

# 유연구조물이 있는 다점지지 시스템의 능동진동제어

°오시환\* · 박영진\*\*

## Active vibration control of multi-point mounting systems with flexible structures

°Shi-Hwan Oh\* · Youngjin Park\*\*

### Abstract

Driving of the engine makes unbalance forces which induces vibration to the engine mount system. Active vibration control must be performed to reduce the vibration and the propagation of structure-born sound. In this study, the engine system is modeled as 3-dim. vibration system including flexible structures and an effective active noise control method is proposed. Also, appropriate actuator and sensor locations and types are selected. The miniature of the engine vibration system with multi-input multi-output is built and an active vibration control with multiple filtered-X LMS algorithm is applied to it. The applied control method was effective to reduce the transmitted vibration power through the rubber mount. It showed the feasibility of the control of the engine vibration systems with flexible structures.

### 1. 서론

큰 동력을 요구하는 시스템 내부에 탑재된 모터, 펌프 및 엔진은 가동시 큰 진동력을 발생시키며 이는 마운트와 받침대 등을 통하여 구조물 및 시스템 외부로의 진동 및 소음을 유발한다. 소음이나 진동 등의 다양한 형태로 방사되는 에너지는 사람과 환경에 좋지 않은 영향을 미치며 구조물의 피로 파괴의 원인이 되기도 한다. 그러므로 내부 기계류에 의해 발생하는 진동 에너지의 전파를 차단 또는 억제하는 것은 매우 중요하다. 500Hz 이상의 중, 고주파의 소음 및 진동은 차음, 흡음, 제진 등의 수동제어로 저감의 용이하나 저주파의 소음 및 진동은 종래의 수동적인 방법으로는 효과적인 저

감이 이루어지지 않으므로 능동적인 방법을 사용하는 것이 효율적이다. 본 연구에서는 500Hz 미만의 불균형력을 발생시키는 시스템에 대한 능동제어를 수행하는 것을 그 목표로 한다.

일반적으로 거대한 동력을 요구하는 엔진 등은 전파를 줄이기 위해 마운트와 함께 받침대의 역할을 하는 유연한 구조물 위에 놓여지게 된다. 만약, 엔진의 구동 주파수 범위 안에 유연 구조물의 공진 주파수가 존재하면 능동 제어가 효과적으로 수행되지 않을 수 있으므로 이를 고려하여 제어를 수행해야 한다[1]. 유연 구조물이 존재할 경우, 제어를 수행하기 전에 진동 시스템에 대한 해석이 이루어지고, 이에 따라 부가가진원과 오차 센서의 위치 및 제어 알고리즘을 선정하는 것이 바람직하다.

### 2. 진동 시스템의 모델링

다음의 그림과 같은 3차원 구조의 진동 시스템을 생각한다. 엔진은 강체로 가정하였으며 이 강체

\* 한국과학기술원 기계공학과  
\*\* 한국과학기술원 기계공학과

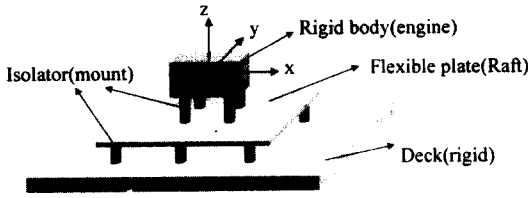


Figure 1. Engine vibration system model

가 고무 마운트를 통하여 유연한 평판 위에 연결되어 있다. 이는 다시 하단 마운트를 통하여 강체 위에 올려져 있다. 이와 같이 유연한 구조물을 가지는 단순화된 진동 시스템으로부터 동적 운동 방정식을 유도한 결과는 다음과 같다[2,3]. 먼저 강체에 대한 강성 모드 운동 방정식은 다음의 식으로 표현된다.

$$[Z]\xi = [Q] + \sum_{j=1}^{N_1} [R_j^a][Q_j^a] \quad (1)$$

여기서  $\xi$ 는 강체의 중심의 6자유도 좌표로서  $\xi = [x \ y \ z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$  와 같이 표현되며  $[Q] = [F_x \ F_y \ F_z \ \tau_x \ \tau_y \ \tau_z]^T$  로서 강체의 중심에 가해지는 외력이다. 그리고

$$[Z] = \begin{pmatrix} M_c & 0 & 0 & & & \\ & M_c & & & & \\ 0 & & M_c & & & \\ & & & I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ 0 & & & I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ & & & I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$[R_j^a] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z_{ol} & y_{ol} & 1 & 0 & 0 \\ z_{ol} & 0 & -x_{ol} & 0 & 1 & 0 \\ -y_{ol} & x_{ol} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$[R_j^a]$ 는 마운트로부터 전해지는 힘과 이로 인해 무게 중심에 발생하는 힘 사이의 관계를 나타내는 항이다.  $(x_{ol}, y_{ol}, z_{ol})$ 는 강체 내에서 I 번째 마운트의 좌표를 나타내며  $N_1$ 은 강체와 사각 평판 사이에 존재하는 마운트의 개수를 나타낸다.  $[Q_j^a]$ 는 강체와 사각 평판 사이에 존재하는 마운트에서 전달되는 힘이다.

사각 평판의 강성 모드에 대한 동적 운동 방정식은 강체의 운동 방정식과 유사하게 다음과 같이 표현된다.

$$[Z_p]\psi = \sum_{j=1}^{N_1} [R_j^a][Q_j^a] + \sum_{j=1}^{N_2} [R_j^b][Q_j^b] \quad (4)$$

여기서  $\psi$ 는 사각 평판 중심의 6자유도 상태 변수이다. 역시 좌변은 평판 무게 중심에서의 관성력이고 우변은 무게 중심에 가해지는 외력이다.  $[Q_j^a]$ 와  $[Q_j^b]$ 는 각각 엔진과 평판 사이 그리고 텍크와 평판 사이에 존재하는 마운트로부터 평판에 전해지는 힘이고  $[R_j^a]$ 와  $[R_j^b]$ 는 이 마운트들로부터 전해지는 힘과 이로 인해 무게 중심에 발생하는 힘 사이의 관계를 나타내는 행렬이다. 이 기호들은 다음과 같이 표현된다.

$$[Z_p] = \begin{pmatrix} M_p & 0 & 0 & & & \\ & M_p & & & & \\ 0 & & M_p & & & \\ & & & I_{p_{xx}} & I_{p_{xy}} & I_{p_{xz}} \\ 0 & & & I_{p_{yx}} & I_{p_{yy}} & I_{p_{yz}} \\ & & & I_{p_{zx}} & I_{p_{zy}} & I_{p_{zz}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$[R_j^a] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z_{pl} & y_{pl} & 1 & 0 & 0 \\ z_{pl} & 0 & -x_{pl} & 0 & 1 & 0 \\ -y_{pl} & x_{pl} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$[R_j^b] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z_{pbj} & y_{pbj} & 1 & 0 & 0 \\ z_{pbj} & 0 & -x_{pbj} & 0 & 1 & 0 \\ -y_{pbj} & x_{pbj} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$M_p$ 는 사각 평판의 질량이고,  $I_{p_{xx}}, I_{p_{xy}}, \dots, I_{p_{zz}}$ 는 사각 평판의 각 축에 대한 회전 관성이다.  $(x_{pl}, y_{pl}, z_{pl})$ 는 사각 평판 위에 있는 마운트의 위치 좌표이고,  $(x_{pbj}, y_{pbj}, z_{pbj})$ 는 사각 평판 밑에 있는 마운트의 위치 좌표이다.

사각 평판의 연성 모드에 관한 동적 운동 방정식은 Leissa[4]에 의해 제안된 정사각 평판의 모드 해석에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$[\Gamma](A\zeta + B\dot{\zeta} + C\ddot{\zeta}) = \sum_{j=1}^{N_1} [R_j^a][Q_j^a] + \sum_{j=1}^{N_2} [R_j^b][Q_j^b] \quad (8)$$

여기서  $\zeta$ 는 평판의 각 모드에 대한 계수이다.  $[Q_j^a]$ 와  $[Q_j^b]$ 는 각각 엔진과 평판 사이에 그리고 텍크와 평판 사이에 존재하는 마운트로부터 평판에 전해지는 힘이고  $[R_j^a]$ 와  $[R_j^b]$ 는 이 마운트들로부터 전해지는 힘이고 평판의 연성 모드 계수에 미치는 영향을 나타내는 행렬

이다. 마지막으로 마운트에 의해 전달되는 힘  $[Q_j^f]$  와  $[Q_j^s]$  를 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[Q_j^f] = -[Q_j^s] = [K_j]([R_j^f]^T \xi - [R_j^s]^T \zeta - [R_j^f]^T \psi) + [D_j]([R_j^f]^T \dot{\xi} - [R_j^s]^T \dot{\zeta} - [R_j^f]^T \dot{\psi}), \quad (9)$$

$$[Q_j^s] = -[K_j]([R_j^s]^T \zeta - [R_j^{fb}]^T \psi) - [D_j]([R_j^s]^T \dot{\zeta} - [R_j^{fb}]^T \dot{\psi}). \quad (10)$$

$[Q_j^f]$  와  $[Q_j^s]$  는 각각 엔진과 평판 사이에 있는 마운트에 의해 엔진에 전달되는 힘과 평판에 전달되는 힘이므로 그 크기는 같고 방향이 반대가 된다.

여기서  $[K_j]$ ,  $[D_j]$  는 각각 평판 위쪽의  $I$  번째 마운트와 아래쪽의  $J$  번째 마운트의 탄성 계수이고  $[D_j]$ ,  $[D_j]$  각 마운트의 감쇠 계수로서 모두 대각 행렬로 가정한다.

식 (1), (4), (8), (9) 그리고 (10)을 연립하면 다음과 같은 상태 방정식을 만들 수 있고 이로부터 전체 진동 시스템의 동적 운동을 계산할 수 있게 된다.

$$\dot{X} = AX + B[Q], \quad X = [\xi \ \dot{\xi} \ \zeta \ \dot{\zeta} \ \psi \ \dot{\psi}]^T \quad (11)$$

### 3. 부가가진원 및 센서, 제어 알고리즘의 선정

#### 3.1 부가가진원과 센서의 위치 선정

진동 시스템 모델을 이용하여 제어 성능을 최대화하는 부가가진원과 센서의 위치를 선정하였다 [2]. 앞 장에서 유도된 엔진 진동 시스템의 3차원 모델을 2차원 모델로 축소시킨 후 이를 통하여 부가가진원의 위치 및 센서의 종류와 위치에 대한 최대 제어 성능을 알아보았다. 센서와 부가가진원의 개수는 적으면서 최대 제어 성능이 큰 것이 효과적인 제어라 할 수 있으므로 이와 같은 기준으로 부가가진원의 위치와 센서의 종류, 위치 및 개수를 선정하는 것이 바람직하다.

부가가진원의 위치는 엔진과 평판 사이의 마운트 타입 위치, 평판 위의 isolator 타입 위치를 그 후보로 정하였으며 제어를 위한 센서의 종류를 결정하기 위해서 목적함수를 전달 진동 파워, 축방향의 전달력의 자승, 축방향의 속도(가속도)

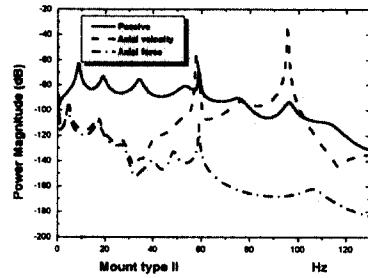


Figure 2. Maximum control performance with mount type secondary actuator

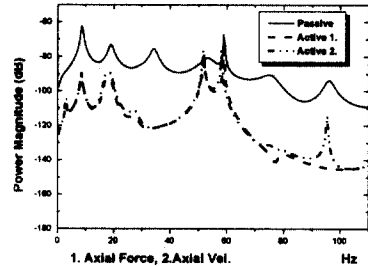


Figure 3. Maximum control performance with isolator type secondary actuator

의 자승 그리고 축방향의 전달 진동 파워 등을 사용하였다. 그 결과, 부가가진원을 엔진과 유연한 평판 사이의 마운트 타입으로 위치시킬 때에는 축 방향의 힘 신호를 측정하는 것이 바람직하며 평판 위에 isolator 타입으로 위치시킬 때에는 축 방향의 힘이나 속도(가속도)를 측정하여 이를 최소화시키는 것이 바람직하다. isolator 타입에서의 부가가진원의 위치는 마운트 상단이 된다. 일반적으로 힘을 측정하는 force transducer보다 가속도계가 더 저렴하므로 두 센서를 이용한 제어 성능이 비슷할 경우, 가속도계를 이용하는 것이 더 효과적이라 할 수 있다.

#### 3.2 제어 알고리즘

모델링된 진동 시스템의 특징은 엔진의 구동으로 인해 불균형력이 발생하고 이로 인해 진동 및 방사 소음이 생성된다. 그러므로 엔진의 진동을 유발하는 신호를 측정하기가 용이하다. 진동을 유발하는 신호를 기준 신호라 하는데 실제로 엔진 진동 시스템의 경우, 가속도계를 이용하여 측정된 진동 가속도 신호는 이러한 기준 신호의 좋은 예가

된다. 그러므로 이러한 시스템은 적응 feedforward 제어 방법을 이용하여 제어하는 것이 바람직하다. feedforward 제어 방법은 진동을 유발하는 기준 신호를 측정할 수 있는 시스템의 제어에 효과적이기 때문이다.

실제 엔진 진동 시스템은 연성과 강성 모드를 모두 가지고 있는 raft, 여러 개의 마운트, 선체 등으로 구성되어 있고 그 경계 조건이 명확하지 않은 것이 많다. 그러므로 여러 가지 불확실성과 모델링 오차를 포함할 수 있는 모델링이 쉽지 않으므로 일반적으로 많이 사용되는 feedback 제어 기법은 효과적이지 않을 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 불확실성이 많이 존재하거나 시변 시스템의 모델링에 적합한 실시간 적응 신호 처리 방법을 이용하여 시스템을 모델링하도록 한다. 이상을 토대로 하여 유연한 구조물을 가지고 있는 시스템의 진동을 제어하기 위하여, 소음 및 진동 제어에 많이 사용되고 있는 실시간 적응 신호 처리 방법을 이용하는 LMS 방법을 근거로 한 Filtered-X LMS 알고리즘을 선정하였다[5]. 이 알고리즘의 블록 선도는 Figure 4와 같다.

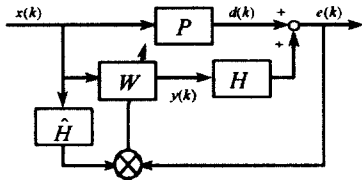


Figure4. Block diagram of Filtered-X LMS algorithm

기준 신호가 원소음 신호를 유발하기까지의 경로를  $P$ , 제어기 출력으로부터 오차 신호까지의 경로인 오차계를  $H$  라 하고, 기준 신호는  $x(k)$ , 오차 신호는  $e(k)$ , 원소음 신호를  $d(k)$ , FIR 형태의 제어기  $W$ 를 통과한 제어 출력을  $y(k)$ 라 할 때  $y(k)$ 는 다음과 같이 이산 영역에서의 convolution 형태를 표현된다.

$$y(k) = \sum_{i=0}^L w_i(k) x(k-i). \quad (12)$$

오차 신호는 제어 출력이 다시 오차계를 통과한 신호와 원소음 신호의 합으로 구성되므로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} e(k) &= d(k) + \sum_{j=0}^L h_j x(k-j) \\ &= d(k) + \sum_{j=0}^L \sum_{i=0}^L h_j w_i(k-j) x(k-i-j). \end{aligned} \quad (13)$$

오차계도 이산 시간 영역에서의 시스템이므로 제어 출력과 convolution 시켜야 한다. 이 때 오차계도 FIR 필터라 가정하였고 오차계의  $j$  번째 계수는  $h_j$ 이다. 제어기의 계수들은 오차 신호의 파위가 최소화되도록 매시간마다 갱신되어야 하는데 Filtered-X LMS 알고리즘에서는 최급하강법을 적용하여 갱신되며 그 결과, 적응 필터의 계수는 다음의 식에 의해 매시간 갱신된다.

$$\begin{aligned} w_i(k+1) &= w_i(k) - 2\mu e(k) \sum_{j=0}^L h_j x(k-i-j) \\ &\equiv w_i(k) - 2\mu e(k) f_x(k-i). \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $f_x(k)$ 는 기준 신호가 오차계 모델을 통과한 신호이다. 이 식을 볼 때 적응 필터의 계수는 오차 신호  $e(k)$ 와 기준 신호가 오차계 모델을 통과한 신호 즉, Filtered-X 신호의 곱으로 갱신됨을 알 수 있다.  $i$  번째 제어기 계수  $w_i(k)$ 를 갱신시키기 위해서는 현재 시간 지표  $k$ 에서의 오차 신호  $e(k)$ 와  $f_x(k)$  신호가  $i$  스텝 지연된 신호인  $f_x(k-i)$ 가 필요하게 된다. 이 때,  $f_x(k)$ 는 제어 전에 미리 모델링한 오차계 모델  $H$ 를 이용하여 만들어 낸다. 그러므로 오차계 모델링을 한 이후에 오차계가 바뀌게 되면 제어 성능이 저하되며 크게 변화되면 제어 알고리즘이 발산하게 된다.

## 4. 시험 모형을 이용한 능동제어 실험

### 4.1 시험 모형 및 제어 시스템 구성

유연 구조물을 가지는 진동 시스템의 시험 모형을 다음과 같이 구성하였다. 상하 방향의 불균형력만을 발생시키도록 설계된 회전 불균형 질량을 가지고 있는 모터는 4개의 상단 고무 마운트에 의해 유연한 평판 위에 고정되어 있다. 이 평판은 모두 4점에서 지지되고 있는데 2점은 지그에 철선으로 매달려 있고, 2점은 평판을 감싸고 있는 원통의 내부에 하단 고무 마운트를 이용하여 올려져 있다. 다시 원통은 4개의 철선에 의해 지그에 매달려 있다. 불균형 모터의 진동이 평판에 전달되고 이는 다시 2개의 하단 고무 마운트를 통하여 원통



Figure 5. Miniature of engine vibration system

을 진동시킨다. 이러한 진동 시스템에서 불균형력이 원통으로 전달되는 진동 파워를 최소화하는 것을 제어의 목표로 삼는다. 이를 위해 2종류의 오차 센서를 각각 사용하여 제어를 수행하였다. force transducer는 평판과 원통 사이에 존재하는 2개의 하단 마운트에 부착시켰으며 가속도계는 하단 마운트가 부착되는 위치의 평판 상단에 2개를 고정하였다. 부가가진원은 가속도계가 부착되는 같은 지점에 isolator 타입으로 2개를 설치하였다. 즉, 유연 구조물이 있는 진동 시스템을 효과적으로 제어하기 위해 부가가진원과 오차 센서의 위치를 일치시켰다.

Filtered-X LMS 알고리즘으로 제어를 수행하기 위해 다음과 같은 신호를 사용하였다. 모터의 한 회전 당 한 주기의 삼각파를 발생시키는 타코 센서를 제작하여 이 센서에서 나오는 신호를 기준 신호로 사용하였다. 오차 신호는 하단 고무 마운트 2곳에 부착된 힘 신호 또는 가속도 신호를 이용하여 각각 전달력과 가속도를 제어하도록 하였다. 부가가진원 역시 2개를 사용하였으며 기준 신호와 2개의 오차 신호를 이용하여 실시간 이산 신호 처리를 거쳐 제어 출력을 발생시키게 된다.

실험에 앞서 시험 모형의 모드 해석을 수행하여 보았다. 총 69개의 노드를 선정하여 LMX-CADA X를 이용하였으며 그 결과 12.541Hz에서 평판의 굽힘 모드가, 13.925Hz, 24.713Hz에서는 평판의 1,2차 비틀림 모드가 그리고 18.803Hz에서는 원통의 공진 모드가 각각 존재하였다.

AD/DA 보드(DARIM DR8330)와 PC를 이용하여 실시간 적용 제어를 수행하였다. 기준 신호는 PCB 앰프를 이용하여 20배 증폭시킨 후 AD시켰고 샘플링은 200Hz로 하였다. 부가가진원이 2개이므로 적용 필터 역시 2개가 존재하는데 각각 길이 40의 FIR 필터를 사용하였다. 부가가진원과 오차 센서 사이에 존재하는 4개의 오차계 모델을 위하

여 길이 180의 FIR 필터를 각각 이용하였다.

#### 4.2 시험 모형을 이용한 제어 실험 결과

불균형 모터의 최대 회전 속도는 30Hz이므로 30Hz 미만에서만 제어를 수행하였으며 이를 위해 오차 신호와 제어 출력 신호를 모두 차단 주파수 70Hz의 저역통과필터를 거치도록 했다. 30Hz 미만의 공진 주파수(12.541, 13.925, 18.803, 24.713Hz)와 비공진 주파수(15, 20, 25, 30Hz)에서 제어를 수행하였으며 힘 신호와 가속도 신호를 독립적인 오차 신호로 사용하여 각각의 경우에 대해 제어를 수행하였다.

힘 신호를 가속도 신호를 사용했을 때의 제어 전후 전달진동파워 스펙트럼은 Figure 6에 나타나 있다. 모든 제어 주파수에서 15dB 이상 진동파워의 절연 효과를 나타내고 있다. 이 때, 모터의 회전주파수 24Hz 이상에서는 진동 시스템의 비선형성으로 인해 하모닉 성분이 크게 나타나며 이 성분은 기준 신호에 포함되어 있지 않으므로 제어가 되지 않는다.

오차 센서로서 가속도 신호를 이용했을 때의 제어 전후 전달진동파워 스펙트럼은 Figure 7과 같다. 힘 신호를 오차 신호로 사용했을 때와 거의 유사하나 제어 성능이 약간 떨어지는 것을 알 수 있으며 모든 주파수에서 10dB 이상의 진동파워 절연효과를 나타내고 있다.

### 5. 결론

유연 구조물이 포함되어 있는 진동 시스템은 강체로만 구성되어 있는 시스템과는 달리 복잡한 진동 현상을 유발하며 능동 제어의 방법으로 진동을 절연하는 것이 쉽지 않다. 본 연구에서는 유연 구조물이 포함되어 있는 진동 시스템의 능동제어를 수행하기 위하여 시스템의 운동방정식을 유도한 후 이를 토대로 효과적인 제어 성능을 얻기 위해 부가가진원의 위치 및 센서의 위치와 사양을 결정하였다. 그리고 유연 구조물을 가지고 있는 시험 모형을 제작하여 Filterd-X LMS 알고리즘을 이용, 능동진동제어를 수행하였으며 그 결과 공진 주파수 영역과 비공진 주파수 영역에서 모두 효과적인 진동 절연을 이루었다.

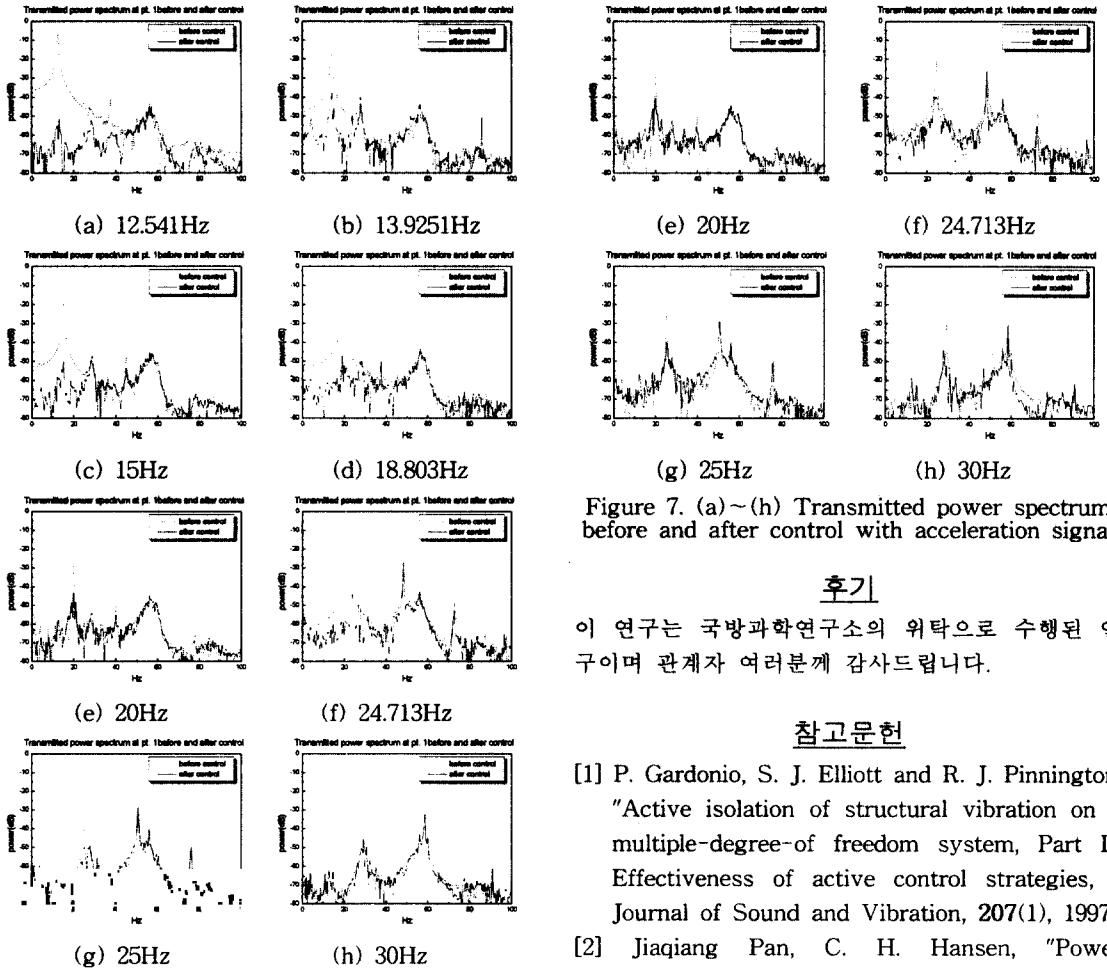


Figure 6. (a)~(h) Transmitted power spectrum before and after control with force error signal

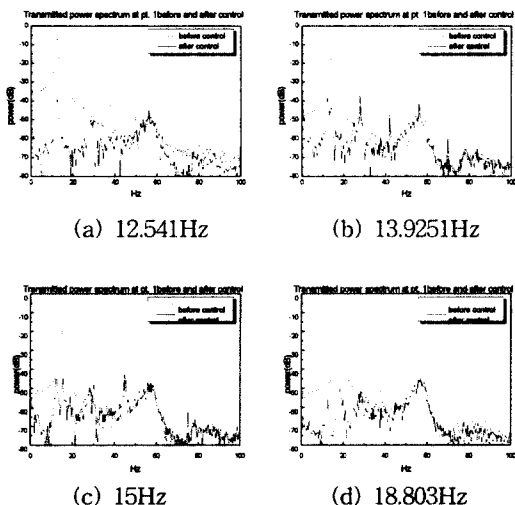


Figure 7. (a)~(h) Transmitted power spectrum before and after control with acceleration signal

### 후기

이 연구는 국방과학연구소의 위탁으로 수행된 연구이며 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참고문헌

- [1] P. Gardonio, S. J. Elliott and R. J. Pinnington, "Active isolation of structural vibration on a multiple-degree-of freedom system, Part II: Effectiveness of active control strategies," *Journal of Sound and Vibration*, **207**(1), 1997
- [2] Jiaqiang Pan, C. H. Hansen, "Power transmission from a vibrating source through an intermediate flexible panel to a flexible cylinder," *Journal of Vibration and Acoustics*, ASME, Vol 116, October, 1994
- [3] Carl Q. Howard, Colin H. Hansen, and Jiaqiang Pan, "Power transmission from a vibrating body to a circular cylindrical shell through passive and active isolators," *J. Acoust. Soc. Am*, **101**(2), March 1997
- [4] Arthur. W. Leissa, "Vibration of plate," NASA SP-160, 1969
- [5] S. J. Elliott, "A multiple error LMS algorithm and its application to the active sound and vibration control," *IEEE Trans. on ASSP* **35**(10), October, 1987