

편적 선형 진동계의 실험과 해석

최연선*

Experiment and Analysis of Piecewise-Linear Vibration systems

Choi, Yeon-Sun

ABSTRACT

Mechanical problems are basically three dimensional nonlinear dynamic problems, which makes it difficult to solve. The difficulties are tried to overcome by modeling, i.e., simplifications of the system with the assumptions or negligence of minute effects. However, the correctness or usefulness of the model should be verified through the comparison with experimental results, which is the process of physical understanding of the system. The understanding of physics of the system make it possible to design or operation of the system. The effects of clearance and friction are always difficult problems in mechanical system due to its nonlinearity. The nonlinearity comes from piecewise-linear characteristics of the stiffness and damping of the system. The modeling of piecewise-linearity and the experimental result are discussed in this paper for impact and friction oscillator and rotor rubbing problem, which is the combination of impact and friction problems.

1. 서론

기계는 소기의 성능을 다하기 위해 3 차원 공간 상에서 다수의 부품이 움직이게 된다. 이러한 기계를 만들고 운전을 하고자 하면, 기계가 움직이는 원리, 즉 힘과 운동과의 관계를 알아야 한다. 이를 위해 기계공학에서는 운동방정식을 유도하여 이론해석 혹은 수치해석을 수행하고 실험결과와 비교 검토한다. 그러나 실험과 이론해석 결과는 일치하지 않는 경우가 많다. 이러한 불일치는 실험과정의 오류 및 신호상의 노이즈 영향 이외에도 비선형 역학과 관련되는 경우 더욱 그러하다.[1]

특히 기계에서 부품과 부품간의 접촉에 의한 충격과 마찰은 흔히 발생하는 현상으로서 실험결과에 대한 이론해석은 아직도 한계가 있다. 이는 접촉에 의한 충격과 마찰이 비선형 동역학 문제로서 아직도 학문적으로 충분히 규명되지 못한 상태이기 때문이다. 따라서 접촉에 의한 충격, 마

찰 문제는 세계 여러 나라에서 기계공학 관련 주요 연구 과제의 하나가 되고 있다. 접촉관련 문제는 접촉, 비접촉에 따른 불연속 함수가 운동방정식에 포함되어 강비선형성(strong nonlinearity)을 유발하는 문제로서 학문적으로도 쉽지 않은 문제이다. 본 논문에서는 편적 선형 문제로 대별되는 충격 진동자와 마찰 진동자, 그리고 충격과 마찰이 같이 있는 회전기계의 회전마멸 현상에 대해 최근의 연구동향과 함께 실험과 이론해석의 의미와 차이를 살펴 보기로 한다.

2. 충격 진동자

일반적으로 기계시스템은 가공여유, 혹은 마모로 발생한 간극으로 인하여 부품간에는 접촉이 일어나며 이로 인하여 큰 응력, 과도한 진동과 소음을 유발하게 된다. 이와 관련된 문제로는 헐거운 조인트(loose joint), 충격 감쇠기(impact damper), 충격 프린터 햄머(impact print hammer), 기어진동, 열

* 성균관대학교, 기계공학부

교환기 등이 있다. 충격 진동 문제는 강비선형 문제로서 해석적으로나 수치계산상 험지 않은 과제이다.[2]

충격 진동 시 접촉 시간을 연장하거나 시스템의 감쇠를 크게 하면 비선형 현상을 누그러뜨릴 수는 있다. 그러나 충격 진동 문제에서 혼돈운동과 분기현상 등의 비선형 동적현상은, 이론해석 결과와 실험 결과에는 많은 차이가 있다. 접촉과정을 반발계수로 모델링하는 것은 접촉 강성을 무한대로 보고 반발계수에 따라 접촉과정의 감쇠를 고려하는 방법으로서 계산상 간편하기는 하나 완전한 모델이라고 하기에는 한계가 있다.

이러한 충격관련 연구는 서유럽 계통에서는 충격 진동자(impact oscillator)로 불리우나, 구소련 계통에서는 진동 충격계(vibro-impact system)라 하며 많은 연구가 시도되었다. 1950년대 시작해서 60, 70년대에는 정성적 해석, 충격감쇠기 관련 이론, 실험 등을 바탕으로 기계에 적용을 시도하였다. 80년대에는 분기와 혼돈운동 연구에 많은 관심을 기울였다. 최근에는 충격 시 속도가 영이 되는 경우, 즉 충격 시 비충격의 경계상태부터 가진 주파수가 증가하면 복수의 다양한 해가 존재하여 곧바로 혼돈운동으로 연결되는 그레이징(grazing) 분기에 대한 많은 연구가 진행되고 있다[3]. 충격진동 관련 국가별 주요 연구자를 보면, 영국에서는 Thompson, Bishop, Ghaffari, 미국은 Shaw, Homles, Moon, 독일은 Pfeuffer, Kunert 등이 있고, 일본에서는 Maezawa, Watanabe 중국에서는 Weng Banchen 등 여러 나라에서 많은 연구자들이 이 분야를 연구하고 있다.[2]

충격 진동 연구는 충격에 의한 다양한 비선형 응답을 규명하는 데 있다. 이를 위해 일부 연구자에 의해 다 자유도 모델 해석도 시도되고 있으나 대개 일 자유도계 모델 해석이다. 단순 모델을 통해 새들노드(saddle node) 분기, period-doubling, 그레이징 분기 등 다양한 비선형 응답을 규명하는데 연구의 초점이 있다. 그러나 근본적으로 두 물체의 접촉은 복잡한 비선형성을 내포하고 있어 해석 모델의 개발은 중요한 것이다. 분기와 혼돈운동 등의 비선형 현상을 단순 해석 모델에 의한 이론 해석 결과가 실험 결과에 접근한다면 단순 해

석 모델의 타당성이 입증되는 것이다.

일반적으로 충격진동 해석과 관련하여, 모든 연구자들은 반발계수를 이용하거나, Fig.1 과 같이 편적 선형 모델로 해석한다. 각각에 대한 운동 방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= F_0 \sin \omega t : x < d \\ \dot{x} &\rightarrow -rx : x = d \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 d 는 최대변위의 한계이고, r 은 반발계수이다. 또한 접촉과정을 접촉강성과 점성감쇠로 모델링하면 아래와 같이 편적 선형 진동모델이 된다.

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + C_1\dot{x} + K_1x &= F_0 \sin \omega t : |x| < d \\ M\ddot{x} + (C_1 + C_2)\dot{x} + (K_1 + K_2)x &= F_0 \sin \omega t + K_2d : |x| < d \end{aligned} \quad (2)$$

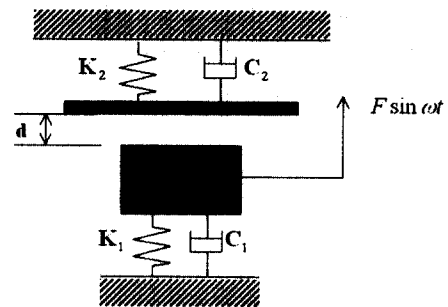


Fig. 1 Piecewise-linear model

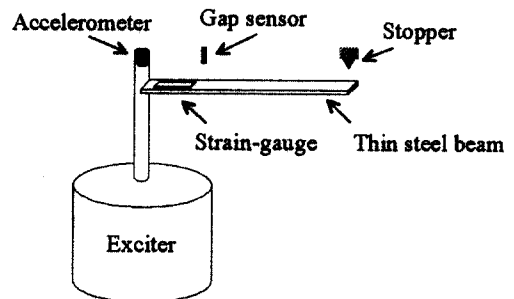


Fig. 2 Cantilever beam vibration with stop

본 연구실에서는 Fig 2 와 같이 스톱퍼(stopper)로 운동이 제한되는 외팔보를 가진기로 가진하면서 스트레인 게이지(strain gauge)와 갭 센서(gap sensor)로 보의 진동을 측정하는 실험을 수행하였다. Fig

3 에서 보는 바와 같이 가진 주파수에 따라 파형의 변화가 관찰되었다. 또한 Fig. 4 에서 보는 바와 같이 도약현상이 목격되었다. 반발계수 모델과 편적 선형 진동 모델을 이용하여 수치해석 응답과 비교 검토하였으나, 편적 선형 진동 모델이 반발계수 모델보다 실험결과에 접근함을 보여주었다. [4]

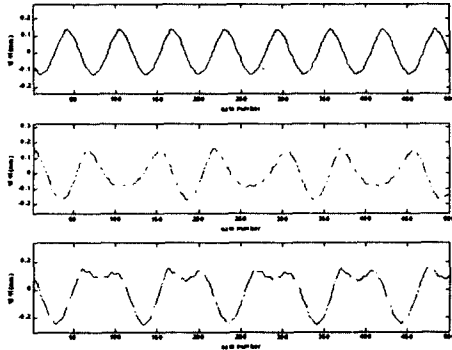


Fig. 3 Experimental responses with stop

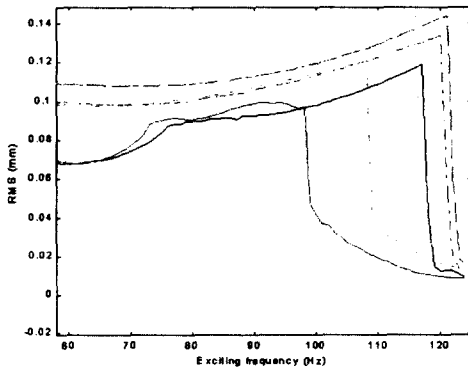


Fig. 4 Responses of the beam with different exciting forces

3. 마찰진동자

기계의 부품간에 상대운동이 발생할 때 접촉면에서의 마찰은 진동을 일으킬 수 있으며 이를 마찰 기인 진동이라 한다. 마찰 기인 진동은 소음과 마모를 동반하게 되며 특히 공작기계의 채터

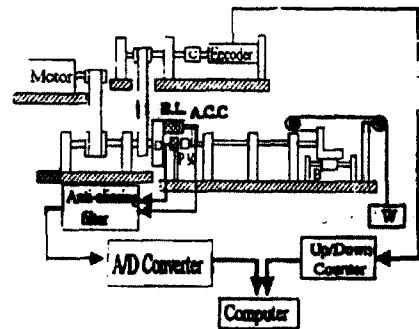
(chatter), 로봇관절에서의 래틀(rattle), 자동차 브레이크 소음의 직접적인 원인이 되고 있다.

마찰에 의한 진동은 마찰계수가 속도와 수직항력의 함수로서 비선형 특성을 가지게 되며, 저속에서는 스틱슬립(stick/slip) 현상이 발생하고 미끄럼속도가 증가함에 따라 가조화 진동(quasi-harmonic vibration)이 발생되고 있다. 이러한 마찰 진동은 외부의 가진이 없는 자율계(autonomous system)로서 마찰계수가 속도변화의 불연속 함수에 기인하여 진동이 발생하고 기계계의 대표적 비선형 문제이다. 즉 마찰계수는 마찰면에서의 마찰면에서의 두 물체간의 상대속도의 함수로 표현된다. 마찰진동의 운동방정식은 아래와 같다.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \mu(\dot{x} - v)N \quad (3)$$

쿨롱은 마찰계수를 상수로 보고 다만 속도 방향의 변화만을 고려한 마찰 모델을 만들었다. 많은 연구자들이 쿨롱 마찰모델을 이용하여 수학적 혹은 수치해석을 함으로서 다양한 분기현상, 혼동 운동의 가능성을 설명하고 있으나[5] 실험결과와의 비교는 혼치 않다. 이는 마찰계수가 속도변화 및 접촉하는 물체의 재질, 윤활상태 등에 따라 다양한 형태의 진동이 발생되므로 실험현상을 이론적으로 설명하기에는 한계가 있기 때문이다.

마찰 진동을 실험적으로 측정하기 위해 Fig. 5 와 같은 Pin-on-disk 형태의 실험장치를 제작하였다.



B: Bearing, B.L.: Brakes Lining Pad
C: Coupling, P.M.: Potentiometer
A. C.C.: Accelerometer, W: Weight

Fig. 5 Schematic diagram of the experimental apparatus

Fig. 6 은 실험적으로 측정된 마찰기인 진동으로서 상당히 불규칙한 응답으로 보이나, 모터의 구동속도에 따라 각기 다른 응답을 보이고 있고, 일정한 주기성을 갖는 조화진동으로서 맥노리(beat) 현상이 나타나고 있다.

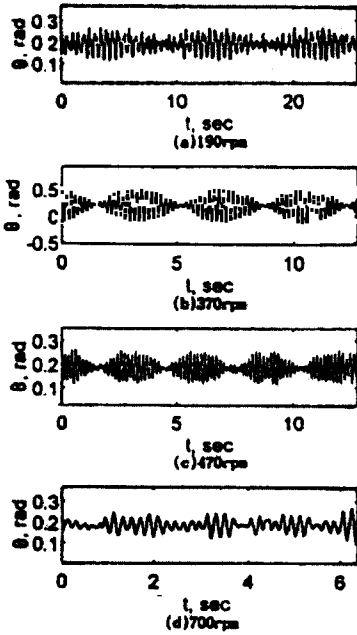


Fig. 6 Friction induced vibration responses

Fig. 7 은 각각의 응답에 대한 스펙트럼 분석 결과로서 모터의 회전속도 성분과 고유진동수에 해당하는 주파수 성분이다. 따라서 진동이 모터회전 속도에 기인한 가진 주파수가 고유진동수 근처인 경우 맥노리 현상이 나타날 수 있는 것이다.[5]

여기서 고유진동수 성분이 발생하는 것은 식(3)에서 외부 가진력이 마찰계수가 상대 속도 증가에 따라 감소하면 음(-)의 감쇠를 갖게 되어 결국 마찰기인 진동이 자력진동(self excited vibration)의 형태가 되기 때문이다. 그러나 모터의 회전 성분이 나타나는 것은 식(3)으로도 설명되지 않는다.

마찰 기인 진동에 가진 주파수 성분이 나타나는 것과 관련하여 다음과 같은 연구를 수행하였다.

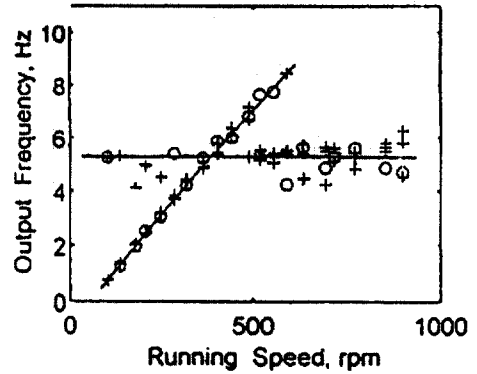


Fig. 7 Frequency components of the friction induced vibration (experimental: [+; 1st, o; 2nd], numerical: [-])

Fig. 8 은 디스크가 0.05° 기울어진 상태에서 1kg의 무게 추를 사용하고 40rpm의 속도로 디스크를 회전시켰을 때의 마찰기인 진동의 속도변화와 수직항력변화를 보여주는 그림이다. 이 때 수직항력은 실제로 고주파 노이즈가 많이 있으나 회전수 성분만을 보기 위해 필터링한 결과이다. 스킨(squeal)은 수직항력이 커졌다가 작아질 때 발생하고 있음을 알 수 있다. 1회전 당 한 번의 수직항력변화가 일어나는 것은 측정될 불량으로 인해 디스크가 약간 기울어져 있기 때문이다.

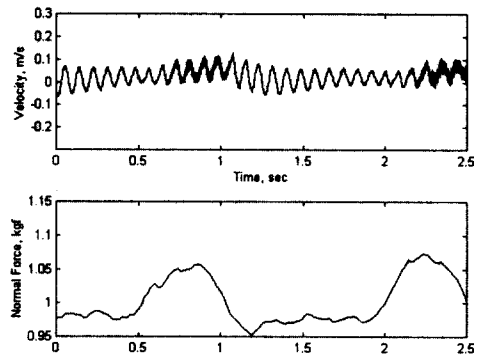


Fig. 8 Friction induced vibration and normal Force

4. 회전마멸

회전기계는 회전자와 고정자 사이의 간극이 작을수록 좋은 성능을 얻을 수 있다. 그러나 편심, 축정렬불량 등에 의하여 회전자가 선회운동을 하면서 회전자는 고정자와 접촉하게 된다. 이와 같이 회전자가 고정자와 접촉하는 현상을 회전마멸이라 한다. 회전기계의 운전중 회전마멸이 발생하면 고주파, 대전폭의 진동이 발생하며 심한 경우 회전기계의 파손을 일으키게 된다. 회전마멸 현상은 회전자가 고정자의 내면을 따라서 궤도의 이탈이 없이 회전하는 경우도 발생할 수 있으나 대부분이 간헐적 접촉으로 이루어지는 경우이다. 이러한 간헐적 접촉과 접촉에 따른 마찰을 동반하는 회전마멸 현상을 부분 회전마멸이라 하며 Fig. 9와 같은 모델이 성립한다.

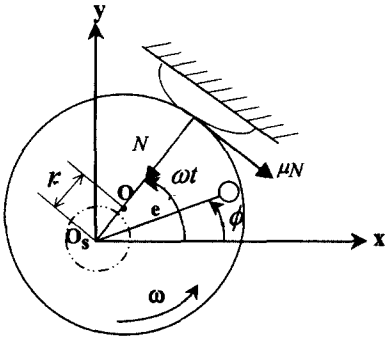


Fig. 9 Analytical model of partial rub

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = me\omega^2 e^{i(\alpha + \delta)} : |z| < r \quad (4)$$

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz + F(z)N(1 + j\mu) = me\omega^2 e^{i(\alpha + \delta)} : |z| \geq r$$

윗식은 Fig. 9의 해석모델로부터 유도된 부분 회전마멸 운동 방정식으로서 r 은 회전체와 고정자의 간격이고, $F(z)$ 는 고정자의 돌출부의 위치를 나타내는 함수로서 접촉시에는 1되나 비접촉시에는 0이 된다. 수식에서 보는 바와 부분 회전 마멸 현상은 접촉과 마찰이 동시에 발생하는 문제이다. 회전자와 고정자가 접촉 시 식(4)에서 수직항력,

마찰계수는 접촉량, 재질, 윤활 조건에 따라 달라지는 값으로서 실험적으로 측정하기 전에는 알 수 없다. 이러한 해석상의 어려움을 극복하기 위하여 Beatty[7]는 경회전마멸(light rub)을, Muszynska[8]은 중회전마멸(heavy rub)에 대하여 연구 한 바 있다. 그러나 한 회전기계에서 경회전마멸과 중회전마멸은 접촉조건에 따라 동시에 나타날 수 있는 현상으로 이에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 회전체 실험을 위해 제작된 Fig. 10의 Bently Nevada Co.에서 제작한 RK-4 rotor kit 실험장치를 사용하였다.

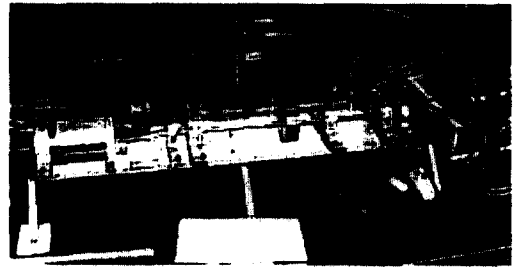


Fig. 10 Experimental apparatus, RK-4 rotor kit

Fig. 11은 간극의 변화에 따른 상하, 좌우 방향의 진동 변위를 나타낸 그림이다. 여기서 Free(\circ)는 회전자와 고정자의 간극이 커서 접촉이 없는 상태이고, contact(\diamond)는 회전자가 선회를 시작할 때부터 고정자의 돌출부와 접촉하도록 즉, 간극이 영(zero)인 상태를 의미한다. 회전자와 고정자 사이의 간극이 0.3 mm까지는 회전수 변화에 따른 진동 변위가 고정자에 돌출부가 없는 자유상태에서의 진동 변위와 거의 비슷하게 나타나는 경회전마멸 현상이 나타남을 알 수 있으나, 0.1 mm의 간극에서는 1차 임계속도 부근의 변위가 급격한 변화를 나타내는 강경 회전마멸 현상을 나타내고 있다. 특히 0.1 mm의 간극에서는 Fig. 5와 같이 기계진동의 대표적 비선형 현상인 도약 현상(jump phenomenon)이 발생하는 것을 알 수 있다. 즉 가속과 감속 시 변위가 다른 회전 구간이 존재함을 나타내고 있다. 여기서 간극에 비해 진동변위가 커지는 것은 고정자와 접촉되는 반대방향으로 변위가 커지기 때문이다. 즉 돌출된 고정자에 의해 상하방향 진동이 제한되므로 더 이상 진동레벨이

증가하지 못하고 간극에 해당하는 구속 변위까지만 진동 변위가 증가함을 알 수 있다. Fig. 12 와 13 은 실험적으로 나타난 회전마멸 현상을 편적 선형 모델과 반발계수를 이용하여 모델의 타당성을 검토한 결과로서 충격진동자의 경우와 마찬가지로 편적 선형 모델이 반발계수 모델보다 실험결과를 잘 설명해주고 있음을 알 수 있다.

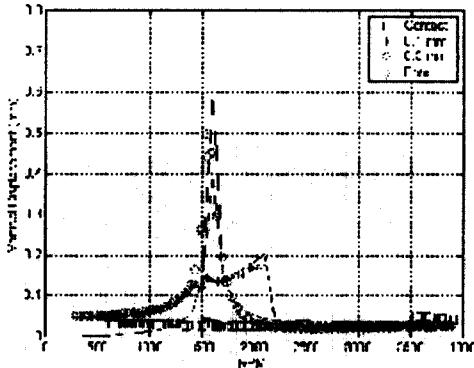


Fig. 11 Overall partial rub responses for different clearance sizes (\square, \circ, \diamond : experiment, - : simulation).

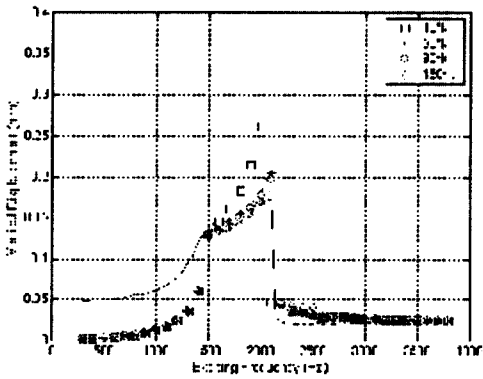


Fig. 12 Vibration levels with the changes of contact stiffness (\square, \circ, \diamond : simulation, - : experiment)

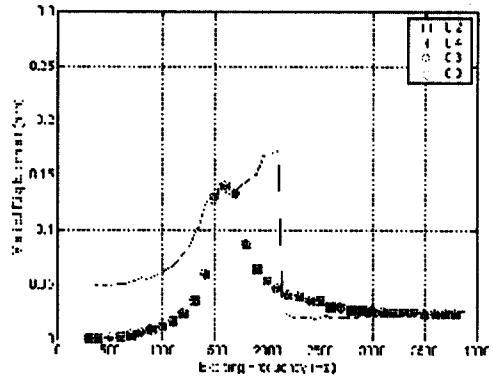
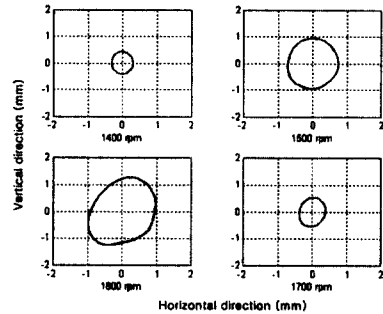
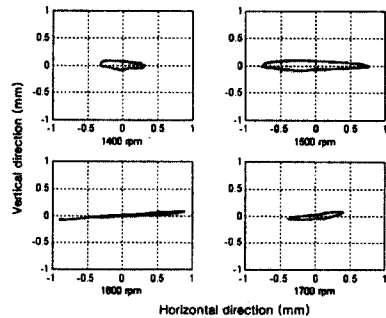


Fig. 13 Vibration levels with the changes of restitution coefficients (\square, \circ, \diamond : simulation, - : experiment)



(a) At light rubbing (0.3 mm)



(b) At heavy rubbing (0.1 mm)

Fig. 14 Orbits during rubbing (experiment)

Fig. 14 는 경회전마멸과 중회전마멸의 경우 각각에 대한 선회 궤적을 도시한 그림으로서 경회전마멸의 경우 회전자는 원형에 가까운 궤적을 유지하고 있으나, 중회전마멸은 상당한 왜곡이 있음을 알 수 있다. 중회전마멸의 선회궤적을 확대하여

본 Fig. 15 는 두 번의 선회 과정에서 발생한 궤적이 서로 일치하지 않고 있음을 알 수 있다. 이는 회전마멸이 발생하면 충격과 마찰에 의한 비선형성에 의해 2 차 아조화(subharmonic) 성분이 발생함을 보여주는 것이다.

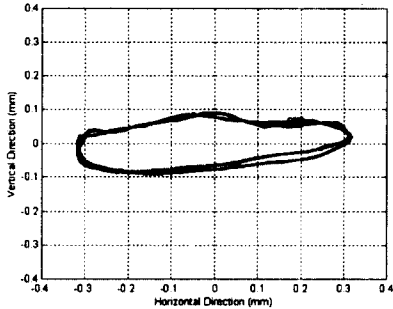


Fig. 15 Whirling orbit of heavy rub

5. 결론

기계공학은 근본적으로 시스템을 모델링하여 시스템의 물리(physics), 즉 힘과 운동을 이해하여 응용하는 역학(mechanics)이며, 3 차원 비선형 동역학 문제로 귀결된다. 따라서 기계공학 분야에서는 실험 결과를 설명할 수 있는 이론 해석 모델의 개발이 중요한 과제이다.

본 논문에서는 접촉에 의한 충격 진동, 마찰 진동, 그리고 충격과 마찰이 같이 있는 회전마멸 현상에 대한 실험 결과를 바탕으로 이론해석의 한계와 가능성을 논하였다. 충격 진동은 반발계수를 이용한 해석모델 보다 편적 선형 해석 모델이 실험결과를 보다 잘 설명할 수 있음을 증명하였고, 마찰진동의 경우 맥노리 현상은 마찰진동이 자율진동에 기인함에 따라 고유진동수가 발생하고, 가진 주파수가 고유진동수와 유사할 때 생기는 현상임을 보였고, 가진 주파수 성분은 마찰 진동계의 정렬불량에 원인이 있음을 보였다. 회전마멸의 경우 접촉량에 따라 경회전마멸과 중회전마멸이 각각 발생할 수 있으며 중회전마멸 시 고차조화 성분과 함께 아조화 성분이 발생함을 실험적으로 증명하였다.

위와 같이 충격과 마찰이 있는 기계계는 물론 일반 기계계에서 나타나는 실험적 현상은 결코 간

단하지 않다. 그러나 비선형 이론을 이해하고 있다면 실험의 비용과 시간을 절약하면서 보다 유용한 결과를 얻을 수 있다. 실험적으로 측정된 데이터로부터 비선형 현상을 확인하고 나아가 원인을 밝혀 대처 방안을 마련하려면 비선형에 대한 이해가 필요할 것이다. 이와 같이 비선형에 대한 이해를 바탕으로 기계계의 특이 현상에 대한 근본적인 원인을 추적, 대처 할 수 있고, 이를 설계에 반영한다면 보다 안전하고 정밀한 기계를 제작할 수 있을 것이다.

참고문헌

- (1) 최연선, "실용 기계공학을 위한 비선형 진동의 과제," 한국소음진동공학회지, 제 7 권, 제 1 호, pp. 13-19, 1996.
- (2) S. Folae, "Bifurcations in Impact Oscillators : Theory and Experiments," J. M. T. Thompson, S. R. Bishop, Nonlinearity and Chaos in Engineering Dynamics", John Wiley & Sons, 1994.
- (3) S. R. Bishop, D. Xu, "The Use of Control to Eliminate Subharmonic and Chaotic Impacting Motions of a Driven Beam," Journal of Sound and Vibration, Vol. 205, No. 2, pp. 223-234, 1997.
- (4) 이봉현, 최연선, "충격성분을 갖는 보의 진동에 대한 비선형 해석," 2000 년 춘계 한국소음진동공학회 학술대회 논문집 제출.
- (5) S. W. Shaw, "On the Dynamic Response of a System with Dry Friction," Journal of Sound and Vibration, 1996, Vol. 202, No. 3, pp.305-325.
- (6) 최연선, 김준모, "마찰기인 진동의 실험적 연구," 성균관대학교논문집, 제 50 집, 제 1 호, 성균관대학교 과학기술연구소, pp. 309-319, 1999.
- (7) R. F. Beatty, "Differentiating Rotor Response due to Radial Rubbing," Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 107, pp. 151-160, 1985.
- (8) A. Muszynska, "Partial Rub Rotor to Stator Rubs," Imech, C281/84, pp.327-335, 1984.
- (9) 최연선, 이봉현, "회전기계의 부분 회전마멸에 대한 실험적 연구," 성대논문집, 제 49 집 2 호, 성균관대학교 과학기술연구소, pp. 105-114, ", 1999..