

중고주파에서의 새로운 진동해석시스템, PFFEM 개발연구

“서성훈”, “홍석윤”, “박도현”, “길현권”**

Development of PFFEM, the new vibroacoustic analysis system in medium-to-high frequency ranges

Seong-Hoon Seo, Suk-Yoon Hong, Do-Hyun Park and Hyun-Gwon Kil

ABSTRACT

To predict vibrational energy density and intensity of partitioned complex system structures in medium-to-high frequency ranges, Power Flow Finite Element Method(PFFEM) programs for the plate elements are developed. The flexural, longitudinal and shear waves in plates are formulated and the joint element equations for multi-coupled plates are fully developed. Also the wave transmission approach has been introduced to cover the energy transmission and reflection at the joint plate elements. Using the developed PFFEM program the energy density and intensity of the submarine and automobile shape structures are predicted with a harmonic point force at a single frequency.

1. 서언

일반적으로 복합구조물의 진동에너지는 구조요소를 따라 흐르기 때문에 진동원과 멀리 떨어진 곳에서도 고체음(structure-borne noise)이 발생하게 된다. 선박의 경우 선박내부에 탑재된 추진기계류 등에서 발생하는 진동에너지는 마운트, 감판, 격벽 등 내부 구조물을 통하여 선체 곳곳에 전달되며 전달된 진동에너지는 거주지역인 선실 등에 소음을 발생하기도 하며 수중으로도 상당량이 방사된다. 이러한 고체음을 제어하는 방법으로 고체음의 주요 전달경로에 감쇠물질을 부착시켜 고체음의 전달손실을 증가시키는 방법이 주로 사용되고 있다. 따라서 선박과 같은 대형 구조물의 진동을 해석하기 위해서는 진동에너지의 공간적 분포와 진동에너지의 전달경로에 대한 이해가 절실히 필요

하며, 이것은 또한 방사소음해석시스템 구축을 위한 핵심 연구사항이기도 하다.

구조물의 진동을 해석하는 방법으로 구조계에 대한 운동방정식의 해를 이용하는 유한요소법(Finite Element Method, FEM)은 저주파 영역의 진동해석에 효과적으로 적용되고 있다. 그러나 가진주파수가 커지면 운동해의 파장이 짧아지기 때문에 구조물의 고차모드까지의 진동형상을 효과적으로 표현하기 위해서는 요소(element)의 크기를 더욱 작게 분할하거나 형상함수(shape function)의 차수를 높여야 한다. 따라서 유한요소법을 이용한 중고주파 영역의 진동해석은 계산 시간과 비용이 많이 들어 대형 구조물에 대해서는 효과적이지 못하다. 구조물의 진동을 해석하는 다른 방법으로는 고주파 영역의 랜덤진동현상을 해석하는데 효과적인 통계적에너지해석법(Statistical Energy Analysis, SEA)이 있다. 이 해석법은 전체 진동계를 진동에너지의 형태가 유사한 다수의 하부구조(subsystem)로 분할한 후 이들 각 요소의 시간 및 공간에 대한 평균 모델에너지의 평형조건으로부터 해당 주

* 서울대학교 조선해양공학과 대학원

** 서울대학교 조선해양공학과

*** 수원대학교 기계공학과

파수밴드에 대한 평균속도와 평균음압 등 관심 물리량을 얻을 수 있는 방법이다. 통계적에너지해석법은 일반적으로 기존의 유한요소법으로는 공진모드가 많아 해석하기 어려운 고주파 영역에서의 진동해석기법으로 활용되고 있다. 그러나 하부구조간의 파워의 평형조건을 이용하기 때문에 하부구조내의 진동에너지가 하나의 대표값으로 표현되고 모드밀도가 높지 않은 중고주파 영역에 적용하기에 부적합한 단점이 있다.

위의 해석법들의 단점을 보완하고 정밀도를 향상시키려는 진동해석 연구가 활발히 진행되고 있는데 그 중에서 파워흐름해석법(Power Flow Analysis, PFA)은 중고주파 영역에서 특히 신뢰성이 높은 방법으로 평가되고 있다. 파워흐름해석법은 임의의 검사체적(control volume) 내에서의 진동파워평형(vibration power balance)을 고려하기 때문에, 구조모델에서 운동방정식의 운동해로부터 유도되는 에너지지배방정식은 열전도 방정식과 유사한 2차 편미분 형태이며 시간, 공간에 평균된 에너지밀도를 주요변수로 하고 있다. 이 에너지지배방정식을 통하여 중고주파 영역에서 하부요소의 공간적인 진동에너지 분포와 전달경로를 예측할 수 있다. 또한 파워흐름해석은 협대역 및 단일주파수 문제에 대하여 해석이 가능하고 입력파워와 감쇠처리를 국부적인 요소에 적용할 수 있으며 주파수에 평균된 응답을 예측하는 장점도 갖고 있다.

그러나 대형 복합구조물을 파워흐름해석법으로 해석할 경우 경계조건이 많이 필요하고 단위요소의 형상이 일반적이지 않아 에너지지배방정식의 정확한 수학적 해를 구하기가 어렵게 된다. 이러한 경우에 대하여 파워흐름해석법에 유한요소기법을 도입한 파워흐름유한요소법(Power Flow Finite Element Method, PFFEM)을 적용할 수 있는데, 이 방법은 복잡한 구조물을 여러 요소로 나누고 각각의 요소에 형상함수를 적용하여 에너지지배방정식의 해를 수치해석적으로 구하기 때문에 근사적이지만 매우 효과적으로 해를 보여준다. 또한, 파워흐름유한요소법은 구조해석과 진동해석에 필요한 유한요소 모델링을 적용할 수 있어 새롭게 모델링 해야하는 통계적에너지해석법에 비해 고주파 영역의 해석비용과 시간을 줄일 수 있는 장점이 있으며, 기존의 유한요소해석보다 훨씬 높은 주파수 영

역에 대하여 해석이 가능한데, 이는 에너지밀도와 인텐시티에 시간과 공간에 대한 평균 개념을 적용하였으므로 에너지지배방정식의 해가 조화진동(harmonic vibration)특성이 없는 단조한 값들로 나오기 때문이다. 이러한 장점을 활용한 파워흐름유한요소법으로 1차원요소에 대한 해석은 기초적인 수준에 머물렀다. 평판의 경우 단일평판이나 동일평면으로 연성된 평판 구조를 정도에만 적용되어 굽힘파의 입력파워가 입력될 때 면내파(in-plane wave)가 발생하지 않는 경우에 대하여 해석이 이루어졌다. 따라서 본 연구는 파워흐름유한요소법의 적용범위를 넓혀 실제구조물과 가까운 복잡한 형상을 갖는 임의의 평판 구조물로 확장하여 적용하는데 목적이 있다.

2. 파워흐름유한요소법

평판요소에 진동파워가 입력되어 정상상태(steady state)가 되었을 경우에 굽힘파와 면내파의 공간-시간 평균된 에너지밀도를 변수로 하는 에너지지배방정식은 다음과 같다.

$$-\frac{c_{gm}^2}{\eta \omega} \nabla^2 \langle e \rangle_m + \eta \omega \langle e \rangle_m = \Pi_m \quad (2.1)$$

여기서 ω 는 가진주파수이고 η 는 구조감쇠에 의한 내부손실계수이며, m 은 평판에 존재하는 굽힘파, 종파, 전단파 중 하나의 파형을 의미한다. e_m 는 m 파형의 공간-시간 평균된 에너지밀도이며 c_{gm} 는 m 파형의 에너지전달속도로서 굽힘파의 에너지전달속도는 굽힘파 전파속도의 2배이고 면내파의 에너지전달속도는 면내파의 전파속도와 같다. Π_m 는 구조물의 단위평면요소에 입력되는 m 파형의 입력파워이다. 또한 m 파형에 대한 공간-시간 평균된 원거리영역의 인텐시티 I_m 은 (2.2)식과 같이 에너지밀도의 공간적 구배 관계식으로 표현할 수 있다.

$$\langle I \rangle_m = -\frac{c_{gm}^2}{\eta \omega} \nabla \langle e \rangle_m \quad (2.2)$$

에너지지배방정식인 (2.1)식을 유한요소법로 근사해를 구하기 위하여 위하여, 가중잔여법(Method

of Weighted Residual, MWR)을 적용한다. 가중잔여법은 (2.3)식과 같이 잔여함수에 임의의 가중함수(weight function) ν 를 취하여 요소의 영역에서의 적분값이 0을 만족하는 해를 찾는 방법이다.

$$\int_D R(x) \nu(x) dD = 0 \quad (2.3)$$

여기서 $R(x)$ 은 잔여함수이며 D 는 요소 영역(element domain)을 의미한다. 에너지지배방정식인 (2.1)식의 잔여함수를 (2.4)식과 같이 정의한다.

$$R(x, y) = -\frac{C_{em}^2}{\eta \omega} \nabla^2 \langle e \rangle_m + \eta \omega \langle e \rangle_m - \Pi_m \quad (2.4)$$

(2.4)식을 (2.3)식에 대입하고 발산정리를 이용하면 (2.5)식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \int_D \left(\frac{C_{em}^2}{\eta \omega} \nabla \langle e \rangle_m \cdot \nabla \nu + \eta \omega \langle e \rangle_m \nu \right) dD - \int_D \Pi_m \nu dD \\ & - \int_\Gamma \nu \left(n \cdot \frac{C_{em}^2}{\eta \omega} \nabla \langle e \rangle_m \right) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서 n 은 요소경계 Γ 의 법선벡터(normal vector)이다. 전동에너지밀도와 인텐시티의 관계를 의미하는 (2.2)식을 이용하면 (2.6)식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \int_D \left(\frac{C_{em}^2}{\eta \omega} \nabla \langle e \rangle_m \cdot \nabla \nu + \eta \omega \langle e \rangle_m \nu \right) dD \\ & = \int_D \Pi_m \nu dD + \int_\Gamma \nu (-n) \cdot \langle \vec{T} \rangle_m d\Gamma \end{aligned} \quad (2.6)$$

본 연구에서는 다른 가중잔여법보다 일반적으로 잘 알려져 있는 갤러킨 법을 이용하여 파워흐름유한요소해석을 수행하기 위하여, 위 식의 변수인 에너지밀도 $\langle e_m \rangle$ 의 수치적인 근사해를 다음 (2.7)식과 같이 유한개의 기지함수의 합으로 표현한다.

$$\langle e \rangle_m = \sum_{j=1}^n e_{mj} \phi_j \quad (2.7)$$

여기서 e_{mj} 는 노드점에서의 미정된 m 파형의 에너지밀도이고 ϕ 는 라그란제 다항식(Lagrange interpolation function)이며 j 는 기지함수의 수이다. 또한 가중함수는 (2.8)식과 같이 근사해의 기지함수로 표현한다.

$$\nu = \sum_{i=1}^n \phi_i \quad (2.8)$$

(2.6)식에 (2.7)식과 (2.8)식을 대입하여 갤러킨 근사식(Galerkin approximation)을 구하면 (2.9)식과 같아 된다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \left\{ \int_D \left(\frac{C_{em}^2}{\eta \omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j + \eta \omega \phi_i \phi_j \right) dD \right\} e_j \\ & = \int_D \Pi_m \phi_i dD + \int_\Gamma \phi_i (-n) \cdot \langle \vec{T} \rangle_m d\Gamma \end{aligned} \quad (2.9)$$

(2.9)식을 요소행렬(element matrix) 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[K_m^{(e)}] \{e_m^{(e)}\} = \{F_m^{(e)}\} + \{Q_m^{(e)}\} \quad (2.10)$$

여기서 위 식의 각 항들은 다음과 같다.

$$K_{mij}^{(e)} = \int_D \left(\frac{C_{em}^2}{\eta \omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j + \eta \omega \phi_i \phi_j \right) dD \quad (2.11)$$

$$F_{mi}^{(e)} = \int_D \Pi_m \phi_i dD \quad (2.12)$$

$$Q_{mi}^{(e)} = \int_\Gamma \frac{C_{em}^2}{\eta \omega} \phi_i (-n) \cdot \nabla e d\Gamma \quad (2.13)$$

(2.11)식 $K_{mij}^{(e)}$ 는 강성행렬과 질량행렬 항을 포함하고 있는 계수행렬이며, (2.12)식 $F_{mi}^{(e)}$ 는 입력파워를 의미한다. (2.13)식 $Q_{mi}^{(e)}$ 는 파워흐름을 나타내며 $(-n)$ 에서 알 수 있듯이 요소경계의 안쪽으로 들어오는 값을 양으로 한다. (2.10)식을 조립하여 세 가지 곡형 굽힘파와 종파와 전단파를 고려한 전체행렬(global matrix)을 구하면 다음 (2.14)식과 같다.

$$\begin{bmatrix} K_f & & \\ & K_l & \\ & & K_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_f \\ e_l \\ e_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_f \\ F_l \\ F_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_f \\ Q_l \\ Q_s \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

여기서 첨자 f, l, s 는 각각 굽힘파, 종파, 전단파를 의미한다. (2.14)식은 노드에서의 에너지밀도 e 를 변수로 하는 행렬식이며 K 항과 F 항은 주어지거나 계산가능한 항이다. 하지만 Q 항에는 e 항이 미분된 형태를 포함되어 있어 이를 해결하기 위해, m 파형에 대한 Q 항을 전개하면 다음 식과 같다.

$$\{Q_m\} = \{\dots, Q_m^{(k)}, Q_m^{(k+1)}, \dots\}^T \quad (2.15)$$

여기서 $Q_m^{(k)}$ 과 $Q_m^{(k+1)}$ 은 각각 k 와 $k+1$ 번 요

소의 각 요소경계에 대한 파워흐름벡터를 의미한다. Q 항을 계산하는 과정에서 요소가 연결된 특성에 따라 2가지 경우로 나뉘는데, 첫번째는 동일한 특성을 갖는 두 요소가 인접한 경우이며 두번째는 다른 특성을 갖는 두 요소가 인접한 경우이다. 전자의 경우 그 경계 위에 있는 노드에서는 에너지밀도가 같고, 하나의 요소에서 그 경계를 통하여 흐르는 파워흐름과 다른 요소에서 그 경계를 통하여 흐르는 파워흐름은 크기가 같고 부호만 다른 값을 갖는다. 따라서 전체행렬을 조립할 때 동일한 특성을 갖는 요소가 인접한 경계 위의 노드들은 합치게 된다. 다른 특성을 갖는 두 요소가 인접한 경우에는 에너지밀도가 다르기 때문에 전체행렬을 조립할 때 해당 경계의 노드를 합칠 수 없다. 이때에는 두 구조요소에 연결요소를 삽입하여 두 구조요소를 연결하는데 일반적으로 해당 경계 위의 노드의 에너지밀도와 파워흐름과의 관계를 (2.16)식과 같이 행렬식으로 표현 가능하다.

$$\begin{pmatrix} Q_f \\ Q_l \\ Q_s \end{pmatrix} = [J] \begin{pmatrix} e_f \\ e_l \\ e_s \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

여기서 $[J]$ 는 연결요소행렬(joint element matrix)이며 이에 대한 설명은 다음 장에서 자세히 기술한다. (2.16)식을 (2.14)식에 대입하면 다음과 같은 행렬식이 된다.

$$[K - J]\{e\} = \{F\} \quad (2.17)$$

(2.17)식은 노드에서의 에너지밀도를 변수로 하는 3자유도 선형문제로서 역행렬을 이용하여 각각의 파형에 대한 에너지밀도를 구할 수 있다. 또한 각 파형에 대한 인텐시티는 (2.7)식을 (2.2)식에 대입하여 다음 (2.18)식과 같이 표현된다.

$$\langle I \rangle_m = -\frac{c_{gm}^2}{\eta w} \sum_{j=1}^n e_{mj} \nabla \phi_j \quad (2.18)$$

3. 연결요소행렬식

다른 재질의 두 개의 평판이 동일 평면으로 연성되거나 두개 이상의 평판이 임의의 각으로 연성되어 있는 경우에 대하여 평판이 연성된 부분을 연결부분(joint)이라 한다. 이러한 구조물의 연결부

분에서 파동의 전파 특성이 변화하여 파동변환이 발생하며, 이로 인하여 에너지밀도가 불연속이 되고 파형도 변화한다. 이러한 구조물에 파워흐름 유한요소해석을 적용하려면, 구조요소가 서로 접하고 있는 경계 위에 있는 노드들로 구성되는 연결요소를 이용한다. 연결요소에서 연결요소행렬식은 에너지밀도와 파워흐름간의 관계를 나타내는데 다음과 같이 유도된다.

n 개의 구조요소가 생성된 경우에 구조요소 i 에서 연결부분을 통하여 안쪽과 바깥쪽으로 전달되는 굽힘파의 진동파워흐름을 각각 q_{if}^+ , q_{if}^- 로 표기한다. 마찬가지로 종파와 전단파의 진동파워흐름을 첨자 l 와 s 를 이용하여 q_{il}^+ , q_{il}^- , q_{is}^+ , q_{is}^- 로 표기한다. Fig. 1은 두개의 구조요소가 연결요소로 연결된 형태를 나타내는데 1번 구조요소와 2번 구조요소에서 각각의 파형에 대한 진동파워흐름의 방향이 연결부분의 안쪽으로 향할 때 양의 부호가 되도록 표현한다. 경계의 안쪽과 바깥쪽을 전달되는 파워흐름을 굽힘파, 종파, 전단파 순으로 나열된 열ベktor를 다음 식들과 같이 $3n \times 1$ 행렬로 정의한다.

$$\{q^+\} = \{ q_{1f}^+ \dots q_{nf}^+ q_{1l}^+ \dots q_{nl}^+ q_{1s}^+ \dots q_{ns}^+ \}^T \quad (3.1)$$

$$\{q^-\} = \{ q_{1f}^- \dots q_{nf}^- q_{1l}^- \dots q_{nl}^- q_{1s}^- \dots q_{ns}^- \}^T \quad (3.2)$$

같은 방식으로 경계의 안쪽과 바깥쪽으로 전달되는 에너지밀도도 위의 식들과 유사하게 표현된다.

$$\{e^+\} = \{ e_{1f}^+ \dots e_{nf}^+ e_{1l}^+ \dots e_{nl}^+ e_{1s}^+ \dots e_{ns}^+ \}^T \quad (3.3)$$

$$\{e^-\} = \{ e_{1f}^- \dots e_{nf}^- e_{1l}^- \dots e_{nl}^- e_{1s}^- \dots e_{ns}^- \}^T \quad (3.4)$$

이 연결부분에서 발생하는 파동변환을 고려하기 위하여 파워투과계수(power transmission coefficient)와 파워반사계수(power reflection coefficient)들로 구성되는 파워계수행렬 $[P]$ 을 이

Structural element #1	Joint element	Structural element #2
\leftarrow \rightarrow		\leftarrow \rightarrow
q_{1f}^+ q_{1f}^-	e_{1f} e_{2f}	q_{2f}^- q_{2f}^+
q_{1l}^+ q_{1l}^-	e_{1l} e_{2l}	q_{2l}^+ q_{2l}^-
q_{1s}^+ q_{1s}^-	e_{1s} e_{2s}	q_{2s}^+ q_{2s}^-

Fig. 1. Joint element scheme

용하는데 이 파워계수행렬은 연결부분의 안쪽과 바깥쪽으로 흐르는 파워흐름의 관계를 다음 식과 같이 나타낸다.

$$\{q^+\} = [P]\{q^-\} \quad (3.5)$$

여기서 파워계수행렬 $[P]$ 는 i 요소에서 입사하는 m 파형의 파워와 j 요소로 투과되는 n 파형의 파워비인 파워투파계수 τ_{mnij} 와 파워반사계수 γ_{mnij} 들이 (3.6)식과 같이 구성되어 있으며 $3n \times 3n$ 의 크기를 갖는다.

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{g1} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & C_{gn} & C_{g1} & \\ & & & \ddots & \\ & & & & C_{gn} \\ & & & & C_{g1} \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & C_{gn} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

연결부분의 파워흐름과 에너지밀도와의 관계를 구하기 위하여 위에서 구한 식들에 대하여 다음과

$$[P] = \begin{bmatrix} \gamma_{f11} & \tau_{ff1} & \dots & \tau_{ffm1} & \gamma_{f11} & \tau_{f12} & \dots & \tau_{f1n1} & \gamma_{s11} & \tau_{s12} & \dots & \tau_{s1n1} \\ \tau_{f12} & \gamma_{ff2} & \dots & \tau_{ffm2} & \tau_{f12} & \gamma_{f12} & \dots & \tau_{f1n2} & \tau_{s12} & \gamma_{s12} & \dots & \tau_{s1n2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \tau_{f1n} & \tau_{ff2n} & \dots & \gamma_{ffnn} & \tau_{f1n} & \tau_{f2n} & \dots & \gamma_{f1nn} & \tau_{s1n} & \tau_{s2n} & \dots & \gamma_{s1nn} \\ \gamma_{f11} & \tau_{f21} & \dots & \tau_{f1m1} & \gamma_{f11} & \tau_{f21} & \dots & \tau_{f1m1} & \gamma_{s11} & \tau_{s21} & \dots & \tau_{s1m1} \\ \tau_{f12} & \gamma_{f22} & \dots & \tau_{f1m2} & \tau_{f22} & \gamma_{f12} & \dots & \tau_{f1m2} & \tau_{s12} & \gamma_{s22} & \dots & \tau_{s1m2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \tau_{f1n} & \tau_{f2n} & \dots & \gamma_{fnn} & \tau_{f1n} & \tau_{f2n} & \dots & \gamma_{f1nn} & \tau_{s1n} & \tau_{s2n} & \dots & \gamma_{s1nn} \\ \gamma_{s11} & \tau_{s21} & \dots & \tau_{sm1} & \gamma_{s11} & \tau_{s21} & \dots & \tau_{sm1} & \gamma_{ss11} & \tau_{ss21} & \dots & \tau_{ssm1} \\ \tau_{s12} & \gamma_{s22} & \dots & \tau_{sm2} & \tau_{s12} & \gamma_{s22} & \dots & \tau_{sm2} & \tau_{ss2} & \gamma_{ss22} & \dots & \tau_{ssm2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \tau_{s1n} & \tau_{s2n} & \dots & \gamma_{ssnn} & \tau_{s1n} & \tau_{s2n} & \dots & \gamma_{s1nn} & \tau_{ss1} & \tau_{ss2} & \dots & \gamma_{ssnn} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

본 연구에서 다루는 구조물은 복합 평판구조물로서 형상이 복잡하기 때문에 파동전달법을 이용하여 파워투파계수와 반사계수를 계산하고자 한다. 준무한평판 n 개가 연성된 경우에 대하여 파동전달법을 적용하여 분산장(diffuse field)으로 고려하기 위해 모든 입사각에 대하여 평균된 값을 사용한다. 한편 각 구조요소에서 연결요소로 흐르는 파워흐름과 진동에너지밀도는 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\{q\} = \{q^+\} - \{q^-\} \quad (3.7)$$

$$\{e\} = \{e^+\} + \{e^-\} \quad (3.8)$$

또한 에너지전달관계로 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\{q^+\} = [C]\{e^+\} \quad (3.9)$$

$$\{q^-\} = [C]\{e^-\} \quad (3.10)$$

여기서 행렬 $[C]$ 는 (3.11)과 같은 에너지전달속도로 구성된 대각행렬이다.

같은 과정을 거친다. (3.5)식을 (3.7)식에 대입하여 연결부분으로 흐르는 파워흐름과 연결부분을 통해 나가는 파워흐름간의 관계를 구한다.

$$\{q\} = [P - I]\{q^-\} \quad (3.12)$$

(3.9)식과 (3.10)식을 (3.8)식에 대입하여 에너지밀도와 연결부분을 통해 들어오고 나가는 파워흐름간의 관계를 구한다.

$$\{C\}\{e\} = \{q^+\} + \{q^-\} \quad (3.13)$$

(3.5)식을 (3.13)식에 대입하여 연결부분으로 흐르는 에너지밀도와 연결부분을 통해 나가는 파워흐름간의 관계를 구한다.

$$\{C\}\{e\} = [P + I]\{q^-\} \quad (3.14)$$

(3.12)식과 (3.14)식에서 연결부분을 통해 나가는 파워흐름 $\{q^-\}$ 을 소거하면, (3.15)식과 같이 연결요소에서의 파워흐름과 에너지밀도와의 관계를 구하게 된다.

$$\{q\} = [P - I][C][P + I]^{-1}\{e\} \quad (3.15)$$

따라서 굽힘파와 종파와 전단파를 모두 고려한

Table 1. Flowchart of the pre-process of power flow finite element programs

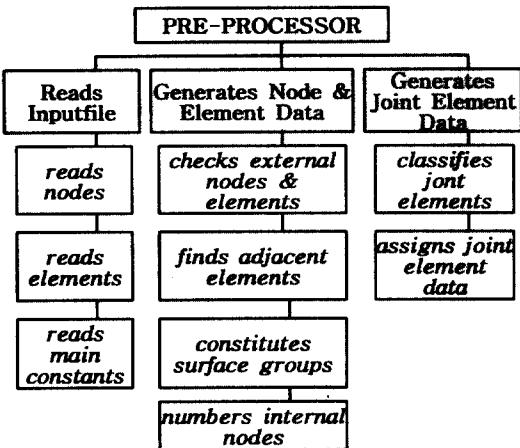


Table 2. Flowchart for the main process of power flow finite element programs

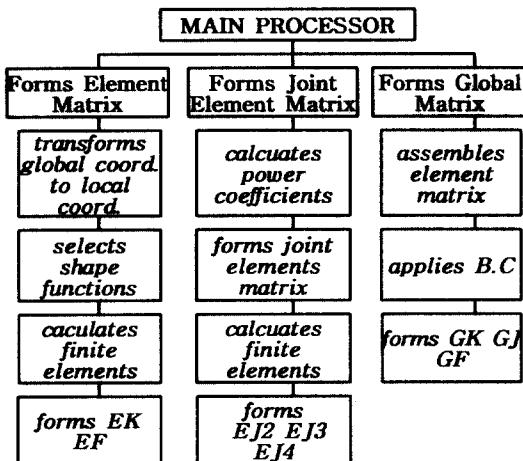
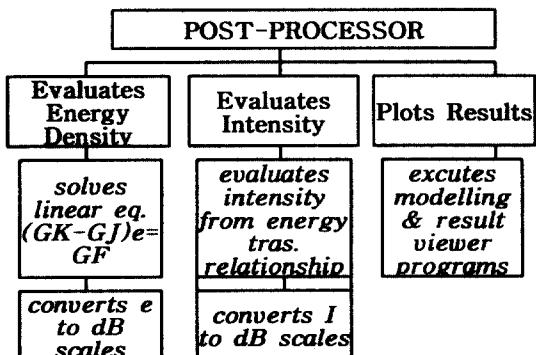


Table 3. Flowchart for the post-process of power flow finite element programs



n 개의 구조요소에 대하여 연결요소행렬식 $[J]$ 은 다음과 같다.

$$[J] = [P - I][C][P + I]^{-1} \quad (3.16)$$

4. 파워흐름유한요소해석법의 적용

2장과 3장에서 기술한 내용을 바탕으로 파워흐름 유한요소해석 프로그램을 작성하였다. 프로그램의 전처리기, 주처리기 그리고 후처리기에 대한 주요 내용과 구성은 Table 1~3과 같으며, Fig. 2은 프로그램의 모델링과 출력형상을 보여주는 예이다. 이 프로그램을 이용하여 잠수함 형상과 자동차 형상의 복합 평판구조물에 대한 파워흐름유한요소해석을 수행하였다. 단일주파수의 횡방향 점가진력으로 해석 대상 구조물을 가진하여 굽힘파위가 입력될 때 구조물에서의 진동에너지밀도와 진동인тен시티의 공간적 분포를 중심으로 살펴 보았으며, 가진주파수와 구조감쇠계수와 구조물의 두께 등을 변화시켜 가면서 이에 따른 변화도 비교하여 보았다.

일반적으로 잠수함 선체를 세분하면 구획과 탱크로 나뉘는데 선수부와 선미부는 단일선체구조로, 중앙부는 이중선체구조로 되어 있다. 내압선각 (pressure hull) 안에는 격벽이 있어서 선체가 손상을 입어 일부 구획이나 밸러스트탱크가 침수가 되었을 때에 침몰을 방지하고 내판과 외판 사이에는 연료탱크, 밸러스트탱크, 보조탱크 등이 있다. 논연구에서는 구획배치가 Fig. 3과 같은 미 잠수함 permit 594를 모델링하였다. Fig. 3의 선미부에는 엔진실과 보조기계실 등이, 중앙평행부에는 선실, 소나실, 통신실 등이, 선수부에는 디젤발전기실, 어뢰실 등이 격벽과 갑판으로 나뉘어 있다.

Fig. 4는 Fig. 3을 바탕으로 모델링한 그림이며 횡방향으로 3개의 격벽이 있다. 중앙평행부의 외형은 원통형태를 이루고 있고 내부에 2개의 갑판이 있어 3층 형태를 이루고 있다. 선수부와 선미부는 잠수함 길이방향으로 각의 변화가 있는 반 타원체 형태를 이루고 있다. 선미부에도 갑판이 있어 2층 형태를 이루고 있다. 또한 부가물로는 중앙평행부 앞쪽에 세일(sail)을 첨가하였고 선미부에 4개, 세일에 2개의 타(rudder)를 포함시켜 실제 잠수함 형상과 비슷하게 하였다. 아모델의 전체길이는 21m

이고 중앙평행부의 지름은 3.2m이다. 모델링하는데 사용된 외부노드수는 1497개, 요소수가 1299개이고 연결부분에서 1540개의 연결요소가 생성되어 실제 사용된 내부노드수는 3524개이다.

Fig. 4와 같이 모델링한 잠수함 형상의 구조물에 가진력 $F = 100N$ 으로 선미부의 엔진실 중심을 가진할 때, 가진주파수, 구조물의 감쇠계수를 변화시키면서 파워흐름유한요소해석을 수행하였다.

Fig. 5~8은 가진주파수를 5 kHz , 감쇠계수를 0.01로 설정했을 때의 결과를 보여주고 있다. Fig. 5와 Fig. 6은 각각 구조물의 외부와 내부의 굽힘파의 진동에너지 분포를 나타내는데, 예상대로 가진점에서 진동에너지가 가장 큰값을 가지며, 가진점에서 멀리 떨어질수록 감소하는 경향을 보인다. Fig. 7과 Fig. 8은 각각 구조물 외부와 내부의 굽힘파의 인텐시티 방향을 나타내며 전체적으로 가진점에서 퍼지며 선수와 선미로 모이는 경향을 보인다. Fig. 7에서 선미부의 가진점이 있는 엔진실 부분에서는 인텐시티 방향이 측면에서 위아래로 퍼져가는 현상을 보인다. 이는 측면이 가진되는 엔진실 바닥과 외형이 접하고 있어, 이 경로를 통해 진동에너지가 전달되기 때문이다. 본 연구에서 모델링한 잠수함의 경우 폭과 길이의 비가 0.15인 매우 가드다란 형상이므로 진동에너지 변화가 길이방향으로 더 크게 나타나며, 인테시티 방향도 주로 길이 방향으로 표시되고 있다. 따라서, 내부에 횡방향으로 설치된 격벽이 외부와 접한 연결부분의 경우 확연히 진동에너지는 감소하는 현상을 관찰 할 수 있는데 반해, 종방향으로 설치된 갑판이나 외부와 접해있는 연결부근에서는 진동에너지가 더 적게 감소함을 볼 수 있다.

파워흐름유한요소법을 자동차 형상의 구조물에도 적용하여 보았는데, Fig. 9은 자동차의 외형을 Ansys를 이용하여 모델링한 그림으로 374개의 노드와 372개의 요소가 사용되었다. 연결부분을 처리하면 300개의 연결요소가 생성되어 전체 요소 수는 672개가 되며 내부노드 수는 719개로 증가한다. 가진주파수를 5 kHz , 구조감쇠계수를 0.05로 설정하고 가진점을 뒷좌석 중앙인 곳으로 하였다. Fig. 10~11은 각각 상부와 하부의 굽힘파에 대한 진동 에너지의 결과이다. 잠수함 형상의 구조물과 같이 가진점에서 에너지밀도 값이 가장 커으며 가진점

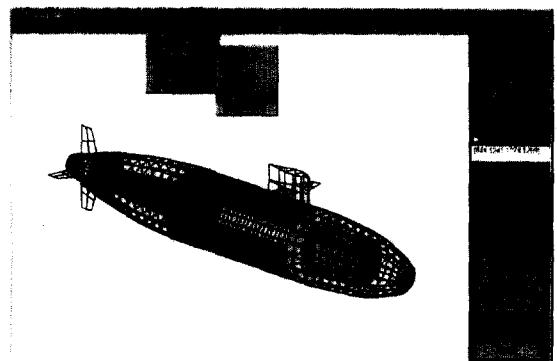


Fig. 2. Viewer program example of modeling and results

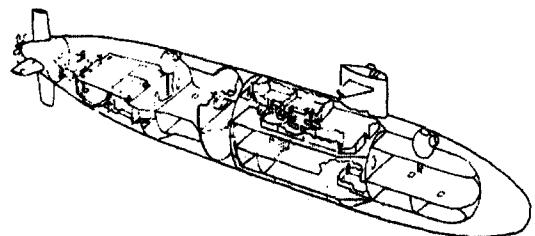


Fig. 3. USS permit SS(N) 594 compartmentation

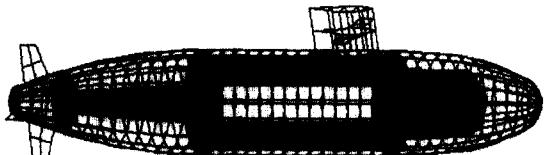


Fig. 4. The PFFEM modelling of submarine shaped structures.



Fig. 5. Exterior flexural energy density
($f = 2\text{ kHz}$, $\eta = 0.01$)

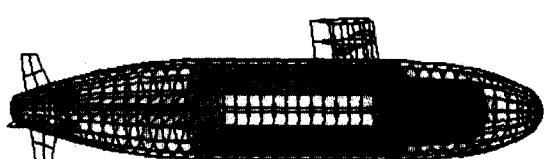


Fig. 6. Interior flexural energy density
($f = 2\text{ kHz}$, $\eta = 0.01$)

에서 멀어질수록 작아지는 현상을 볼 수 있다. 또한 Fig. 12~13은 굽힘파의 진동인텐시티 분포를 나타내고 있는데 가진점에서 퍼져나가고 구조물의 위부분과 앞부분에서 모이는 현상을 볼 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 중고주파 영역의 진동해석을 위하여 파워흐름유한요소해석 프로그램을 작성하고 이를 이용하여 해석을 함으로써 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

먼저, 파워흐름유한요소해석법은 에너지지배방정식을 수치적으로 해를 구하기 때문에 수학적 해석해를 구하기 어려운 실제 구조물과 유사한 복합구조물에 적용이 가능하였다. 그리고, 여러 평판이 연성된 부분의 파동전달해석을 통하여 격벽 복합구조물로 파워흐름유한요소법의 적용범위를 확장할 수 있었으며, 진동인텐시티를 살펴봄으로써, 밀폐형 구조물에서 진동에너지가 가진점에서 퍼져나가며, 또한 모이는 점도 확인하였다.

면내파의 영향을 무시한 파워흐름유한요소해석은 면내파의 영향을 고려한 경우와 비교하면 가진점 부근에서는 거의 일치하였고 가진점에서 멀어질수록 두 경우의 차이가 점점 커졌다. 또한, 가진주파수와 감쇠계수가 크거나 두께가 얇을수록 진동에너지의 감소가 크게 일어났으며, 국부적인 구조감쇠계수의 변경으로 방진효과를 예측할 수 있었다.

이로써, 파워흐름유한요소해석법은 선박, 자동차, 항공 등과 같은 시스템구조물들의 진동해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- [1] Bardell, N.S., Langley, R.S. & Dunsdon, J.M., 1996, "On the Free In-plane Vibration of Isotropic Rectangular Plates", *J. Sound Vib.* 191(3), pp.459-467.
- [2] Bouthier, O.M. & Bernhard, R.J., 1992, "Models of Space-Averaged Energetics of Plates", *AIAA J.*, 30(3), pp.616-623.

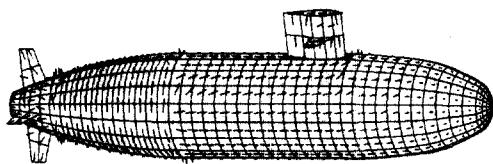


Fig. 7. Exterior flexural intensity fields
($f = 2\text{kHz}$, $\eta = 0.01$)

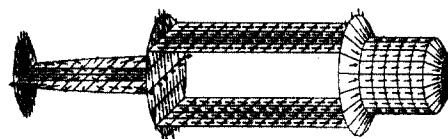


Fig. 8. Interior flexural intensity fields
($f = 2\text{kHz}$, $\eta = 0.01$)

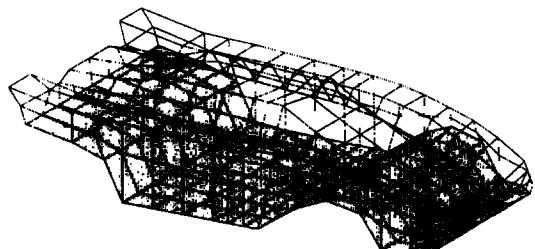


Fig. 9. The PFFEM modelling of automobile shaped structures.

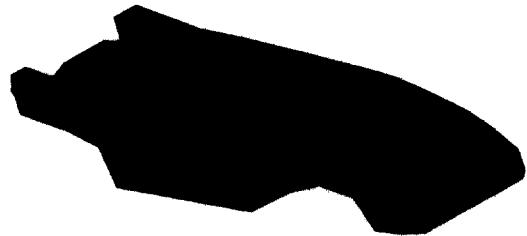


Fig. 10. Flexural energy density of upper part
($f = 5\text{kHz}$, $\eta = 0.05$)

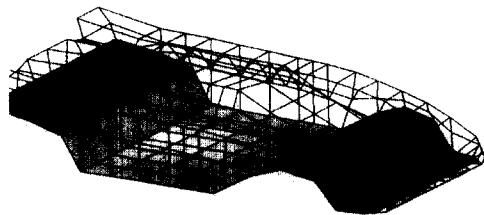


Fig. 11. Flexural energy density of lower part
($f = 5\text{kHz}$, $\eta = 0.05$)

- [3] Bouthier, O.M., Bernhard, R.J. & Wohlever, J.C., 1990, "Energy and Structural Intensity Formulations of Beam and Plate Vibrations", 3rd International Congress on Intensity Techniques, pp.37-44.
- [4] Cho, P.E. & Bernhard, R.J., 1993, "A Simple Method for Predicting Energy Flow Distributions in Frame Structures", 4th International Congress on Intensity Techniques, pp.347-354.
- [5] Fahy, F.J., 1985, "Sound and Structural Vibration : Radiation, Transmission and Response", Academic Press, London.
- [6] Klaus-Jürgen, Bathe, 1996, Finite Element Procedures, Prentice Hall.
- [7] Langley, R.S., 1995, "On the Vibrational Conductivity Approach to High Frequency Dynamics For Two-Dimensional Structural Components", J. Sound Vib., 182(4), pp.637-657.
- [8] Nefske, D.J. & Sung, S.H., 1989, "Power Flow Finite Element Analysis of Dynamic Systems : Basic Theory and Application to Beams", J. Vib. Acoustics, Stress and Reliability in Design, 111, pp.94-100.
- [9] Wohlever, J.C. & Bernhard, R.J., 1992, "Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams", J. Sound Vib., 153(1), pp.1-19.
- [10] 박도현, 홍석윤, 길현권, 1998, "동일 평면상에서 연성된 직사각형 평판의 진동파워흐름해석", 한국소음진동공학회지, 8(6), pp.1053-1061.
- [11] 박도현, 1999, "연성된 평판 및 상자형 구조물의 진동 파워흐름해석", 서울대학교 대학원 공학석사 학위논문.
- [12] 서성훈, 홍석윤, 길현권, 1999, "파워흐름유한요소법을 사용한 밀폐형 구조물의 진동해석", 대한조선학회 추계학술대회논문집, pp.439~466.

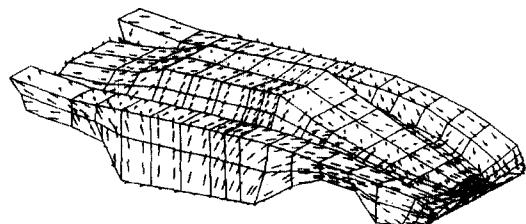


Fig. 12. Flexural intensity fields of upper part
($f = 5\text{kHz}$, $\eta = 0.05$)

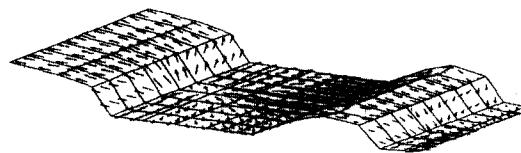


Fig. 13. Flexural intensity fields of lower part
($f = 5\text{kHz}$, $\eta = 0.05$)