mu_2} \phi_{2j}(x) q_{2j}(t) \quad (5)$$

여기서 $\phi_{1j}(x)$, $\phi_{2j}(x)$ 는 인장과 굽힘방향 가상모드 함수들, $q_j(t)$ 는 시간의 함수인 일반좌표들, 그리고 μ_1 과 μ_2 는 일반좌표의 총 개수이다.

외력이 작용하지 않는 보에 대해 Kane의 방법을 따른 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\int_0^L \rho \left(\frac{\partial \vec{v}^P}{\partial q_i} \right) \cdot \frac{d\vec{v}^P}{dt} dx + \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0 \quad (i=1, \dots, \mu) \quad (6)$$

U 는 보의 Elastic Strain Energy로 다음과 같이 표시된다.

$$U = U_E + U_P \quad (7)$$

$$U_E = \frac{1}{2} \int_0^L EA \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L EK \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (8)$$

$$U_P = \frac{1}{2} K_x x^{*2} + \frac{1}{2} K_y y^{*2} + \frac{1}{2} K_\theta \theta^{*2} \quad (9)$$

회전 외팔보의 운동방정식은 이상의 과정을 종합하여 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} & - \sum_{j=1}^{\mu_1} \left[M_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j} + P_{1j} \ddot{x}^* - 2\Omega \left(M_{ij}^{12} q_{2j} + P_{1j} \dot{y}^* \right. \right. \\ & \left. \left. + Q_{1j} \dot{\theta}^* \right) - (\Omega^2 M_{ij}^{11} - K_{ij}^1) q_{1j} - \Omega^2 P_{1j} x^* \right] \quad (10) \\ & = -\Omega^2 \sum_{j=1}^{\mu_1} (P_{1j} + Q_{1j}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n [M_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + P_{2j} \dot{y}^* + Q_{2j} \dot{\theta}^* + 2\Omega M_{ij}^{21} \dot{q}_{1j} \\ & + 2\Omega P_{2j} \dot{x}^* + (r\Omega^2 [K_{ij}^{GA}]) \\ & + \Omega^2 [K_{ij}^{GB}] - \Omega^2 [M_{ij}^{22}] + [K_{ij}^{B1}] q_{2j} - \Omega^2 P_{2j} y^* \\ & + r\Omega^2 P_{2j} \theta^*] = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & -P_1 \ddot{q}_{1j} - \rho L \ddot{x}^* + 2\Omega \sum_{j=1}^n P_{2j} \dot{q}_{2j} + 2\Omega \rho L \dot{y}^* \\ & + \rho L^2 \Omega \dot{\theta}^* + \Omega^2 P_1 q_{1j} + (\rho L \Omega^2 - K_x) x^* \quad (12) \\ & = -\rho L r \Omega^2 - \frac{1}{2} \rho L^2 \Omega^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\sum_{j=1}^n P_{2j} \ddot{q}_{2j} - \rho L \ddot{y}^* - \frac{1}{2} \rho L^2 \dot{\theta}^* - 2\Omega P_{1j} \dot{q}_{1j} \\ & - 2\Omega \rho L \dot{x}^* + \Omega^2 \sum_{j=1}^n P_{2j} q_{2j} + (\rho L \Omega^2 - K_y) y^* \quad (13) \\ & + \frac{1}{2} \rho L^2 \Omega^2 \theta^* = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\sum_{j=1}^n Q_{2j} \ddot{q}_{2j} - \frac{1}{2} \rho L^2 \ddot{y}^* - \frac{1}{3} \rho L^3 \dot{\theta}^* - 2\Omega Q_{1j} \dot{q}_{1j} \\ & - \rho L^2 \Omega \dot{x}^* - \sum_{j=1}^n r\Omega^2 P_{2j} q_{2j} + \frac{1}{2} \rho L^2 \Omega^2 y^* \quad (14) \\ & - (\frac{1}{2} \rho r L^2 \Omega^2 \theta^* + K_\theta) \theta^* = 0 \end{aligned}$$

여기서

$$M_{ij}^{ab} = \int_0^L \rho \phi_{ai} \phi_{bj} dx \quad (15)$$

$$K_{ij}^s = \int_0^L EA \phi_{1i, x} \phi_{1j, x} dx \quad (16)$$

$$K_{ij}^B = \int_0^L EI \phi_{2i, xx} \phi_{2j, xx} dx \quad (17)$$

$$K_{ij}^{GA} = \int_0^L \rho(L-x) \phi_{2i, x} \phi_{2j, x} dx \quad (18)$$

$$K_{ij}^{GB} = \int_0^L \frac{\rho}{2} (L^2 - x^2) \phi_{2i, x} \phi_{2j, x} dx \quad (19)$$

$$P_{ai} = \int_0^L \rho \phi_{ai} dx \quad (20)$$

$$Q_{ai} = \int_0^L \rho x \phi_{ai} dx \quad (21)$$

2.3 진동 방정식

앞에서 유도된 운동방정식들을 무차원화하기 위해 다음과 같은 무차원 변수와 매개변수들을 정의한다

$$\tau \equiv \frac{t}{T} \quad (22)$$

$$\xi \equiv \frac{x}{L} \quad (23)$$

$$\delta \equiv \frac{r}{L} \quad (24)$$

$$q_j^* \equiv \frac{q_j}{L} \quad (25)$$

$$a^* \equiv \frac{x^*}{L} \quad (26)$$

$$\beta^* \equiv \frac{y^*}{L} \quad (27)$$

$$\lambda \equiv \left(\frac{AL^2}{I} \right)^{1/2} \quad (28)$$

$$\gamma \equiv T\Omega \quad (29)$$

$$K_x^* \equiv \frac{K_x}{\left(\frac{EI}{L^3} \right)} \quad (30)$$

$$K_y^* \equiv \frac{K_y}{\left(\frac{EI}{L^3} \right)} \quad (31)$$

$$K_\theta^* \equiv \frac{K_\theta}{\left(\frac{EI}{L} \right)} \quad (32)$$

여기서

$$T \equiv \left(\frac{\rho L^4}{EI} \right)^{1/4} \quad (33)$$

식 (22)-(33)을 이용하면 다음과 같은 무차원 진동 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \left[\overline{M}_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j}^* + \overline{P}_{1j} \dot{a}^* - 2\gamma \left(\overline{M}_{ij}^{12} q_{2j}^* + \overline{P}_{1j} \dot{\beta}^* \right. \right. \\ & \left. \left. + \overline{Q}_{1j} \dot{\theta}^* \right) + (\lambda^2 \overline{K}_{ij}^{1A} - \gamma^2 \overline{M}_{ij}^{11}) q_{1j}^* - \gamma^2 \overline{P}_{1j} a^* \right] \quad (34) \\ & = \gamma^2 \sum_{j=1}^n (\overline{P}_{1j} + \overline{Q}_{1j}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \left[\overline{M}_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j}^* + \overline{P}_{2j} \dot{\beta}^* + \overline{Q}_{2j} \dot{\theta}^* + 2\gamma \overline{M}_{ij}^{21} \dot{q}_{1j}^* \right. \\ & \left. + 2\gamma \overline{P}_{2j} \dot{a}^* + \gamma^2 (\delta \overline{K}_{ij}^{2A} + [\overline{K}_{ij}^{2B}] - [\overline{M}_{ij}^{22}] \right. \\ & \left. + [\overline{K}_{ij}^{21}]) q_{2j}^* - \gamma^2 \overline{P}_{2j} \beta^* + \delta \gamma^2 \overline{P}_{2j} \theta^* \right] = 0 \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \overline{P}_{1j} \ddot{q}_{1j}^* + \dot{a}^* - 2\gamma \sum_{j=1}^n \overline{P}_{2j} q_{2j}^* - 2\gamma \dot{\beta}^* - \gamma \dot{\theta}^* \\ & - \gamma^2 \overline{P}_{1j} a^* + (K_x^* - \gamma^2) a^* = \delta \gamma + \frac{1}{2} \gamma^2 \quad (36) \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^n \overline{P}_{2j} \ddot{q}_{2j}^* + \dot{\beta}^* + \frac{1}{2} \dot{\theta}^* + 2\gamma \overline{P}_{1j} \dot{q}_{1j}^* + 2\gamma \dot{a}^* \quad (37)$$

$$- \gamma^2 \sum_{j=1}^n \overline{P}_{2j} q_{2j}^* + (K_y^* - \gamma^2) \beta^* - \frac{1}{2} \gamma^2 \theta^* = 0$$

$$\sum_{j=1}^2 \bar{Q}_{2j} \ddot{q}_{2j}^* + \frac{1}{2} \ddot{\beta}^* + \frac{1}{3} \ddot{\theta}^* + 2\gamma \bar{Q}_{1j} \dot{q}_{1j}^* + \dot{a}^* \quad (38)$$

$$+ \sum_{j=1}^2 \delta\gamma^2 \bar{P}_{2j} \dot{q}_{2j}^* - \frac{1}{2} \gamma^2 \beta^* + (K_\theta)^* + \frac{1}{2} \delta\gamma^2 \theta^* = 0$$

여기서

$$\bar{M}_{ij}^{ab} = \int_0^1 \psi_{ai} \psi_{bj} d\xi \quad (39)$$

$$\bar{K}_{ij}^s = \int_0^1 \psi_{1i, \xi} \psi_{1j, \xi} d\xi \quad (40)$$

$$\bar{K}_{ij}^B = \int_0^1 \psi_{2i, \xi\xi} \psi_{2j, \xi\xi} d\xi \quad (41)$$

$$\bar{K}_{ij}^{CA} = \int_0^1 (1-\xi) \psi_{2i, \xi} \psi_{2j, \xi} d\xi \quad (42)$$

$$\bar{K}_{ij}^{CB} = \int_0^1 \frac{1}{2} (1-\xi^2) \psi_{2i, \xi} \psi_{2j, \xi} d\xi \quad (43)$$

$$\bar{P}_{ai} = \int_0^1 \psi_{ai} d\xi \quad (44)$$

$$\bar{Q}_{ai} = \int_0^1 \xi \psi_{ai} d\xi \quad (45)$$

여기서 대응하는 x 와 ξ 에 대해 $\psi_{ai}(x)$ 는 $\phi_{ai}(\xi)$ 의 값과 동일하다. 식(34)-(38)는 하나의 행렬 방정식 형태로 다음과 같이 표기될 수 있다.

$$[M]\{\dot{\Phi}\} + [C]\{\dot{\Phi}\} + [K]\{\Phi\} = \{F\} \quad (46)$$

여기서

$$\{\Phi\} = \begin{Bmatrix} q_1^* \\ q_2^* \\ x^* \\ y^* \\ \theta^* \end{Bmatrix} \quad (47)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [\bar{M}_{11}] & \{0\} & \{\bar{P}_1\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & [\bar{M}_{22}] & \{0\} & \{\bar{P}_2\} & \{\bar{Q}_2\} \\ \{\bar{P}_1\}^T & \{0\} & 1 & 0 & 0 \\ \{0\} & \{\bar{P}_2\}^T & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ \{0\} & \{\bar{Q}_2\}^T & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \{0\} & -2\gamma[\bar{M}_{12}] & \{0\} & -2\gamma\{\bar{P}_1\} & -2\gamma\{\bar{Q}_1\} \\ 2\gamma[\bar{M}_{21}] & \{0\} & 2\gamma\{\bar{P}_2\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & -2\gamma\{\bar{P}_2\}^T & 0 & -2\gamma & -\gamma \\ 2\gamma\{\bar{P}_1\}^T & \{0\} & 2\gamma & 0 & 0 \\ 2\gamma\{\bar{Q}_1\}^T & 0 & \gamma & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$[K] =$

$$\begin{bmatrix} [\bar{K}_{11}^s] & \{0\} & -\gamma\{\bar{P}_1\} & \{0\} & \{0\} \\ -\gamma\{\bar{P}_1\} & [\bar{K}_{11}^s] + \gamma([\bar{K}_{11}^{CA}] + [\bar{K}_{11}^{CB}] - [\bar{M}_{22}]) & \{0\} & -\gamma^2\{\bar{P}_2\} & \delta\gamma^2\{\bar{P}_2\} \\ -\gamma^2\{\bar{P}_1\}^T & \{0\} & K_x^* - \gamma^2 & 0 & 0 \\ \{0\} & -\gamma^2\{\bar{P}_2\}^T & 0 & K_y^* - \gamma^2 & -\frac{1}{2}\gamma^2 \\ \{0\} & \delta\gamma^2\{\bar{P}_2\}^T & 0 & -\frac{1}{2}\gamma^2 & K_\theta^* + \frac{1}{2}\delta\gamma^2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

식(46)를 보면 행렬 C 는 비대칭 형태를 가지는 것을 알 수 있다. 본 논문에서는 고유치 해석을 위해서 복소모드 해석법을 사용하였다. 이를 위해 식(46)를 다음과 같이 변환한다.

$$[M]^*\{Z\} + [K]^*\{Z\} = \{F\} \quad (51)$$

여기서

$$[M]^* = \begin{bmatrix} \{0\} & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$[K]^* = \begin{bmatrix} -[M] & \{0\} \\ \{0\} & [K] \end{bmatrix} \quad (53)$$

복소모드 해석을 위해 열행렬 $\{Z\}$ 를 다음과 같이 변수 분리한다.

$$\{Z\} = e^{i\lambda t} \{\Theta\} \quad (54)$$

여기서 λ 는 복소수값의 고유치이고 Θ 는 모드형상을 나타내는 열행렬이다. 식(54)을 (51)에 대입하여 정리하면,

$$\lambda[M]^*\{\Theta\} + [K]^*\{\Theta\} = \{0\} \quad (55)$$

식(55)에서 $[K]^*$ 는 비대칭 행렬이다. 복소모드 해석방법을 적용해서 구해진 고유치는 복소수값을 갖는데 허수부의 값으로부터 고유진동수를 구할 수 있다.

3. 수치 해석

본 연구에서는 회전 외팔보의 가장 낮은 고유진동수들의 충분히 수렴된 결과를 얻기 위해서 고정된 외팔보의 인장모드들과 굽힘모드 각각 10개를 가상모드로 하여 수치해석을 수행하였다. 표 1은 $\alpha = 70$ 일 때 연성효과를 고려한 해석결과를 축 δ 와 γ 의 변화에 따라 root 부분이 고정지지단의 경우와 탄성지지단의 경우($K_x^*, K_y^*, K_\theta^* = 10^5$)

Table 1 Comparison of the first natural frequencies

	$\gamma=2$	$\gamma=10$	$\gamma=50$
$\delta=0$	3.62 (R)	4.97 (R)	7.55 (R)
	3.62	4.95	5.60
$\delta=1$	4.40 (R)	13.05 (R)	41.38 (R)
	4.40	13.01	38.85
$\delta=5$	6.64 (R)	27.28 (R)	74.19 (R)
	6.64	27.14	67.91

Table 2 The range of elastic stiffness in practical system according to hub-ratio

δ	K_x^*	K_y^*	K_θ^*
0.1	1.2945×10^6	1.1117×10^6	8.3358×10^5
1	3.7070×10^5	3.0658×10^5	9.5347×10^4
10	8.3018×10^4	7.3292×10^4	5.7519×10^4

를 비교해 나타내고 있다. 표 1에서 (R)은 참고문헌[6]의 결과를 나타낸다. 회전각속도가 증가할수록 두 결과간의 차이가 더 커지는 것을 관찰할 수 있다.

실제적으로 의미가 있는 지지단 강성의 크기를 상용 해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 구해보았으며 그 결과는 표 2와 같다. 이 결과에 근거하여 본 연구에서의 수치해석은 K_x^* , K_y^* , K_θ^* 의 값을 $10^4 - 10^6$ 의 범위로 하여 수행하였다.

매개변수를 변화시키며 수치해석을 통해 회전외팔보의 고유진동수에 가장 영향을 미치는 지지단 강성이 K_y^* 임을 확인할 수 있었다. 그림 2는 그 영향을 보여주는데 지지단의 강성이 10^5 이상일 경우에는 그 영향이 거의 일정하나 그 이하의 범위에서는 고유진동수의 변화에 상당한 영향을 미치는 것을 확인할 수가 있다. 이런 현상은 K_x^* , K_θ^* 의 크기가 다른 경우에도 그림 2와 거의 같은 결과를 나타낸다는 사실 즉 K_x^* , K_θ^* 의 변화에 대해서는 거의 변화하지 않는다는 사실도 확인할 수 있었다. 그리고 γ 가 계속해서 증가하면 결국에 동적 좌굴이 일어남을 알 수가 있었으며 동적 좌굴을 피하기 위해 어느 정도의 강성을 가져야 할 것인지를 구해 보았다.

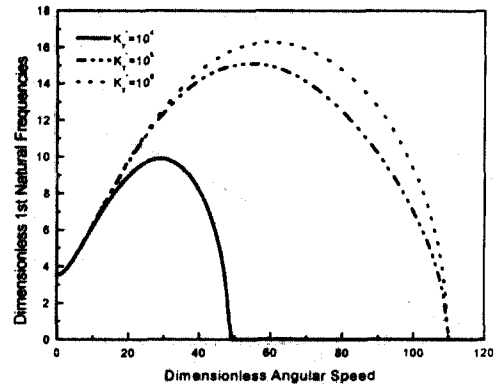


Fig. 2 Variations of Dimensionless 1st Natural Frequencies vs. K_x^*

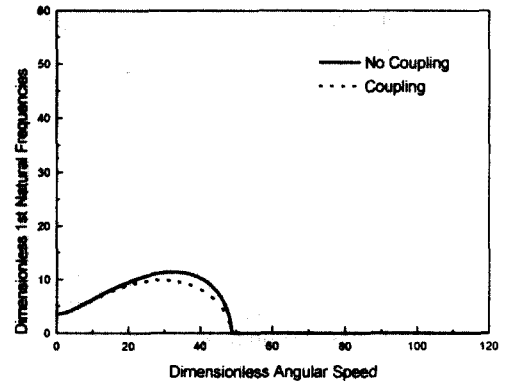


Fig. 3 (a) $K_x^* = 10^5$, $K_y^* = 10^4$, $K_\theta^* = 10^5$

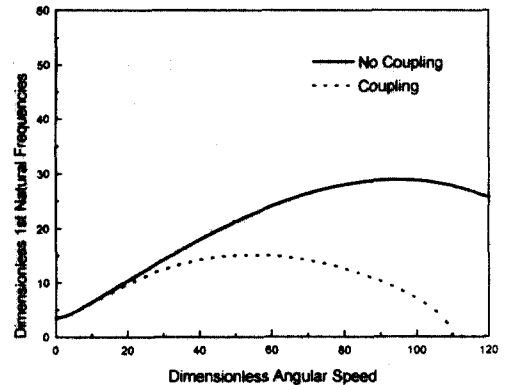


Fig. 3 (b) $K_x^* = 10^5$, $K_y^* = 10^5$, $K_\theta^* = 10^5$

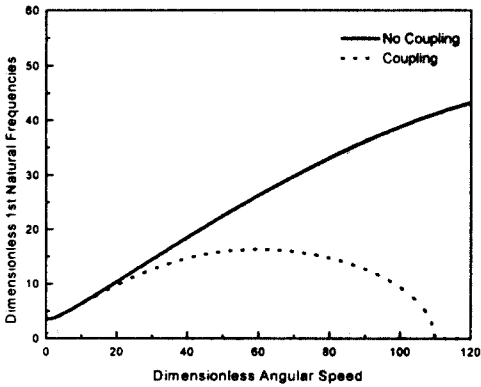


Fig 3. (c) $K_x^* = 10^5$, $K_y^* = 10^6$, $K_\theta^* = 10^5$

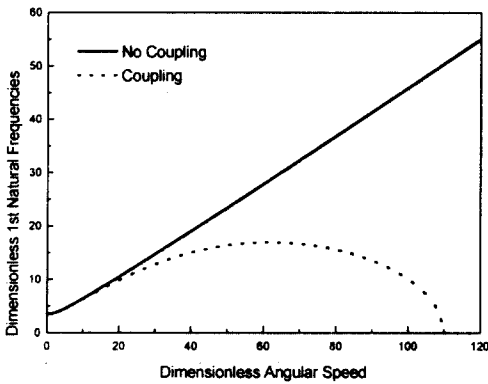


Fig. 3 (d) Fully-Fixed

Fig. 3 Comparison of Natural Frequencies Coupling vs. No Coupling ($\delta = 0.1$)

예로, $\gamma = 50$ 으로 회전할 때 $K_x^* = 3 \times 10^3$, $K_y^* = 3 \times 10^4$, $K_\theta^* = 0$ 이상의 범위에서 동적좌굴을 피할 수 있음을 수치해석 결과로부터 알 수 있었다.

그림 3은 연성효과를 무시하고 얻은 해석 결과와 연성효과를 고려한 해석결과를 γ 의 변화에 따라 고정 지지단과 탄성 지지단을 비교해 나타낸다. 연성효과를 고려한 경우가 고려하지 않은 경우보다 그리고 스프링 강성계수가 작아질수록 고유진동수가 낮게 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

4. 결론

본 논문에서는 탄성지지단을 갖는 회전하는 외팔보의 인장과 굽힘 운동간의 연성효과를 고려한 진동해석 모델링이 제시되었으며, 회전각속도, 축 반경비, 세장비, 스프링강성의 변화를 고려한 모드해석을 수행하였다. 탄성지지단의 K_x^* , K_θ^* 크기 변화에는 고유진동수가 거의 영향을 미치지 않으며 K_y^* 에 지배적으로 영향을 받음을 확인할 수 있었다. 그리고 동적 좌굴을 피할 수 있는 K_x^* , K_y^* , K_θ^* 의 범위를 제시하였다. 끝으로 연성효과를 고려한 경우와 무시한 경우 스프링강성의 크기에 따른 고유진동수의 변화를 비교하여 나타내었다.

후 기

이 연구는 한국과학재단지정 한양대학교 최적설계신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고 문헌

- [1] Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades, "British A.R.C Reports and Memoranda No. 766.
- [2] Putter, S. and Manor, H., 1978, "Natural Frequencies of Radial Rotating Beams," J. Sound and Vibration, Vol 56, pp.175-185.
- [3] Bhat, R., 1986, "Transverse Vibrations of a Rotating Uniform Cantilever Beam with Tip Masses Predicted by Using Beam Characteristic Orthogonal Polynomials in the Rayleigh-Ritz Method, "J. Sound and Vibration, Vol.105(2), pp.199-210.
- [4] Hoa, S., 1979, "Vibration of a Rotating Beam with Tip Mass," J. Sound and Vibration Vol.67, pp.369-381.
- [5] Wright, A., Smith C., Thesher, R., and Wang, J., 1982, "vibration Modes of Centrifugally Stiffened Beams," J. of Applied Mechanics, Vol.49 pp.197- 202.
- [6] H.H.Yoo, S.H.SHIN, 1998 "Vibration Analysis of rotating cantilever beams, "J. of Sound and Vibration, Vol.212(5), pp.807-828