

기전연성계 해석을 이용한 단상유도전동기의 회전자 결함진단에 관한 연구

°박상진*, 장정환*, 장건희*, 이용복**, 김창호**

Fault Diagnosis of Rotor Bars in a Single Phase Induction Motor Monitoring Electromechanical Parameters

S.J.Park, J.H.Chang, G.H.Jang, Y.B.Lee, C.H.Kim

Abstract

This paper characterizes the electromechanical parameters due to the fault of rotor bars in a squirrel cage induction motor. Simulation is performed to investigate how broken rotor bars have effect on them by solving the time-stepping finite element equation coupled with magnetic field equation, circuit equation and mechanical equation of motion. It shows that the asymmetry of magnetic flux due to the broken rotor bar introduces the beating phenomenon in time domain and the sideband frequencies in frequency spectra, respectively, to the stator current, torque, speed, magnetic force and vibration of a rotor. However, vibration of a rotor would be the most effective monitoring parameters to detect the faults of rotor bars.

1. 서 론

전동기의 결함을 여러 가지 변수해석을 통하여 온라인(on-line) 상태에서 모니터링하고, 결함발생으로 인한 이상동작을 사전에 감지하는 것은 전동기를 사용한 시스템의 안전운전 및 사고방지등에 중요하다. 산업용으로 가장 많이 쓰이고 있는 유도전동기의 경우, 특히 회전자 바(rotor bar)의 이상을 진단하는 방법에 대한 여러 가지 연구가 진행되고 있다[1-3]. 유도전동기 회전자 바의 결함은 기기의 전기적인 특성과 기계적인 특성의 변화를 동시에 야기시키는데, 이는 공극(air gap)에

서 비대칭적인 자속(magnetic flux)분포를 발생시켜 입력전류, 토크, 불균형 자기력, 편심, 진동 등에 영향을 주고, 이런 변수들의 변화는 회전자의 파손을 더욱 촉진하며, 또 다른 종류의 기기 손상을 가져올 수 있다. 기존의 연구는 유도전동기내에 센서를 설치하여 회전자 결함에 따른 자속의 변화를 감지하는 방법과 전자장 해석을 통한 자속, 입력전류 및 토크의 변화를 예측하였다[1-3]. 하지만 이런 변수들은 측정하여 해석하기가 쉽지 않으며, 이미 작동중인 전동기에 대해서는 명확한 자료를 제공하지 못한다.

본 연구에서는 단상유도전동기의 회전자 바에 결함이 발생하였을 경우 이를 효과적으로 진단하기 위하여 공극의 자속, 고정자(stator)의 전류, 토크, 자기력, 회전자의 진동 등의 기전연성변수

* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

** KIST 트라이블로지 연구센터

(electro-mechanical parameter)들이 어떻게 변화하는가를 고찰하였다. 기계적, 전기적 변수를 동시에 고려하기 위하여 자계방정식(magnetic field equation), 회로방정식(circuit equation), 기계방정식을 결합한 시간차분 유한요소해석을 수행하였고 실험으로 이를 검증하였다.

2. 해석 방법

Fig.1은 개략적인 캐퍼시터(capacitor)구동형 단상유도전동기(Permanent Split Induction Motor)의 구조를 나타내고 있다. 고정자는 주 권선(main winding)과 보조권선(auxiliary winding)으로 구성되어 있는데, 보조권선은 기동 시의 토크발생과 운전 시의 전류, 전압간의 위상차 보상을 위해 캐퍼시터가 병렬로 연결되어 있다. 회전자에는 축방향으로 도체 바(bar)를 삽입하여 양쪽 엔드링(end-ring)에 연결시켜 자계를 형성하도록 되어 있는 구조이다.

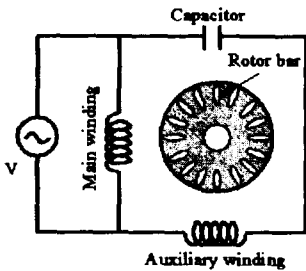


Fig.1 Schematic diagram of Permanent Split Induction Motor

단상유도전동기에 적용되는 자계방정식은 2차원 좌표계에서 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -J_{ext} + \sigma \left(\frac{\partial A_z}{\partial t} - \vec{v} \times \vec{B} - \nabla \phi \right) \quad (1)$$

여기서 J_{ext} , \vec{v} , ϕ , σ 는 각각 입력전류밀도, 회전자의 속도, 전기스칼라포텐셜(electric scalar potential), 그리고 회전자 바의 전도율을 나타낸다. 식 (1)은 다음의 식 (2)와 (3)의 고정자 및 회전자 전압방정식과 결합되어진다.

$$V_s = R_m I_m + L_m \frac{dI_m}{dt} + \frac{d\phi_m}{dt} \quad (2)$$

$$V_s = R_a I_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + \frac{d\phi_a}{dt} + \frac{1}{C} \int I_a dt$$

여기서 V_s , R_m , R_a , I_m , I_a , L_m , L_a , ϕ_m , ϕ_a 는 각각 주 권선과 보조권선의 입력전압, 코일저항, 입력전류, 엔드턴(end-turn)부분의 인덕턴스(inductance), 그리고 자속을 나타낸다.

회전자는 Fig.2에 나타난 것과 같이 회전자 바가 엔드링에 연결된 다상(multi-phase)회로로 모델링 되었다. n 개 회전자 바의 전류는 회로해석에 의하여 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_{b_n} = \frac{U_{b_{n+1}} - U_{b_n}}{2Z_{e_n}} + \frac{U_{b_{n-1}} - U_{b_n}}{2Z_{e_{n-1}}} \quad (3)$$

여기서 U_b , I_b , Z_e 는 각각 인가된 전압, 회전자 바의 전류, 엔드 링의 임피던스(impedance)를 나타낸다.

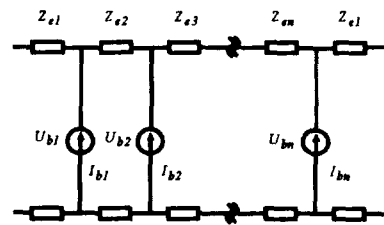


Fig.2 Equivalent rotor circuit

자계에서 발생되는 토크와 자기력으로 인한 회전자의 운동은 회전자를 강체로 가정하여 뉴턴-오일러(Newton-Euler) 방정식으로부터 계산되어질 수 있다. Fig.3은 회전자의 자유물체도이며, 병

진운동과 회전운동(tilting motion)을 고려한 5자유도의 운동방정식은 x , y , θ_x , θ_y , θ_z 방향에 대하여 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

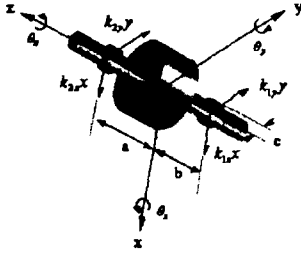


Fig.3 Free body diagram of a rotor

$$\begin{aligned}
 M\ddot{x} + k_{1x}(x - a\theta_y) + k_{2x}(x + b\theta_y) &= F_{mag_x} + me\dot{\theta}_z^2 \cos\theta_z \\
 M\ddot{y} + k_{1y}(y + a\theta_x) + k_{2y}(y - b\theta_x) &= F_{mag_y} + me\dot{\theta}_z^2 \sin\theta_z \\
 I_x\ddot{\theta}_x - 2I_x\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y\theta_y + I_x\dot{\theta}_y(\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_x\theta_y) & \\
 - k_{1y}(cy + ac\theta_x)\theta_x + k_{1y}(ay + a^2\theta_x) & \\
 - k_{2y}(cy - bc\theta_x)\theta_x - k_{2y}(by - b^2\theta_x) = M_{mag_x} & \\
 I_y(\ddot{\theta}_y + \dot{\theta}_z^2\theta_y) - I_x\dot{\theta}_x(\dot{\theta}_z + \dot{\theta}_x\theta_y) & \\
 - k_{1x}(cx - ac\theta_y)\theta_y - k_{1x}(ax - a^2\theta_y) & \\
 - k_{2x}(cx + bc\theta_y)\theta_y + k_{2x}(bx + b^2\theta_y) = M_{mag_y} & \\
 I_z(\ddot{\theta}_z + \dot{\theta}_x\theta_y + \dot{\theta}_x\dot{\theta}_y) = T - T_L &
 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 M , I , T_L , me 는 각각 회전자 질량, 회전자의 질량관성모멘트, 부하토크, 편심량을 각각 나타낸다. 베어링의 강성 k 는 힘의 평형과 기구학적 적합성에 의하여 계산되어졌으며 [4], 자기력 F_{mag} 와 M_{mag} , 그리고 토크 T 는 식 (5)로 표현되는 맥스웰 응력텐서법(Maxwell stress tensor)에 의하여 계산되어졌다.

$$\begin{aligned}
 F_{mag} &= \frac{1}{2\mu_0} \oint (B_r^2 - B_\theta^2) dA \\
 T &= \frac{1}{\mu_0} \oint (B_r B_\theta) dA
 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 B_r , B_θ , μ_0 는 각각 반경방향, 접선방향의 자속밀도, 그리고 공극의 투자율(permeability)을 나타낸다.

유도전동기의 기전연성계 해석을 위하여, 비선형 시간차분 유한요소법에 의해 자계가 결정되면 자기력과 토크가 맥스웰 응력텐서법에 의해서 계산되어지고, 그 결과값을 적용한 회전자의 운동방정식을 시간적분법(Runge-Kutta Method)으로 계산한다. 여기에서 새로운 회전자의 위치를 결정하고 자계에서의 요소들은 다시 배치되어진다. 이런 과정은 전동기가 정상상태(steady state)에 도달할 때까지 계속되어진다.

3. 해석 모델

유도전동기의 회전자 바의 결함을 진단하기 위해 캐피터구동형 단상유도전동기를 해석모델로 선정하여, 위에서 제안한 일련의 절차를 적용하였다. 자세한 사양은 Table.1과 같다.

Table 1. Specification of a motor

Symbol	Description	Value
P	Power	2.1 kW
V	Input voltage	220 V
f	Supply frequency	50 Hz
p	Number of pole pair	1
n	Number of rotor bar	33
T_L	Rated load torque	7.848 N m
C	Capacitance	40 μ F
M	Mass of rotor	3.0359 kg
k	Stiffness of bearing	4.752e7 N / m

전자장 해석모델은 2차원 계에서 삼각형 요소로 분할되어졌고, 전체 노드(node)는 6,558개, 요소(element)는 13,007개를 가지도록 하였다. 회전자 바에 결함이 발생한 경우는 다른 회전자 바에 비하여 상대적으로 낮은 전도율을 부여하였고, 정상적인 경우, 1개 회전자 바의 결함, 3개 회전자 바의 결함을 가지는 경우가 각각 해석되어졌다.

4. 결과 및 토의

Fig.4는 정상, 1개, 3개의 회전자 바 결함을 가지는 경우의 자속분포를 각각 나타내고 있다. 회전자 바의 결함부근에서 비대칭적 자속분포를 관측할 수 있다. Fig.5는 정상적인 경우와 3개 회전자 바 결함의 경우, 공극을 따르는 자속 밀도를 비교하고 있다. 회전자 바의 결함 부근에서 접선 방향 자속밀도 B_θ 보다는 반경방향 자속밀도 B_r 값이 훨씬 두드러지게 변화함을 볼 수 있다.

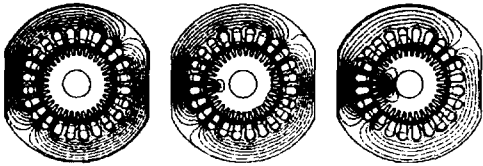


Fig.4 Magnetic flux distribution for normal, 1, 3 broken bars

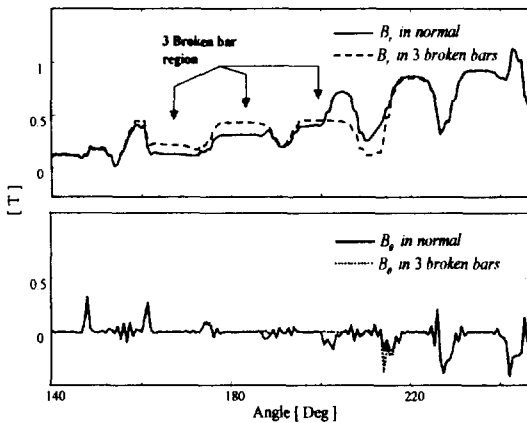


Fig.5 Radial and tangential flux density along air gap

결함이 발생한 회전자 바 부근의 자기포화는 권선의 인덕턴스에 영향을 주고, 이는 다시 권선전류에 영향을 미치게 된다. Fig.6와 Fig.7은 시간영역과 주파수영역에서의 주권선 전류의 변화를 보여주고 있다. Fig.6에서 보듯이 결함 바의 개수가 증가할수록 맥놀이(beatting) 현상의 증가가 관

측되고 있으며, Fig.7로부터 50[Hz]의 기본주파수 주변에 새로운 주파수성분(sideband frequency)이 생성되는 것을 알 수 있다. 이는 양과 음의 방향의 회전자 기자력(mmf)에 의해 발생되어지며, 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다[1].

$$f_{sbf} = (1 \pm 2ns)f \quad n=1,2,3\dots, \quad s=1-f_1/f \quad (6)$$

여기서, f 와 s 는 기본입력주파수와 슬립률(slip ratio)을 나타낸다. Fig.7에 보이는 것처럼 3개 바 결함 상태에서 주변주파수대 주파수성분의 크기가 50%정도 증가하는 것을 알 수 있다. 그러나 기본주파수의 크기에 비교하면 상대적으로 작은 값이고, 1개 회전자 바의 결함에 있어서는 주변주파수대 성분들의 변화가 미소하기 때문에, 주권선 전류 모니터링에 의한 회전자 결함진단은 효과적인 방법이 아니다.

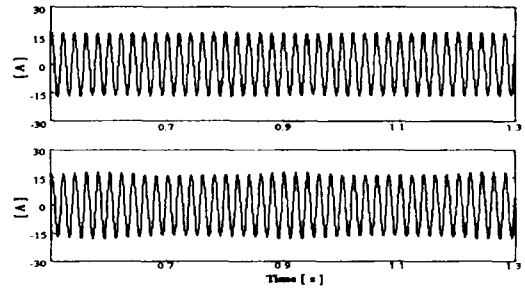


Fig.6 Main winding current for normal, 3 broken bars

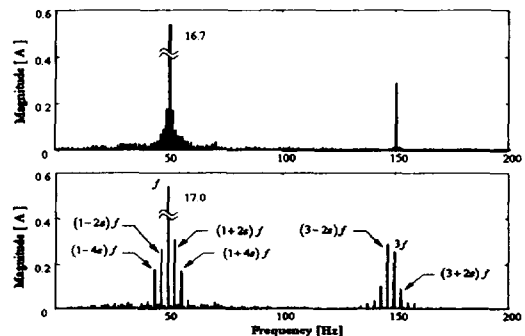


Fig.7 Frequency spectra of main current for normal, 3 broken bars

Fig.8은 3개 회전자 바에 결함이 있는 경우의 속도에 대한 그림이다. 단상유도전동기의 특성상 발생 토크는 입력 주파수의 두 배인 기본주파수 $2f$ 를 발생시키기 때문에, 회전자의 속도에도 그대로 영향을 준다. 슬립율은 정상, 1개 결함, 3개 결함에 대하여 각각 2.7%, 2.8%, 2.9%로 증가하였으며, 이는 회전자 바의 결함으로 인한 평균토크 감소의 영향 때문이다. 회전자 바의 결함 부근의 비대칭적 자속분포는 토크에서도 주변주파수대의 성분들을 발생시킴을 알 수 있다. Tabel.2는 정상, 1개 결함, 3개 결함상태의 각각의 속도에서 주변주파수대의 주파수 성분을 나타내고 있다. 결함 발생시, $2sf$ 의 주파수 성분이 비교적 크게 변화하였지만, 전체적으로 보았을 때 기본주파수에 비하여 주변주파수의 크기는 상대적으로 작은 값을 알 수 있다.

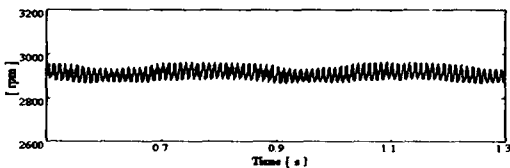


Fig.8 Speed for 3 broken bars

Table.2 Frequency and amplitude of speed for normal, 1, 3 broken bars

Frequency Component	Normal		1 Broken Bar		3 Broken Bars	
	Freq. [Hz]	Amp. [rpm]	Freq. [Hz]	Amp. [rpm]	Freq. [Hz]	Amp. [rpm]
$2sf$	2.7	0.038	2.8	3.123	2.9	11.32
$(2-2s)f$	97.3	0.372	97.2	0.869	97.1	3.848
$2f$	100.0	34.95	100.0	34.98	100.0	35.12
$(2+2s)f$	102.7	0.372	102.8	0.201	102.9	2.311

Fig.9은 정상, 1개, 3개의 회전자 바 결함에 대한 자기력의 변화를 나타내고 있다. 정상적인 전동기에서의 자기력은 자속분포의 대칭성 때문에 힘의 균형을 유지하고 있지만, 회전자 바 결함 발생시 비대칭적인 자기분포가 생기면서 자기력에는 불균형이 발생한다. Fig.9에 보여진 것과 같이 자

기력은 전류나 속도와는 달리 1개 회전자 바 결함의 경우에도 두드러지는 맥놀이 현상을 보이고 있다. 이것은 Fig.5에 보여진 것과 같이 자기력이 자속밀도 B , 값의 제곱에 비례하기 때문이다.

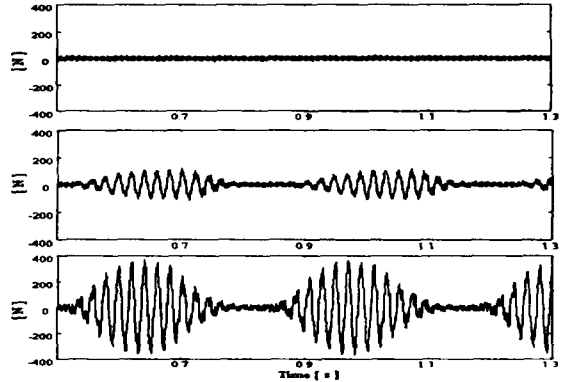


Fig.9 Magnetic force x for normal, 1, 3 broken bars

Fig.10은 정상, 1개, 3개의 회전자 바 결함에 대한 회전자 바의 x 방향 변위를 나타내며, Fig.11은 3개 바 결함 경우의 주파수 분석을 나타낸다. 자기력의 가진성분이 모델로 사용된 회전자 바의 첫번째 고유주파수인 629[Hz]보다 저주파 영역에 분포하고 베어링부의 감쇠효과를 추가하였기 때문에, 회전자 바의 공진은 발생하지 않는다. 그러므로 회전자 바 변위는 자기력의 분포와 거의 동일한 형상을 가지게 되어 역시 뚜렷한 맥놀이 현상을 보인다.

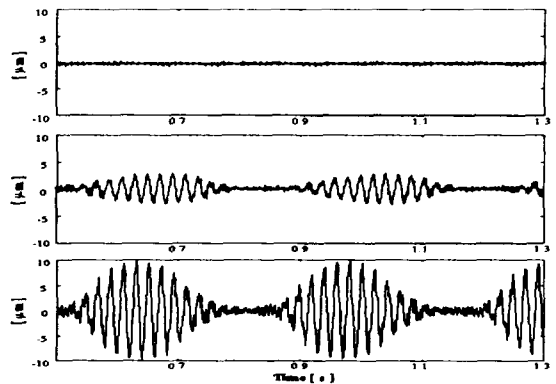


Fig.10 Rotor displacement x for normal, 1, 3 broken bars without mass unbalance

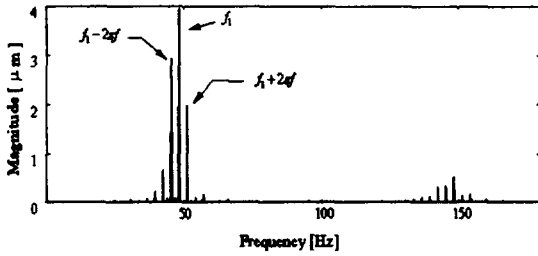


Fig.11 Frequency spectrum of the rotor x displacement for 3 broken bars

Fig.11을 보면, 자속분포가 매 회전마다 반복되기 때문에, 기본주파수는 회전자 회전주파수인 f_1 로 나타남을 알 수 있다. 주변주파수대 성분들은 $f_1 \pm 2nsf$ 의 구성을 가지며, 이는 양의 방향과 음의 방향의 회전자기자력이 $2sf$ 의 주파수차이를 가지기 때문이다[1]. Table.3은 주변 주파수대의 각 성분의 크기를 나타내고 있으며, 입력전류나 속도의 경우보다 주파수성분의 변화가 상대적으로 큰 것을 알 수 있다.

Table.3 Frequency and Amplitude of rotor displacement for normal, 1, 3 broken bars

Frequency Component	Normal		1 Broken Bar		3 Broken Bars	
	Freq. [Hz]	Amp. [μ m]	Freq. [Hz]	Amp. [μ m]	Freq. [Hz]	Amp. [μ m]
$f_1 - 4sf$	43.3	3.64e-3	43.1	1.07e-1	42.6	6.59e-1
$f_1 - 2sf$	46.0	1.22e-3	45.8	9.14e-1	45.6	2.92
f_1	48.7	1.97e-3	48.6	1.15e-1	48.5	3.93
$f_1 + 2sf$	51.4	7.62e-4	51.4	5.23e-1	51.5	1.98
$f_1 + 4sf$	54.1	2.53e-3	54.2	6.11e-2	54.4	8.89e-2

Fig.12는 편심량 me 을 0.004 [kg m]로 가정하여, 3개의 회전자 바 결함을 가지는 경우에 대한 회전자의 변위와 그 주파수분석을 각각 나타내고 있다. 회전자의 변위는 편심량과 함께 증가했지만, Fig.11과 비교하였을 때 주변주파수대 성분에는 거의 영향을 주지 않는다. 따라서 회전자의 변위를 이용한 회전자 바의 결함진단이 편심을 고려한 경우에도 효과적인 방법임을 알 수 있다.

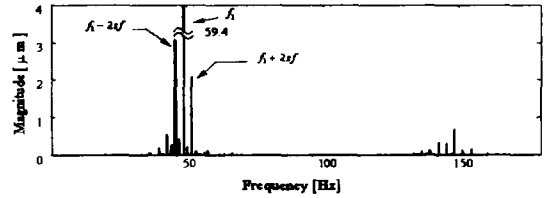
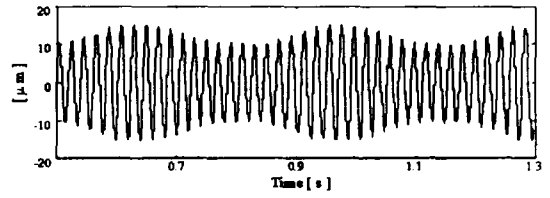


Fig.12 Rotor displacement (x) and frequency spectra for 3 broken bars with mass unbalance

5. 실험

수치해석을 검증하기 위해 Fig.13과 같은 실험 장치를 구성하였으며, Table.1에 설명된 사양의 단상유도전동기에서 3개의 바가 개방된 회전자를 제작하여 정상적인 회전자와 비교, 실험하였다.

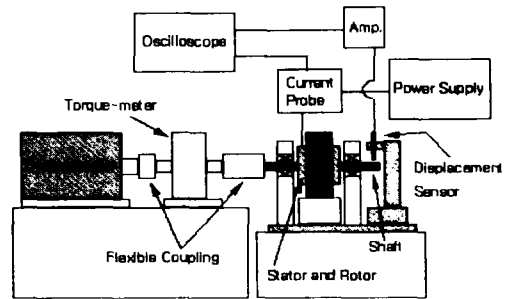


Fig.13 Experimental apparatus

실험 시 입력주파수 f 는 50[Hz], 입력전압은 220[V], 그리고 부하토크는 7.8[Nm]로 설정되었다. 구동 시 평균속도는 2817[rpm]으로 측정되었으며, 정상상태에서의 슬립률(slip ratio)은 약 6.7%로 증가하였고, 회전자의 회전 주파수 f_1 은 46.95[Hz]로 감소하였다. 여기서 맥놀이 주기인 $2sf$ 는 6.7[Hz]에 해당한다.

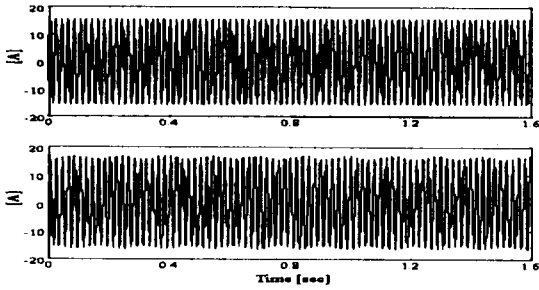


Fig.14 Main winding current for normal, 3 broken bars

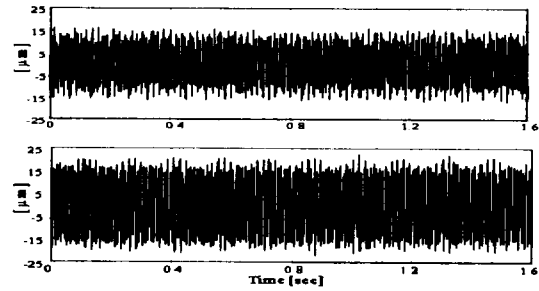


Fig.15 Rotor displacement x for normal, 3 broken bars

Table.4 Sideband frequency component of main current and rotor displacement

Main Current				Rotor Displacement			
Frequency Component	Freq. [Hz]	Amp. [A]	(%)	Frequency Component	Freq. [Hz]	Amp. [μm]	(%)
$f - 2sf$	43.6	0.32	2.06	$f_s - 2sf$	40.0	0.30	41.67
f	50.3	15.56	100	f_s	47.0	0.72	100
$f + 2sf$	57.0	0.02	0.13	$f_s + 2sf$	53.5	0.41	56.94

Fig.14와 Fig.15는 정상적인 회전자 바와 3개 바가 결함인 경우의 주권선 전류파형과 회전자의 x 방향 변위를 각각 나타낸다. 주권선 전류파형과 회전자 변위에서 공통적으로 맥놀이 현상을 발견할 수 있다. 그러나 회전자 변위성분의 경우 회전자의 진동성분뿐 아니라 주변지지구조의 진동성분이 포함되어, 이론적으로 구한 정확한 맥놀이 주파수를 관측할 수는 없었다. 주권선 전류와 회전자의 x 방향 변위에 대한 주파수 성분을 Table.4에 요약하였다. 주변주파수의 기본주파수에 대한 상대적인 크기는, 주권선 전류보다는 회전자의 변

위에서 더욱 크다. 그러므로 진동성분을 측정하는 것이 회전자 바 결함진단에 효과적이라는 것을 실험적으로 검증하였다.

6. 결론

본 연구에서는 자계방정식, 회로방정식, 회전자 운동방정식을 결합한 시간차분 유한요소법에 의해, 회전자 바의 결함이 발생하였을 경우 단상유도전동기의 기전연성변수들이 어떻게 변화하는가를 고찰하였다. 회전자 바의 결함은 공극을 따라서 비대칭적인 자속분포를 발생시키며, 이는 전류와 토크, 속도, 자기력과 회전자 변위에서 맥놀이 현상과 주변주파수대 성분(sideband frequency)을 발생시키거나 가장 큰 변화는 자기력과 회전자 변위에서 관측되었으며, 회전자 변위가 회전자 바의 결함진단에 가장 효과적인 변수임을 수치해석과 실험을 통해 확인하였다. 수치해석 및 실험에서의 결과는 유도전동기(squirrel cage motor) 회전자의 결함을 판단하기 위한 자료로 사용되어질 것이다.

참고문헌

- [1] O.V. Thorsen, and M. Dalva, "Method of condition monitoring and fault diagnosis for induction motors," *ETEP*, vol. 8, No. 5, pp. 383-395, Sep/Oct. 1998.
- [2] J.F. Bangura, and N.A. Demerdash, "Diagnosis and characterization of effects of broken bars and connectors in squirrel cage induction motors by a time-stepping coupled finite element state space modeling approach," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, No. 4, pp. 1167-1175, Dec. 1999.
- [3] Rastko Fiser and Stanislav Ferkolj, "Magnetic field analysis of induction motor with rotor fault," *COMPEL*, vol.17, pp.206-211, 1998.
- [4] G.H. Jang, D.K. Jung, et al, " Analysis of the Dynamic Characteristics of Ball Bearing in 3.5" HDD Spindle Motor," *IMCSD Proceedings, Twenty-fifth Annual Symposium*, pp167-174, 1996.