

유한요소법을 이용한 하드디스크의 회전 연성 진동 해석 및 설계민감도 연구

○ 왕세명* , 이기영**

Coupled Vibration Analysis and Sensitivity of HDD using the Finite Element Method

Semyung Wang* , Kiyoung Yi**

ABSTRACT

The vibration of the hard disk drive (HDD) systems, which comprises flexible disks, flexible shafts, bearings, and base structures, are analyzed by a finite element method (FEM) to cope with complicated coupling effects between them. The natural frequencies and mode shapes of the uncoupled, axial and bending coupled vibrations are calculated. Modal testing of the HDD systems is performed to validate the finite element analysis (FEA) results. Good agreement was obtained between the computed and experimental results. Sizing design sensitivity analysis (DSA) of the system was performed with the thickness of base structure and bearing stiffness as design variables. The DSA results tell how can I increase or decrease eigenvalue of the system effectively.

1. 서론

회전하는 디스크는 회전톱이나 터빈, 컴퓨터 하드디스크등에 많이 이용되어왔다. 최근에는 하드디스크의 용량이 급속히 증가하고 단위 시간에 처리해야 하는 데이터의 양이 크게 증가함에 따라 빠른 데이터 탐색 및 전송속도가 요구되게 되어 디스크 축계의 특성이 보다 더 고 회전, 고 정밀 및 고 효율로 되어야 함에 따라서 설계단계에서 더욱 정확한 해석이 요구된다.

Lamb[1]등이 두께가 일정한 얇은 디스크의 진동에 대한 연구를 한 이래 디스크-축계의 진동이나

주로 디스크만을 해석하거나[2,3] 디스크를 강체로 가정을 하고 디스크-축계를 해석하여[4,5] 각 요소의 유연성으로 인해 야기되는 연성효과를 고려하지 못하였다.

최근에 와서 시스템의 진동특성에 많은 영향을 주는 각 요소간의 연성효과에 대한 논의들이 진행되었다. Wu 와 Flower[6]등은 디스크의 유연성이 회전축계의 특성을 많이 변화시킬 수 있음을 밝혔고, Sakata[7]등은 유연한 디스크와 유연한 블레이드로 이루어진 회전축계의 진동을 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 또한 Lee[8]등은 하드디스크의 디스크-축계를 베어링으로 지지된 다중원판으로 모형화 하여서 가정모드법을 이용하여 해

* 정회원, 광주과학기술원 기전공학과

** 정회원, 아이오와대학 기계공학과 박사과정

석하였다.

본 연구에서는 하드디스크 시스템을 유연 디스크, 유연축, 베어링, 베이스 플레이트로 모형화 하여 각 요소의 연성효과를 고려하여 고유진동수와 모드형상을 구하였다. 그리고 민감도 해석을 수행함으로써 설계 변수들과 시스템의 성능과의 관계를 설계단계에서 미리 알 수 있었다.

2. 유한요소법에 의한 운동방정식

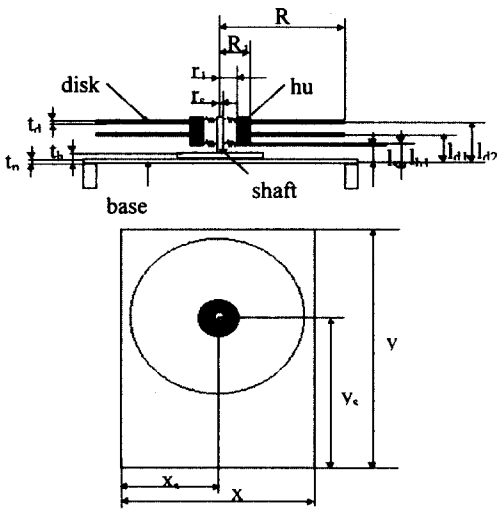


그림 1 Analysis model

해석 모델은 그림 1 에서 보듯이 디스크와 허브, 샤프트, 그리고 베이스 플레이트로 구성되어 있다.

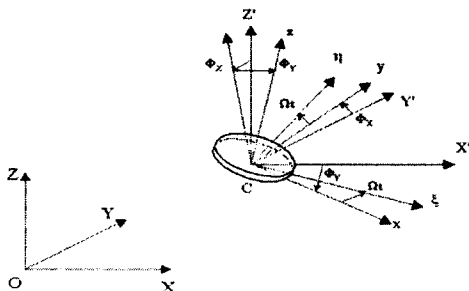


그림 2. Reference frames

그림 2 는 회전축계의 Reference frame 을 나타낸다. [9]

디스크는 허브의 회전에 의해 원심력을 받는 회전하는 평면운동 상태의 환형 유연디스크로 모형화 하였다. 디스크는 강체운동과 탄성변형을 하게 되는데 강체운동은 디스크가 위치해 있는 허브의 변위와 기울기를 뜻한다. 디스크의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \rho_D \int_0^{2\pi} \int_0^R h_D \{\dot{P}\}^T \{\dot{P}\} r dr d\theta \\
 &= \frac{1}{2} M_D (\dot{X}_c^2 + \dot{Y}_c^2 + \dot{Z}_c^2) + \frac{1}{2} J_z (\dot{\Phi}_x^2 + \dot{\Phi}_y^2) + J_p \Omega \Phi_y \dot{\Phi}_x \\
 &\quad + \frac{1}{2} \rho_D \int_0^{2\pi} \int_0^R h_D [\dot{w}^2 + 2(\dot{Z}_c^2 + \dot{\Phi}_x r \sin \theta - \dot{\Phi}_y r \cos \theta) \dot{w} + 2\Omega \dot{w} w_\theta \\
 &\quad + 2(\dot{\Phi}_x r \sin \theta - \dot{\Phi}_y r \cos \theta) w_\theta + \Omega^2 w_\theta^2 \\
 &\quad - 2\Omega (\dot{\Phi}_y r \sin \theta + \dot{\Phi}_x r \cos \theta) w] r dr d\theta + T_c
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 ρ_D 는 밀도이고 h_D 는 디스크의 두께이며, r_1 과 r_2 는 각각 내경과 외경이고, M_D 는 디스크의 질량이며 J_z 와 J_p 는 z 축과 x 축에 대한 질량관성모멘트이다.

회전 디스크의 탄성에너지는 순수 굽힘과 원심력으로 인해 야기된다. 만약 디스크의 반경이 두께에 비해 크면 transverse shear 는 무시할 수 있으며 이 때의 순수 굽힘으로 인한 탄성에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 U_D &= \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{D}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta^2} \right)^2 \right\} \right] r dr d\theta
 \end{aligned} \tag{2}$$

반경방향의 응력을 σ_r , 접선방향의 응력을 σ_θ 로 표현하면 원심력으로 인한 탄성에너지는 다음과 같다.

$$U_D^* = \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^s \left[\sigma_r \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] r dr d\theta \quad (3)$$

허브의 운동에너지는 식(1)을 확장함으로써 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$T = \frac{\rho_s A}{2} \int_0^s (\dot{u}_s^2 + \dot{v}_s^2 + \dot{w}_s^2) ds + \frac{\rho_s I_x}{2} \int_0^s (\Phi_{ss}^2 + \Phi_{\theta s}^2) ds + \rho_s I_x \Omega \int_0^s \dot{\Phi}_{ss} \Phi_{\theta s} ds + \rho_s I \Omega^2 A \quad (4)$$

여기서 ρ_s 는 밀도이고 A 는 단면적이며 S 는 길이, I_x 는 중립축에 대한 관성모멘트이다. 식(4)의 처음 적분항은 축의 굽힘으로 인한 운동에너지이고 두번째 적분항은 회전관성으로 인한 효과이고, 세번째 적분항은 자이로효과이며, 마지막항은 상수로 라그랑지식에 대입함으로써 얻어지는 운동방정식에 아무런 영향을 끼치지 않는다.

허브의 탄성에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U = \frac{EI_x}{2} \int_0^s \left[\left(\frac{\partial \Phi_{ss}}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_{\theta s}}{\partial s} \right)^2 \right] ds + \frac{EA}{2L^2} \int_0^s \left(\frac{\partial w_s}{\partial s} \right)^2 ds + \frac{1}{2} GA \int_0^s \left[\left(\frac{\partial u_s}{\partial s} - \Phi_{\theta s} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_s}{\partial s} + \Phi_{ss} \right)^2 \right] ds \quad (5)$$

샤프트는 회전하지 않는 Timoshenko 보로 운동에너지는 식(4)에서 회전속도 Ω 가 0이 될 때이며 탄성에너지는 식(5)와 같이 표현된다.

Reissner 판 이론을 고려하여 탄성에너지와 운동 에너지를 표현하면 다음과 같다.

$$U_p = \iint_{\Omega} \frac{h}{3} \sigma_{ij}^b \epsilon_{ij}^b d\Omega + \iint_{\Omega} h \tau_{ij}^s \gamma_{ij}^s d\Omega \quad (6)$$

$$T_p = \iint_{\Omega} \rho \dot{w} \dot{w} d\Omega$$

베어링의 굽힘에 의한 효과를 무시하고 등방성

이라고 가정하면 베어링의 탄성에너지와 방출함수는 다음과 같다.

$$U_b = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 k_b \left[(u_{si} - u_{spi})^2 + (v_{si} - v_{spi})^2 + (w_{si} - w_{spi})^2 \right] \quad (7)$$

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 c_b \left[(\dot{u}_{si} - \dot{u}_{spi})^2 + (\dot{v}_{si} - \dot{v}_{spi})^2 + (\dot{w}_{si} - \dot{w}_{spi})^2 \right] \quad (8)$$

각각의 형상함수를 에너지 식에 대입하여 이산화하고, 라그랑지 식을 이용하면 요소별 형렬들이 조합되어 운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{0\} \quad (9)$$

식(9)에서 $[M]$ 은 질량, $[C]$ 는 감쇠와 자이로, $[K]$ 는 강성 형렬이고, $\{X\}$ 는 절점 변위 벡터이다. 회전하는 구조물의 고유치는 회전에 따른 자이로 효과로 회전하지 않는 구조물의 고유치와 구별된다. 일반적인 고유치 문제는

$$\begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X} \\ \dot{X} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & -K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ X \end{Bmatrix} \quad (10)$$

이고, 조화함수로 가정했을때의 고유치 문제는

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & -K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ X \end{Bmatrix} = \Lambda^n \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ X \end{Bmatrix} \quad (11)$$

로서 원하는 주파수들을 Lanczos 방법으로 푼다.

3. 해석과 실험

개발한 유한요소 프로그램을 검증하기 위해 시판되고 있는 디스크가 2개인 하드디스크의 해석을 수행하였다. 하판은 형상의 복잡성을 피하기 위해 평판으로 가정하였다. 하판의 두께가 고유치에 미치는 영향을 보기 위해 1mm와 3mm의 두 모델의 해석을 수행하였다. 하판은 실제와 비슷하게 양단을 고정시켰다. 이 시스템은 자유도가 크

기 때문에, 순차적인 방법으로 고유치를 구해야 한다. 따라서 순차적 방법이며 웹에서 제공하는 ARPACK 프로그램을 사용하였다.

또한 해석의 검증을 위해 같은 하드디스크의 모드 실험을 통해 고유치와 고유벡터를 얻었다. 모드 실험에는 임팩트 망치로 하판을 가진하고 비접촉 레이저 진동 측정기로 윗 디스크의 속도를 측정하였다. 실험은 0 과 5400rpm 사이를 일정 간격으로 측정하였다. 하판은 해석과 같이 같이 1mm 와 3mm 두께의 평판으로 대체하여 양단을 고정하였다.

그림 3 과 그림 4 는 각각 1mm 하판과 3mm 하판의 모드해석과 실험 결과를 보여준다. 그림에서 점은 실험치를 그리고 실선은 해석결과이며 두 경우 모두 해석과 실험이 일치하는 것을 알 수 있다. 1mm 하판의 경우 3mm 하판보다 회전수 증가에 따른 코니칼 모드의 변화가 적다. 즉, 0 에서 5400rpm 으로 증가할 때 1mm 하판에서 53Hz 가 증가했는데, 3mm 하판에서는 73Hz 가 증가했다. 이러한 현상은 하판과 다른 부품의 연성 진동을 고려하지 않으면 알 수가 없다. 또한 축 진동 주파수는 두께가 증가할수록 크게 증가한다. 그러나

(0,0), (1,0), (2,0)과 같은 비연성 모드는 두께의 변화와 상관이 없다. 표 1 은 1mm 하판에서 각각 정지시와 5400rpm 에 해석과 실험결과가 일치하는 것을 보여준다. 5400rpm 에서 축진동 모드와 코니칼 모드에서의 고유치에 다소 오차가 있지만 이것은 실험에서 크래프와 스페이서가 디스크간에 삽입되어 스프링 역할을 하여 해석치 보다 다소 낮은 것이다. 그림 5 는 각 부분의 굽힘 연성으로 인한 유연성 효과를 보여준다. 그림 5(a)에서 하판의 유연성이 연성 주파수를 크게 낮출 수 있음을 보여준다. 그림 5(b)와 5(c)는 디스크와 축의 유연성이 연성 주파수에 다소 영향이 있음을 보여준다. 그러나 허브의 유연성은 전혀 상관이 없음을 그림 5(d)에서 보여준다.

그림 6 은 하판 두께의 변화에 따른 하드디스크 고유치 설계민감도를 도시하였다. 스펙들이 위치한 양쪽이 민감한 것을 알 수 있다. 그곳에 위치한 요소에서 민감도의 정확도를 유한차분법과 비교하여 표 1-4 에 나타내었다. 하판 두께와 베어링의 강성 변화에 따른 축 진동 모드와 굽힘연성 모드의 민감도가 유한 차분 결과와 일치하였다.

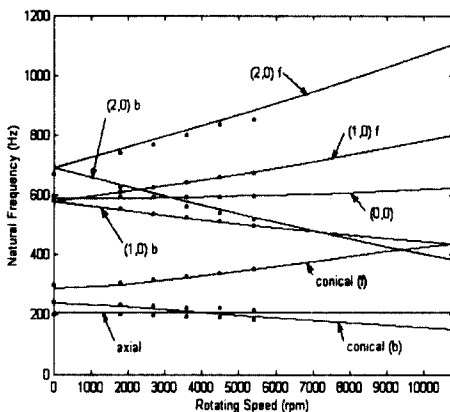


그림 3. Natural frequencies of the HDD system with 1mm thickness base plate.

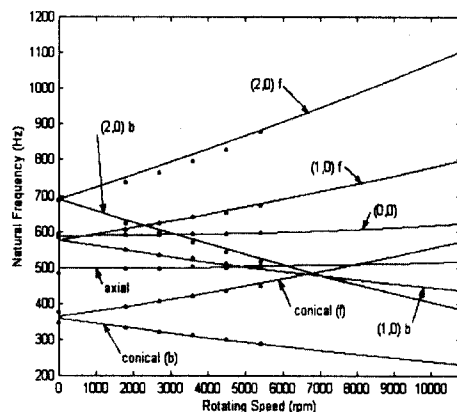
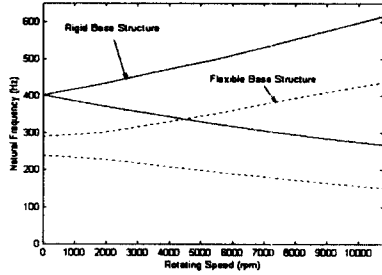
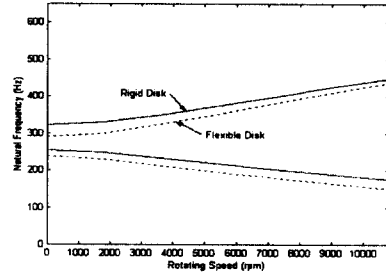


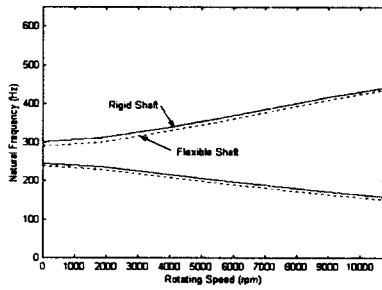
그림 4. Natural frequencies of the HDD system with 3mm thickness base plate



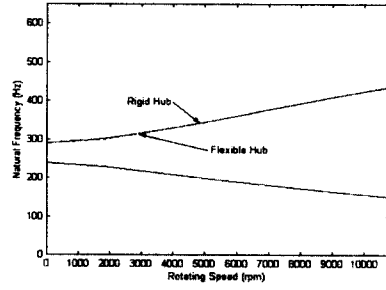
(a) The flexibility effect of the base structure



(b) The flexibility effect of the disk



(c) The flexibility effect of the shaft



(d) The flexibility effect of the hub

그림 5. The flexibility effect of each component on the bending coupled modal frequencies of the HDD spindle system.

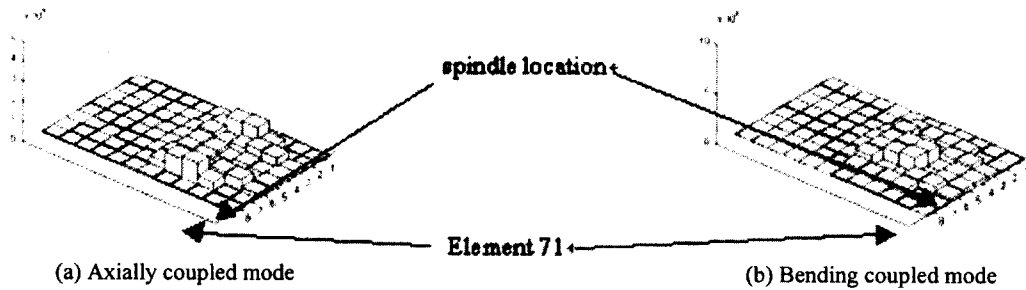


그림 6. Eigenvalue design sensitivities of HDD spindle system with respect to the thickness of the base structure.

표 1. Sensitivity Verification for axially coupled mode with respect to thickness of base plate

Element Number	Perturbation δh	$\Delta\psi$	ψ'	$\psi'/\Delta\psi$ %
71	1.0e-3	7.6563e7		139.61
	1.0e-4	1.0632e8	1.0689e8	100.54
	1.0e-5	1.0687e8		100.01

표 2. Sensitivity Verification for bending coupled mode with respect to thickness of base plate

Element Number	Perturbation δh	$\Delta\psi$	ψ'	$\psi'/\Delta\psi$ %
71	1.0e-3	2.5721e7	1.3024e8	506.36
	1.0e-4	1.2335e8		105.58
	1.0e-5	1.2660e8		102.87

표 3. Sensitivity Verification for axially coupled mode with respect to the axial stiffness of the bearing.

Element	Perturbation δk	$\Delta\psi$	ψ'	$\psi'/\Delta\psi$ %
Upper bearing	1e6	6.0148e-4	6.6210e-4	110.08
	1e5	6.5550e-4		101.01
	1e4	6.6159e-4		100.08
Lower bearing	1e6	5.8902e-4	6.4830e-4	110.06
	1e5	6.4188e-4		101.00
	1e4	6.4765e-4		100.10

표 4. Sensitivity Verification for bending coupled mode with respect to the radial stiffness of the bearing.

Element	Perturbation δk	$\Delta\psi$	ψ'	$\psi'/\Delta\psi$ %
Upper bearing	1e6	2.7276e-2	3.1931e-2	117.07
	1e5	3.0098e-2		106.09
	1e4	3.1291e-2		102.05
Lower bearing	1e6	3.7699e-2	4.2590e-2	112.97
	1e5	4.1449e-2		102.75
	1e4	4.1838e-2		101.79

4. 결론

하드디스크의 복잡한 연성 진동 해석을 위하여 유한요소 프로그램을 개발하였다. 이 프로그램으로 비 연성, 축 연성, 굽힘 연성 진동의 고유치와 고유 벡터를 계산하였다. 이 해석 결과들은 모드 실험과 비교하여 잘 일치됨을 알 수 있었다. 특히 하판의 두께에 따른 유연성이 연성 진동 주파수에 많은 영향을 줄을 알 수 있었다. 또한 하판 두께와 베어링 강성 변화에 따른 연성 주파수의 설

계 민감도가 하드디스크의 연성 진동을 고려한 설계에 유용함을 알 수 있었다.

후기

이 논문은 1999년도 두뇌한국 21 사업의 지원을 받았다.

참고문헌

- [1] H. LAMB and R. V. SOUTHWELL 1921 *Proceedings of Royal Society of London* 99, 272-280. The vibrations of a spinning disk.
- [2] J. KIRKHOPE and G. J. WILSON 1972

- International Journal of Numerical Methods in Engineering* 4, 181-193. Vibration of circular and annular plates using finite elements.
- [3] J. KIRKHOPE and G. J. WILSON 1976 *Journal of Sound and Vibration* 44(4), 461-474. Vibration and stress analysis of thin rotating discs using annular finite elements.
- [4] R. L. RUHL and J. F. BOOKER 1972 *ASME Journal of Engineering for Industry* 126-132. A finite element model for distributed parameter turborotor systems.
- [5] H. D. NELSON and J. M. MCVAUGH 1976 *ASME Journal of Engineering for Industry* 593-600. The dynamics of rotor-bearing systems using finite elements.
- [6] F. WU and G. T. FLOWERS 1993 *ASME Vibration of Rotating Systems* 60, 19-26. An experimental study of the influence of disk flexibility and rubbing on rotor dynamics.
- [7] M. SAKATA, K. KIMURA and S. K. PARK 1989 *Journal of Sound and Vibration* 131(3), 417-430. vibration of bladed flexible rotor due to gyroscopic moment.
- [8] C. W. LEE and S. B. CHUN 1998 *ASME Journal of Vibration and Acoustics* 120, 87-94. Vibration analysis of a rotor with multiple flexible disks using assumed mode method.
- [9] K.Y.Yi, Coupled vibration of analysis of rotors with multiple disks using the FEM, 1999, Master's Thesis, Kwangju Institute of Science & Technology