

고속 회전시 광디스크의 플러터 불안정성 : 이론적 예측과 실험 비교

°김 지덕* · 이 승엽**

Flutter Instability of an Optical Disk Rotating at High Speeds: Theoretical Estimation and Experimental Results

Ji-Duk Kim, Seung-Yop Lee

ABSTRACT

As the disk rotation speed increases in information storage devices, aerodynamically excited disk vibration is induced by airflow around the disk. This paper investigates both experimental and theoretical studies on the flutter instability. From the experimental results using an ASMO disk, it is found that the three nodal diameter mode of the optical disk experiences its flutter instability around 8750 rpm. At the flutter speed, the amplitude of the corresponding mode increases dramatically and the backward natural frequency does not increase with increasing rotational speeds. The experimental results on flutter instability are compared with analytical predictions.

1. 서 론

정보저장기기로서 저장용량이 고정되어 있는 CD-ROM이나 DVD-ROM와 같은 광디스크 드라이브는 최근에 데이터 전달율을 높이기 위해 디스크의 회전속도의 증가가 급격하게 이루어지고 있다 [1]. 예를 들면 최근에 CD-ROM은 48배속 이상의 제품이 DVD-ROM은 16배속의 회전속도를 갖는 제품이 출시되고 있다. 반면에 하드디스크 드라이브는 디스크의 회전속도보다는 매년 디스크의 저장밀도를 높이기 위한 연구에 초점이 맞추어져 있다.

현재 출시되고 있는 CD/DVD-ROM은 이미 초임계속도(supercritical speed)에서 광디스크가 회전

하고 있다. 디스크의 회전속도가 증가하면서 디스크 주변에 있는 공기와의 연성에 의해 디스크의 플러터(flutter) 불안정성이 발생하게 된다. 플러터 현상은 공기 유동이 디스크의 후진파(backward wave) 모드를 가진하게 되면서 큰 진폭의 디스크 진동을 발생하며 광디스크의 데이터를 기록하거나 재생하는데 치명적인 오류를 일으키게 된다.

회전 디스크의 플러터는 전형적인 유체-구조물의 연성(fluid-structure interaction)과 관련된 문제이므로 이에 대한 이론적인 해석은 복잡한 유체 및 디스크의 방정식들을 풀어야 하는 복잡한 문제이다. D'Angelo와 Mote [2]는 초임계속도에서 회전하는 얇은 원판의 플러터 현상을 실험적으로 측정하였고, Yasuda와 Torii [3]는 공기유동에 의한 효과를 분포감쇠와 양력으로 단순화하여 플러터 불안정성을 이론적으로 예측하였다. 최근에는 공기유동을 고려할 때의 고유진동수 값

*서강대학교 기계공학과 대학원

**서강대학교 기계공학과, 정회원

과 고려하지 않을 때의 값을 비교하여 플러터 속도를 이론적으로 간단하게 예측하는 방법이 제시되었다 [4].

본 논문은 광디스크 중에서 낮은 임계 및 플러터 속도를 갖는 ASMO 디스크를 이용하여 플러터 현상을 측정하였으며 기존의 연구[4]에서 이론적으로 예측되어진 플러터 속도와 비교해 보기로 한다.

2. 회전디스크의 진동해석

2.1 공기유동을 고려하지 않을 때

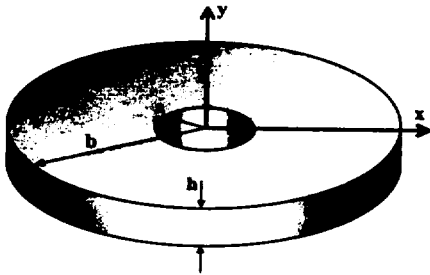


Fig. 1. Schematic of a rotating disk

Fig. 1과 같이 안쪽 반지름이 a , 바깥쪽 반지름이 b , 두께가 h 이고 Ω 의 속도로 회전하는 디스크의 운동 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다. Kirchhoff의 판 이론을 이용해 디스크의 횡방향 진동 $w(r, \theta, t)$ 에 관한 운동방정식을 고정된 회전 좌표계로 표현하면 다음과 같다. [7,8].

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \nabla^4 w - \Omega^2 L(w) = 0 \quad (1)$$

여기에서,
$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$L(w) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r Q_r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} Q_\theta \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)$$

$$Q_r = \frac{1}{8} \rho h \left\{ -(3+\nu)r^2 + c_1 + c_2 \frac{1}{r^2} \right\}$$

$$Q_\theta = \frac{1}{8} \rho h \left\{ -(1+3\nu)r^2 + c_1 - c_2 \frac{1}{r^2} \right\}$$

$$c_1 = \frac{(1+\nu)(3+\nu)a^4 + (1-\nu^2)b^4}{(1-\nu)b^2 + (1+\nu)a^2}$$

$$c_2 = a^2 b^2 \frac{(1-\nu)(3+\nu)a^2 - (1-\nu^2)b^2}{(1-\nu)b^2 + (1+\nu)a^2}$$

위의 식에서 E , ρ , ν 는 각각 디스크의 탄성계수, 밀도, 포아송 비이다. 운동방정식을 정규화하기 위하여 다음과 같이 무차원 변수를 정의한다.

$$r' = \frac{r}{b}, \quad t' = \frac{t}{b^2} \sqrt{\frac{\rho h}{D}}, \quad x = \frac{a}{b}$$

$$w' = \frac{w}{h} \sqrt{12(1-\nu^2)}, \quad \Omega' = \Omega b^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}}$$

이 무차원 변수를 식 (1)에 적용하면 다음의 정규화된 운동방정식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t'^2} + \nabla'^4 w - \Omega'^2 L(w) = 0 \quad (2)$$

변수 분리법을 이용하여 반경방향 함수에 관련된 다음의 특성방정식을 얻게된다.

$$s^2 \Phi + \nabla'^4 \Phi - \Omega'^2 L(\Phi) = 0 \quad (3)$$

식 (3)의 해는 다음과 같이 고유함수가 무한개의 Bessel 함수와 modified Bessel 함수로 표현된다.

$$\Phi(r) = \sum_{k=0}^{\infty} q_k u_k(r) \quad (4)$$

여기서, $u_k(r) = c_1 J_n(\mu_k r) + c_2 I_n(\mu_k r)$

$$+ c_3 Y_n(\mu_k r) + c_4 K_n(\mu_k r) \quad (5)$$

각 계수는 경계조건으로부터 구해지고, 고유함수의 직교성질에 의해 i 번째 모드계수에 관한 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$s^2 q_i + \mu_i^4 q_i - \Omega'^2 \sum_{k=0}^{\infty} q_k \int_a^b L(u_k) r u_k dr = 0 \quad (6)$$

이 식을 N 개의 함수만을 이용하여 전개하면 다음과 같은 고유치 문제로 변환된다.

$$A \mathbf{q} = s^2 \mathbf{q} \quad (7)$$

여기에서, $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_N]^T$ 이며

$$[A_{ij}] = -\delta_{ij} \mu_i^4 + \Omega'^2 \int_a^b L(u_i) r u_j dr$$
 이다.

위의 식을 풀이하여 N 개의 고유진동수와 진동 모드를 구할 수 있다. 일반적으로 복잡한 Bessel 함수 대신에 용이성을 위해 반경방향 함수를 경계조건을 만족하는 다항식 형태의 유사함수를 설정한다.

$$\Phi_n(r) = (r-a)^2 (1 + c_1 r + c_2 r^2) \quad (8)$$

식 (8)은 필수경계조건을 만족하며 상수 c_1 과 c_2 는 자연경계조건에서 구할 수 있다. 이러한 유사함수를 이용하여 디스크와 함께 하는 회전 좌

표에서 본 고유진동수를 구해보면 다음과 같다.

$$\omega_n^2 = \omega_{sn}^2 + \Omega^2(a_n + n^2\beta_n) \quad (9)$$

여기서 ω_{sn} 는 디스크가 정지하고 있을 때의 고유진동수이고 a_n 과 β_n 은 회전체에 의한 반경과 원주방향 응력에 생기는 값으로 각각 다음과 같다.

$$\omega_{sn} = [\pi D \int_a^b (\nabla_n^4 \Phi_n) \Phi_n r dr]^{1/2} \quad (10)$$

$$a_n = \pi \rho h \int_a^b Q_r \left(\frac{d\Phi_n}{dr} \right)^2 r dr$$

$$\beta_n = \pi \rho h \int_a^b Q_\theta \frac{\Phi_n^2}{r} dr \quad (11)$$

절대 좌표계에서 본 고유진동수는 디스크의 회전으로 인해 각각 전진파(forward) 및 후진파 고유진동수(backward natural frequency)로 나누어지는데 이는 다음과 같다.

$$\omega_n^f = \sqrt{\omega_{sn}^2 + \Omega^2(a_n + n^2\beta_n) + n\Omega} \quad (12)$$

$$\omega_n^b = \sqrt{\omega_{sn}^2 + \Omega^2(a_n + n^2\beta_n) - n\Omega} \quad (13)$$

디스크의 회전속도가 증가하면서 후진파 고유진동수는 0이 되는데 이때를 임계속도(critical speed)라 한다. 이를 나타내면 다음과 같다 [9].

$$\Omega_n^{cr} = \frac{\omega_{sn}}{\sqrt{n^2(1-\beta_n) - a_n}} \quad (14)$$

2.2 공기유동을 고려할 때

디스크 회전시의 공기유동을 고려할 때 공기유동의 영향을 다음의 운동방정식과 같이 점성감쇠력(viscous damping force)과 원주방향 기울기와 회전 속도에 비례하는 양력(lift force)의 두 가지 분포력으로 모델링할 수 있다 [3, 11].

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_D \frac{\partial w}{\partial t} + \nabla^4 w - \Omega^2 L(w) - C_L \Omega \frac{\partial w}{\partial \theta} = 0 \quad (15)$$

여기에서 C_D 와 C_L 은 점성감쇠와 양력계수이다. 식 (15)를 만족하는 일반해는 다음과 같다.

$$w(r, \theta, t) = (\Phi(r) \cos n\theta + \bar{\Phi}(r) \sin n\theta) e^{st} \quad (16)$$

여기에서 $\bar{\Phi}(r)$ 는 $\Phi(r)$ 의 켈레 복소수이다. 식 (16)을 식 (15)에 대입하여 정리하면,

$$s^2 \Phi + C_D \Phi_s + \nabla^4 \Phi - \Omega^2 L(\Phi) - C_L n \Omega \bar{\Phi} = 0$$

$$s^2 \bar{\Phi} + C_D \bar{\Phi}_s + \nabla^4 \bar{\Phi} - \Omega^2 L(\bar{\Phi}) + C_L n \Omega \Phi = 0 \quad (17)$$

가 된다. 식 (17)에 앞의 공기유동을 고려하지 않을 때와 같은 방법으로 무한개의 Bessel함수를

대입하고 그 식을 고유치 문제로 변환하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$A \mathbf{q} + C_L n \Omega \bar{\mathbf{q}} = (s^2 + C_D s) \mathbf{q}$$

$$A \bar{\mathbf{q}} - C_L n \Omega \mathbf{q} = (s^2 + C_D s) \bar{\mathbf{q}} \quad (18)$$

여기서, $[A_{ij}] = -\delta_{ij} \mu_i^4 + \Omega^2 \int_a^b L(u_i) r u_i dr$

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_2, \dots, q_N]^T$$

$$\bar{\mathbf{q}} = [\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_N]^T$$

공기유동을 고려하지 않을 때의 고유치와 모드벡터를 각각 s_0 와 \mathbf{q}_0 라 하면 식 (7)을 이용해 식 (18)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s^2 + C_D s - s_0^2 = \pm i C_L n \Omega \quad (19)$$

이때의 모드 벡터는 $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0$, $\bar{\mathbf{q}} = \pm i \bar{\mathbf{q}}_0$ 가 된다. 공기의 효과를 고려한 식 (19)의 해를 이용하여서 디스크의 횡방향 진동은 다음과 같이 모드함수의 합으로 표현할 수 있다.

$$w(r, \theta, t) = (\Phi_1 \cos n\theta + \bar{\Phi}_1 \sin n\theta) e^{s_1 t}$$

$$+ (\Phi_3 \cos n\theta + \bar{\Phi}_3 \sin n\theta) e^{s_3 t} \quad (20)$$

디스크 진동의 동적 안정성은 고유치 실수부의 부호에 관련된다. 고유치의 실수부는 다음과 같이 감쇠 및 양력계수로 표현할 수 있다.

$$\lambda_f = -\frac{1}{2} C_L n \frac{\Omega}{\omega} - \frac{1}{2} C_D \quad (21)$$

$$\lambda_b = \frac{1}{2} C_L n \frac{\Omega}{\omega} - \frac{1}{2} C_D \quad (22)$$

식 (19)의 해에서 실수부를 정리하게 되면 전진파와 후진파의 고유진동수에 관한 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\omega_f^2 = \omega_0^2 + \lambda_f^2 + C_D \lambda_f \quad (23)$$

$$\omega_b^2 = \omega_0^2 + \lambda_b^2 + C_D \lambda_b \quad (24)$$

식 (21)에서 알 수 있듯이 λ_f 는 항상 음수이므로 전진파는 시간에 따라 감소함을 알 수 있다. λ_b 는 회전속도가 증가하면서 양수가 될 수 있는데 이때 디스크의 플러터 불안정성이 발생한다. 따라서, λ_b 의 임계값을 얻기 위해 식 (22)에 $\lambda_b = 0$ 일 때의 임계값을 구해보면 다음과 같다.

$$\omega = \frac{C_L}{C_D} n \Omega \quad (25)$$

따라서 후진파의 고유진동수가 식 (25)의 식으로 표현된 임계값보다 작게될 때 바로 플러터가 발생하게 된다. 따라서 식 (25)에 C_D 와 C_L 값이 주어지면 플러터 불안정성이 생기는 진동모드와 속도를 구할 수 있다. 이때의 속도를 플러터 속도(flutter speed)라 한다. 그러나 디스크 회전으로 발생하는 공기유동의 감쇠 및 양력계수를 구하는 것은 디스크 드라이브 구조의 복잡성을 고려할 때 매우 어려운 일이다. 그러나 식 (24)를 이용하면 이러한 계수를 직접 구하지 않고도 플러터 속도를 구할 수 있는 방법을 제시할 수 있다. 공기유동을 고려하지 않았을 때의 고유진동수 ω_0 는 이론적으로 구해진 식 (9)로 부터 구할 수 있기 때문에 실험적으로 구한 고유진동수 ω_b 와 비교하여 플러터 속도를 예측할 수 있다.

식 (24)를 보면 전플러터(pre-flutter) 구간에서는 λ_b 가 음수이므로 고유진동수 ω_b 는 ω_0 보다 항상 작게 된다. 그러나 후플러터(post-flutter) 구간에서는 λ_b 가 양수가 되어 공기유동을 고려할 때의 고유진동수가 공기유동을 고려하지 않을 때의 고유진동수 보다 커지게 된다. 그러므로 플러터 속도는 $\omega_b = \omega_0$ 가 될 때의 회전속도가 된다. 이상에서 제시한 방법을 이용하면 복잡한 공기유동 효과를 직접 계산하지 않고도 현재의 디스크의 고유진동수를 측정함으로써 플러터 속도를 쉽게 예측할 수 있다.

3. 실험 및 분석

3.1 실험장치

이론적으로 해석한 디스크의 임계속도와 플러터 속도를 실험적으로 검증하기 위해서 Fig. 2와 같은 실험장치를 구성하였다. 스피커를 함수 발생기와 연결하여 임의의 신호를 부여함으로써 다양한 대역폭의 디스크 모드가 가진 되도록 하였다. 변위 센서는 ADE사의 MicroSense 3401 비접촉 변위 센서를 사용하였다. 센서에서 나오는 신호는 신호분석기인 Siglab에 전달되어서 주파수 분석을 하였다.

좀더 낮은 회전속도에서 플러터 현상을 관측

하기 위해서 두께가 CD/DVD의 반인 0.6mm인 ASMO 디스크를 이용하여 실험을 수행하였다.

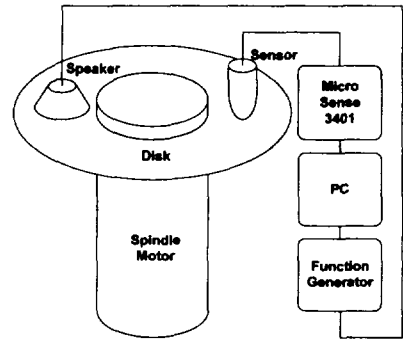


Fig. 2. Schematic of experimental setup

3.2 실험 결과

Fig. 3과 4는 ASMO 디스크의 회전 속도를 500 rpm 단위로 변화시켜가면서 이론적으로 해석된 고유진동수와 실험을 통해서 구한 고유진동수를 나타낸다. 이론식은 앞에서 구한 식 (12)와 (13)을 이용하여 전진파 및 후진파 모드의 고유진동수를 나타내었다. 이론적인 결과를 나타내는 Fig. 3과 실험 결과인 Fig. 4의 결과가 대체적으로 일치하나 그 중에서 (0,1) 모드에서 차이가 있음을 알 수 있는데 이는 디스크 안쪽 경계 조건의 차이와 스피들 베어링과의 연성에 의해서 발생한다.

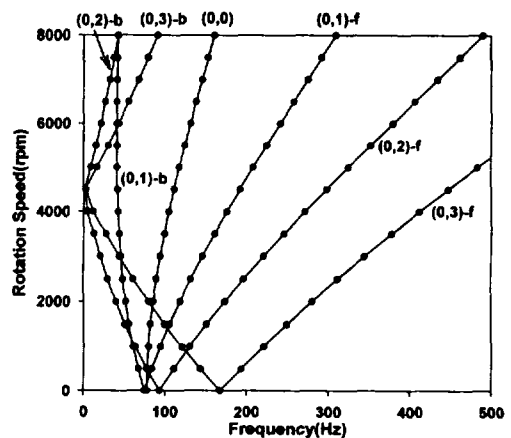


Fig. 3. Natural frequency of a ASMO disk : Analytical results

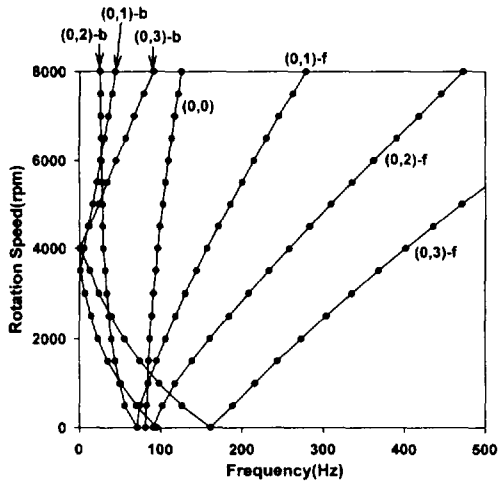


Fig. 4. Natural frequency of a ASMO disk :
Experimental result

Fig. 4의 실험 결과를 살펴보면 3000rpm에서 4500rpm사이에서 (0,2)모드와 (0,3)모드의 후진파 고유진동수 성분이 영이 되는 임계속도를 볼 수 있다. 임계속도 부근에서 고유진동수 변화를 자세하게 살펴보기 위해 실험한 결과의 waterfall 그림을 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5에서 ASMO 디스크의 경우 각각 3700rpm과 3900rpm에서 (0,2)모드와 (0,3)모드의 임계속도가 나타남을 알 수 있다.

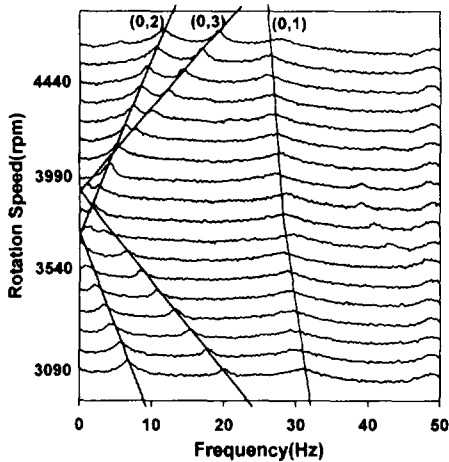


Fig. 5. Experimental natural frequency
(regions of 3000-4500rpm)

임계속도 이상으로 디스크가 회전하게 되면서 플러터가 일어나는 현상을 관찰하기 위해서 10,000rpm까지 150rpm단위로 회전 속도를 올려 가면서 실험한 디스크 진동의 주파수 성분을 Fig. 6에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 8750rpm부근부터 (0,3)모드의 후진파 모드의 진폭이 갑자기 증가함을 볼 수 있으며 후진파 고유진동수가 임계속도 이후로 회전속도에 따라 증가하다가 플러터 속도 이후에는 증가되지 않음을 볼 수 있다. 이는 기존 연구에서 관찰된 결과[2]와 일치함을 알 수 있으며 이러한 현상을 일반적으로 frequency lock-on현상이라 한다. 따라서 8750rpm을 ASMO 디스크의 플러터 속도가 되며 플러터가 발생하는 진동 모드인 (0,3) 모드를 플러터 모드라 정의한다.

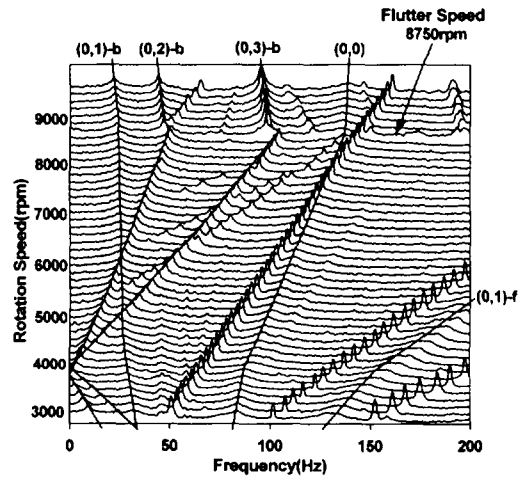


Fig. 6. Waterfall plot of ASMO disk
- Log scale

플러터가 발생할 때 플러터 모드의 진폭이 크게 증가하게 됨을 확실하게 나타내기 위해 y축을 log 단위가 아닌 선형으로 표시하여 Fig. 7에 나타내었다. 역시 8750rpm이후의 (0,3)모드 성분이 다른 주파수의 성분보다 훨씬 크게 증가함을 보여준다.

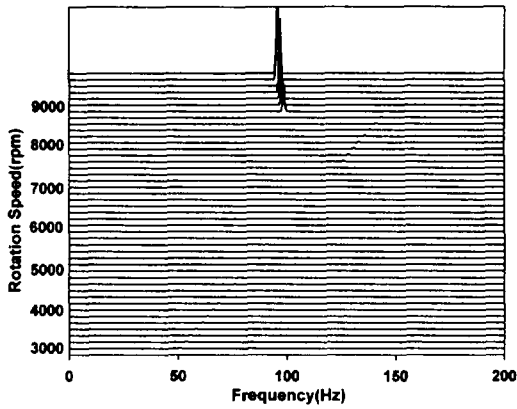


Fig. 7. Waterfall plot of ASMO disk
- Linear scale

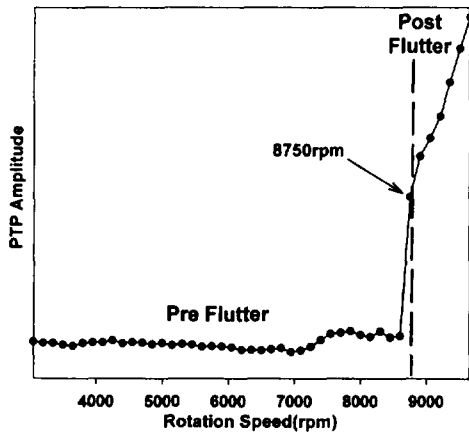


Fig. 8. Pick-to-pick data of ASMO disk

Fig. 8은 같은 실험에서 변위 진폭의 최소값과 최대값의 차이를 표시한 것이다. 8750rpm 이후에서는 그 이전보다 훨씬 큰 진폭을 갖게 됨을 알 수 있는데, 이러한 결과들을 종합해서 볼 때 8750 rpm 이후에서는 디스크에 플러터 불안정성이 발생함을 알 수 있다.

3.3 이론 및 실험 결과 비교

위의 실험에서 관찰된 플러터 현상을 2.2절에서 이론적인 예측 값과 비교하기로 하자. 이론적인 예측에서는 전플러터 속도 구간에서는 공기유동을 고려하였을 때의 고유진동수가 공기유동을 고려하지 않았을 때의 고유진동수 보다 작다가

플러터가 발생하면서 공기유동을 고려하였을 때의 고유진동수가 더 커지게 된다. 공기유동의 효과를 고려하지 않을 때의 고유진동수 값은 실제 진공상태에서 실험한 결과를 사용하여야 하는데 여기에서는 대신 2.1절의 식 (9)의 이론적인 결과를 사용한다. (0,2)와 (0,3)모드에 대해서 회전좌표계로 나타낸 공기유동이 없을 때의 고유진동수 값과 앞에서 실험으로 구한 공기유동을 고려한 후진과 고유진동수 값을 비교하여 Fig. 9에 나타내었다.

그림에서 보는 바와 같이 실제 실험에서 플러터가 일어나는 8750 rpm 부근에서 ASMO 디스크 공기유동을 고려할 때의 고유진동수 실험값과 공기유동을 고려하지 않을 때의 고유진동수와 같게 됨을 알 수 있다 ($\omega_b = \omega_0$). 따라서 플러터 속도에 관련된 이론적 예측과 실제 플러터가 일어나는 속도가 상당히 일치함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 실험적으로 증명된 플러터 속도에 관한 이론적인 예측은 향후 다양한 정보저장기의 플러터 속도를 예측하는데 이용될 수 있을 것이다.

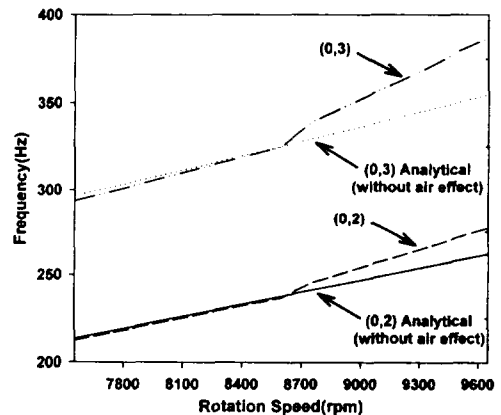


Fig. 9. Analytical and experimental natural frequency (region of 7550-9650rpm)

4. 결론

본 논문에서는 고속회전시 발생하는 광디스크의 플러터 불안정성 현상에 대해서 ASMO 디스크를 이용하여 연구하였다. 이번 연구에서 공기유동의 영향을 고려치 않은 이론적인 방법으로

연은 결과와 공기유동의 영향이 있는 실험의 결과를 비교함으로써 디스크의 고유진동수를 측정하여 플러터 속도를 예측하는 기존의 방법을 증명하였다.

따라서 본 논문에서 증명한 예측방법을 이용하면 다양한 정보저장기기의 플러터 불안정성을 쉽게 예측할 수 있고 시스템의 동적 안정성을 높이는 데 기여할 것이다.

후기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 981-1002-013-2)의 지원으로 수행되었으며 실험에 도움을 주신 LG전자 김수경 박사님께 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Lee. S.-Y., and Kim. S. K., "Mechanical Issues in Optical Disk Drives," *9th Symposium on Information Storage and Processing Systems, IMECE, ISPS-Vol. 4*, pp. 81-90, 1998
- [2] D'Angelo, C. and C. D. Mote, Jr, "Aero dynamically excited vibration and flutter of a thin disk rotating at supercritical speed," *Journal of Sound and Vibration*, pp. 15-30, 1993
- [3] Yasuda, K., Torii, T. and Shimizu, T., "Self-excited oscillations of a circular disk rotating in air," *JSME International Journal*, Vol. 35, pp. 347-352, 1992
- [4] 박관우, 이승엽, "CD-ROM 드라이브의 회전 임계속도 및 공기유동에 의한 불안정성 연구" 한국소음진동공학회 2000년 춘계학술대회 논문집, pp. 492-498, 2000
- [5] Hosaka, H. and Crandall, S. H., "Self excited vibrations of a flexible disk rotating on an air film above a flat surface," *Acta Mechanica* 3, pp.115-127, 1992
- [6] Huang, F. Y. and C. D. Mote, Jr, "On the instability mechanisms of a disk rotating close to a rigid surface," *Journal of Applied Mechanics* 62, pp. 764-771, 1995
- [7] Lamb, H. and Southwell, R. V., "The Vibration of a Spinning Disk," *Proceeding of the Royal Society*, Vol. 99, pp. 272-280, 1921
- [8] Eversman, W. and Dodson, R. O., "Free vibration of a centrally clamped spinning circular disk," *AIAA Vol. 7, No. 10*, p. 2010, 1969
- [9] 김재관, 이승엽, "초기응력을 갖는 차세대 광디스크의 진동특성," *대한기계학회 논문집 A권 제 24권 제 10호*, 2000
- [10] Gunsoon Park, Insang Song, Sookyung Kim, Waeyeul Kim and Seung-Yop Lee, "Airflow and sound induced by disk rotation in DVD drives. Part I: Effect of design parameters," *Journal of Information Storage and Processing System, Vol. 2*, pp. 3-11, 2000
- [11] Hansen, M. H, Raman, A. and C. D. Mote, Jr, "Estimation of non-conservative aerodynamic pressure leading to flutter of spinning disks," *the CML technical report. U. C. Berkeley*