

시간적분법을 이용한 경수로 핵연료집합체의 선형충격 거동해석

(0)임정식*, 손동성**

Linear-Impact Behaviour of PWR Fuel Assembly

J.S.Yim and D.S.Sohn

Key words : 경수로 핵연료, Newmark method, ANSYS, 핵연료 집합체, 충격

Abstract : A finite element model for the transient dynamic analysis of a PWR fuel assembly was developed and programmed as a name of DAMASS. The Newmark time integration method was used to solve the governing equation of motion. Results of the program was compared with those of ANSYS in terms of displacement and impact forces to show the validity of the model. Up to now it has capability of solving the linear impact of FA(s) and it will be extended to the non-linear analysis of a FA in the future.

1. 서 론

경수로 핵연료는 원자로의 상,하 노심 지지판 사이에 위치하여 연소되면서 운전 중 발생하는 여러 가지 외부 하중에 저항하여 그 건전성이 유지되어야 함을 설계의 기본으로 하고 있다. 만약 외부 하중에 의해 집합체 부품에 과도한 변형이 발생될 경우, 제어봉 삽입의 방해나 냉각을 위한 냉각수로의 손실에 의해 설계기준을 위배하게 되고 이는 심각한 사고로 이어질 수 있으므로 설계 외력에 의해 집합체 각 부품의 건전성 만족여부의 평가는 설계의 기본사항이다. 이와 관련하여 핵연료의 진동특성은 복잡한 핵연료를 단순한 유한요소로 모델링하여 연료봉의 진동특성을 해석할 수 있으며[1] 핵연료 집합체와 같은 복잡한 형상은 시간적분법을 이용한 동적해석으로 얻을 수 있다 [2,3]. 상용의 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS, NASTRAN, ABAQUS 들도 해석에 이러한 해석에 이용되기도 한다. 하지만 핵연료와 같이 복잡한 형상과 다양한 노내 조사거동을 해야 하는 특수 구조물에 대하여 상용의 해석 코드를 이용할 경우 적절한 요소의 선택이나 코드가 가지고 있는

제약성들로 인해 대부분의 핵연료 설계/제조 회사들은 자체 개발한 자사고유의 해석프로그램을 가지고 있으며 Westinghouse의 WECAN, SIEMENS KWU의 KSUSTOSS, ABB-CE의 CE-Shock 코드들은 이러한 목적으로 개발되어 실제 설계해석에 사용되어 왔다.

국내에서도 외국의 핵연료 설계/제조 회사와의 기술협력을 통해 외국의 자체 개발된 해석코드가 입수되어 설계에 반영되어 왔지만 해석입력 방법을 전수 받아 해석하므로써 해석 코드 기술의 전수가 미흡한 실정으로 핵연료 사양의 변경이나 특수 상황하의 해석 등 완전한 해석절차와 방법을 확보하여 신뢰할 만한 해석결과를 얻기 위하여는 자체의 해석기술 개발의 필요성이 상존하여 왔다.

따라서 여기서는 핵연료 집합체와 같이 유연하고 복잡한 형상의 구조물의 동적거동 해석을 위한 해석모델의 개발 및 동적 해석 프로그램을 작성하고 이의 결과를 다루고자 한다.

이를 위해 단순 스프링-질량-보 요소 해석결과[4]를 보완하여 집합체의 일측 및 양측 충격을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 지금까지의 해석방법과 같이 집합체 모델은 보-스프링-질량 요소로 모델링하고 선형 충격 스프링 요소를 추가하여 하중, 변위, 속도, 가속도 등의 임의 시간 이력 하중에 대한 응답을 직접 시간 적분법을 이용하는

*정회원, 한국원자력연구소

** 한국원자력연구소

Newmark Method를 이용하여 결과를 얻었다. 각각의 경우 일차로 ANSYS의 결과와 비교하여 해석의 정확성을 확인하였다. 앞으로는 비선형 해석 방법을 추가하고 실증시험을 통한 검증을 통해 보다 정확한 해석 프로그램으로 확장할 예정이다.

2. 이론적 배경

2.1 수식의 전개

보-스프링-질량 계의 외부 가진에 의한 동적 응답은 Runge-Kutta Method, Newmark Method, Steuer-Bulish Method, Houbot Method 등의 다양한 해석방법이 소개되어 있다. Runge-Kutta method는 수식 전개가 비교적 간단하여 많이 사용되지만 해석시 사용되는 자유도가 절점수의 배수가 되므로서 해석 자유도가 두배로 커지고 해석결과 정리에서도 원래의 자유도로 변환해야 하는 불편함을 갖는다. 반면 Newmark method는 식의 전개가 단순 명료하고 적분계수를 선택하여 무조건적인 안정성을 가지며 그 결과를 해석하는데도 직관적이므로 많이 사용되는 시간적분방법이다.

보-질량-스프링 계의 동적 시간응답을 유한요소법을 이용하여 해석하기 위하여 먼저 보(beam)요소에 대하여 Euler-Bernoulli 보로 가정하면 이의 운동방정식은 다음과 같은 미분 방정식으로 나타낼 수 있다[5].

$$-\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \rho A \frac{d^2 w}{dt^2} = f \quad (1)$$

여기서, w 는 횡방향 변위를 나타내며 E 는 탄성계수, I 는 관성모멘트, ρ 는 밀도, A 는 단면적, f 는 외부에서 작용하는 횡하중을 나타낸다.

보를 하나의 일차원 보요소로 가정하면 각 절점에서는 수직 변위와 회전변위의 2개의 자유도를 고려할 수 있다.

식(1)을 weak formulation을 취하여 정리하면 다음과 같다.

$$0 = \int_{x_e}^{x_{e+1}} v \left[\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \rho A \frac{d^2 w}{dt^2} - f \right] dx$$

$$= \int_{x_e}^{x_{e+1}} \left(EI \frac{d^2 v}{dx^2} \frac{d^2 w}{dx^2} + \rho A v \frac{d^2 w}{dt^2} - v f \right) dx - v(x_e) Q_1^e - \left(-\frac{dv}{dx} \right) \Big|_{x_e} Q_2^e - v(x_{e+1}) Q_3^e - \left(-\frac{dv}{dx} \right) \Big|_{x_{e+1}} Q_4^e \quad (2)$$

식(2)에서 알 수 있는 것과 같이 형상함수는 이차 미분까지 연속이어야 한다. 이 경우 일반적으로 Hermite 형상함수를 사용한다. 보요소는 각 절점에 2개의 자유도가 있으므로 한 요소에는 4개의 자유도가 있다. 그러므로 변위함수 w 는 다음 식 (3)과 같이 가정한 후 일반화된 변위를 적용하면 식 (4)와 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} u_1^e \\ u_1^e \\ u_3^e \\ u_2^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_e & x_e^2 & x_e^3 \\ 0 & -1 & -2x_e & -3x_e^2 \\ 1 & x_{e+1} & x_{e+1}^2 & x_{e+1}^3 \\ 0 & -1 & -2x_{e+1} & -3x_{e+1}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서,

$$u_1^e = w(x_e), \quad u_2^e = \left[-\frac{dw}{dx} \right]_{x=x_e}$$

$$u_3^e = w(x_{e+1}), \quad u_4^e = \left[-\frac{dw}{dx} \right]_{x=x_{e+1}}$$

이다.

식(4)에서 C_i 에 대하여 풀고 식 (3)에 대입하면 아래 식(5)를 얻을 수 있다.

$$w(x) = u_1^e \phi_1^e + u_2^e \phi_2^e + u_3^e \phi_3^e + u_4^e \phi_4^e = \sum_{j=1}^4 u_j^e \phi_j^e \quad (5)$$

보에 대한 유한요소 모델은 식 (3)에 가중함수 (weight function) v ($v = \phi_i^e$)와 변위 w 에 대한 식 (5)를 대입하고 여기서 힘과 변위를 식(6)과 (7)로 가정한 후 정리하면 식(8)을 구할 수 있다.

$$w(x, t) = w(x) \cdot e^{-i\omega t} \quad (6)$$

$$f(x, t) = F(x) \cdot e^{-i\omega t} \quad (7)$$

$$0 = \sum_{i,j=1}^n \left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} EI \frac{d^2 \phi_i^e}{dx^2} \frac{d^2 \phi_j^e}{dx^2} dx - \rho A \omega^2 \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_i \phi_j dx \right) u_j^e - \sum_{i=1}^n \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_i^e F dx - Q_i^e \quad (8)$$

위 식을 간단한 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^n (K_{ij}^e u_j^e - \omega^2 M_{ij}^e u_j^e - F_i^e) = 0 \quad (9)$$

여기서,

$$K_{ij}^e = \int_{x_i}^{x_{i+1}} EI \frac{d^2 \phi_i^e}{dx^2} \frac{d^2 \phi_j^e}{dx^2} dx \quad (10)$$

$$M_{ij}^e = \rho A \omega^2 \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_i \phi_j dx \quad (11)$$

$$F_i^e = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_i^e F_i^e dx + Q_i^e \quad (12)$$

이다. 식(9)는 다음과 같이 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$[K^e]\{u^e\} - \lambda[M^e]\{u^e\} = \{F^e\} \quad (13)$$

여기서 $\lambda = \omega^2$ 이다. 이제까지는 보요소의 유한요소 모델링에 대한 내용을 전개하였다. 보-질량-스프링 계에서 질량에 대하여는 식 (11)의 질량행렬에 대하여 수정을 해주어야 한다. 그리고 스프링으로 구속 되어져 있으면 이로 인하여 나타나는 하중과 모멘트에 의하여 식(10)의 강성행렬에서 해당하는 요소를 수정해 주어야 한다.

2.2 Newmark 시간적분법

동적 하중을 받는 선형 구조물에 대하여 유한 요소법을 적용하기 위하여 공간상에서 이산화 하면 다음과 같은 행렬식 형태의 미분방정식을 얻는다.

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (14)$$

여기서, M, C, K 는 각각 질량행렬, 감쇠행렬 그리고 강성행렬을 나타내며, $F(t)$ 는 외부 하중벡터 그리고 X, \dot{X}, \ddot{X} 는 변위, 속도, 가속도에 대한 벡터를 나타낸다. 위 식(14)를 풀기 위하여 Newmark법은 다음과 같이 가정한다[6].

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = \dot{X}_t + \Delta t[(1-\gamma)\ddot{X}_t + \gamma\ddot{X}_{t+\Delta t}] \quad (15)$$

$$X_{t+\Delta t} = X_t + \Delta t \dot{X}_t + (\Delta t)^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta\right) \ddot{X}_t + \beta \ddot{X}_{t+\Delta t} \right] \quad (16)$$

여기서, Δt 는 시간간격이고, 계수 β, γ 는 알고리즘의 안정성과 정확도를 결정짓는 상수이다. 일반적으로 Newmark법에서는 $\beta=1/4, \gamma=1/2$ 로 놓을 때 어떠한 조건에서도, 특히, 비교적 큰 시간 간격에서도 변위나 속도들이 발산하지 않는 무조건적(unconditional)인 안정성을 갖는다. 만약 $\beta=1/6, \gamma=1/2$ 이면 선형가속도 방법과 일치한다.

위에서 식(14)를 시간간격 $t + \Delta t$ 에 대하여 정리하면 다음과 같이 나타낸다.

$$M\ddot{X}_{t+\Delta t} + C\dot{X}_{t+\Delta t} + KX_{t+\Delta t} = f(t+\Delta t) \quad (17)$$

식(16)에서 $\ddot{X}_{t+\Delta t}$ 에 대하여 풀고 이 결과를 식 (15)의 $\dot{X}_{t+\Delta t}$ 에 대입한다. 그리고 $\dot{X}_{t+\Delta t}$,

$\dot{X}_{t+\Delta t}$ 에 대하여 식 (17)을 이용하면 다음과 같이 $X_{t+\Delta t}$ 에 대한 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[K + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} C + \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \right] X_{t+\Delta t} \\ & = F_{t+\Delta t} C \left\{ \frac{\gamma}{\beta \Delta t} X_t + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \dot{X}_t \right. \\ & \quad \left. + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \ddot{X}_t \right\} \\ & \quad - M \left\{ \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} X_t + \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{X}_t \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{X}_t \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

Newmark 알고리즘은 $t=0$ 에서 시작하여 주어진 초기조건 변위 X_0 , 속도 \dot{X}_0 를 이용하여 초기가속도 \ddot{X}_0 를 구한다. 그런 다음 식(18)을 순환식으로 하여 각각의 시간간격에서의 변위, 속도, 가속도를 구한다.

식 (18)에서 감쇠행렬 C 에 대하여 Rayleigh 감쇠로 가정하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = \alpha M + \beta K \quad (19)$$

여기서 α, β 는 상수로서 두 개의 서로 다른 고유진동수와 감쇠율에 의해 구할 수 있다.

2.3 유한요소 모델링

집합체의 동적 거동 해석을 위한 유한요소 모델링은 Figure 1과 같이 단독 핵연료 모델에 일축

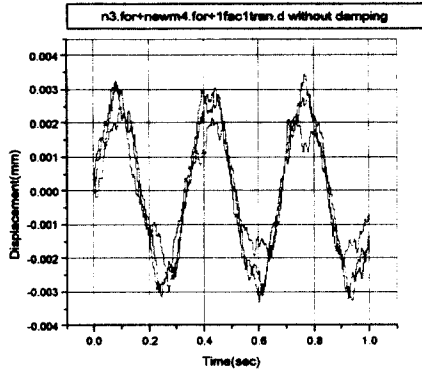


Figure 4. Displacement at Node 6,7,8 (No.Damping)

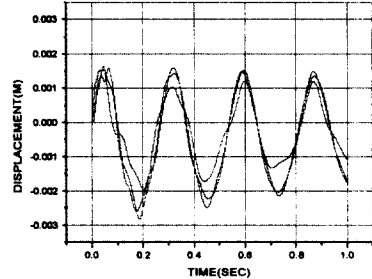


Figure 6. Displacement at Node 5,6,7 of One Side Impact Model

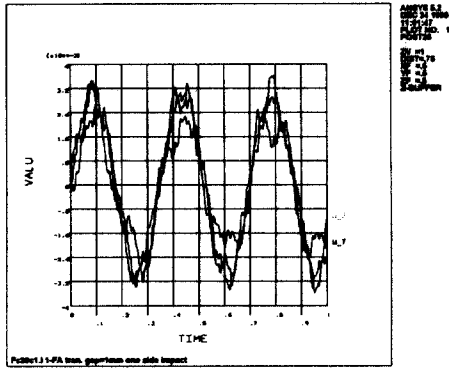


Figure 5. Displacement of One FA by ANSYS (No damping)

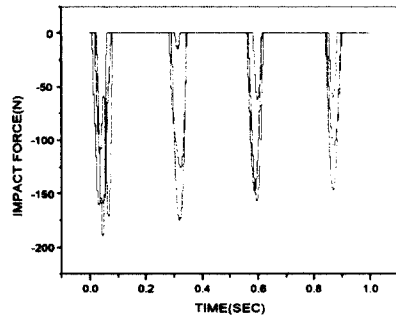


Figure 7. Impact at Node 5,6,7 of 1 side Impact Model

3.2 집합체 변위 및 충격거동

Figure 4는 집합체 중앙 절점에 단계 하중을 가하고 난 후의 변위 거동을 보이는 것으로서 이때의 충격 간격은 1mm이며 α , β 댐핑은 3.1절에서 구한 값을 사용한 것이다. Figure 4에서 보면 초기 일측 충격간격 이상에서 충격이 일어나고 댐핑에 의해 점차 변위가 감소함을 잘 보여주고 있다. 또 Figure 5는 이때의 일측 충격력을 보여주는 것으로서 Figure 6의 ANSYS 결과와 같은 거동을 보이는 것을 알 수 있다.

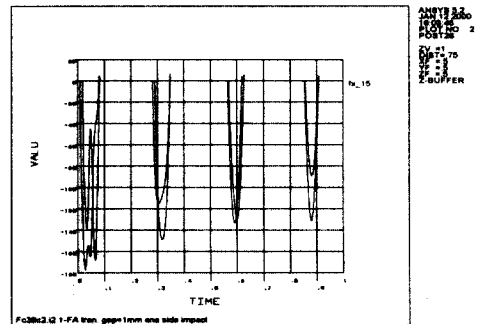


Figure 8 Impact at Node 4,5,6 from ANSYS

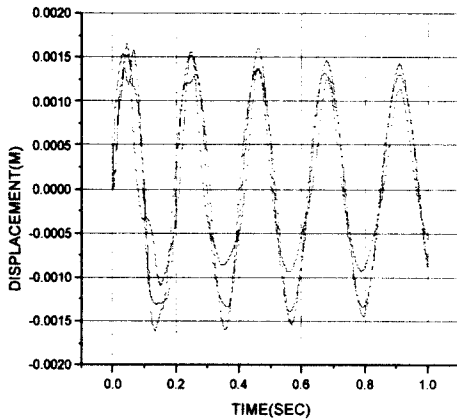


Figure 9 Displacement at Node 5,6,7 of 2 Side Impact Model

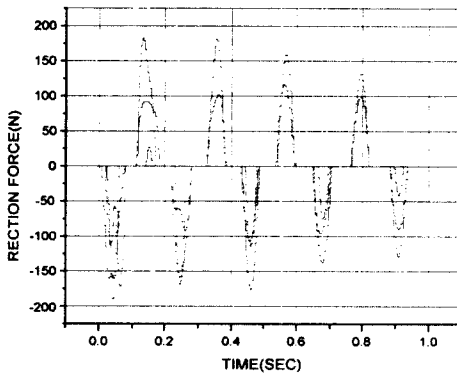


Figure 10 Impact at Node 5,6,7 of 2 Side Impact Model

4. 결론

경수로용 핵연료의 동적거동을 해석하기 위한 유한요소 모델을 설정하고 집합체를 등가 보-스프링-질량 모델로 모사하여 이 모델의 임의 절점에 하중, 변위, 속도, 가속도의 임의 시간 종속 가진에 의한 모델의 변위 거동해석을 위한 프로그램을 개발하였으며 하중, 변위, 속도, 가속도의 입력에 의한 변위와 충격거동을 해석하였다. 이 해석의 결

과를 기존의 상용 ANSYS 코드를 이용하여 해석의 신뢰성을 검토하였으며 이들 두 결과는 상호 잘 일치함을 확인하였다.

향후 지금까지의 개발 결과를 토대로 비선형 충격 거동을 추가하여 실제해석에 활용할 프로그램을 개발할 예정이다.

Acknowledgement

본 연구는 과학기술부의 중장기 원자력연구개발 사업의 일환으로 수행되었음.

References

- (1)J.S.Yim, "Analysis on the Supporting Integrity of the PWR Fuel Rod", 한국 소음 진동공학회 추계학술대회 논문집, pp.177~183, 1997
- (2)M.J.Jhung, "Structural Integrity of PWR Fuel Assembly for Earthquake", Journal of the Korean Nuclear Society, Vol. 30, No.3, pp.212~221, 1998
- (3)Y.Noh, "Stability and Accuracy for the Trapezoidal Rule of the Newmark Time Integration Method with Variable Time Step Sizes", 대한기계학회논문집(A), pp.1712~1717, 1997
- (4)이용주, 임정식, 손동성, "직접 시간적분법을 이용한 보-질량-스프링 계의 동적해석", 한국소음진동공학회 1999년도 추계학술대회논문집, pp.424~429, 1999
- (5)S.Rao, Mechanical Vibrations, Addison Wesley Publishing Co., 1986
- (6)K.J.Bathe, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, pp. 499~547. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1982)