

스플라인-축 연결을 갖는 보조동력장치 가스터빈의 로터다이나믹 설계민감도 해석

Rotordynamics Design Sensitivity Analysis of an APU Gas Turbine having a Spline Shaft Connection

이안성* · 하진웅**

An Sung Lee and Jin Woong Ha

ABSTRACT

In this paper the critical speed analysis and design sensitivity investigation are carried out with an APU(auxiliary power unit) gas turbine having a spline shaft connection. The DDM(direct differential method) is directly applied to formulate the critical speed design sensitivity problem of a general nonsymmetric-matrix rotor-bearing system. The design sensitivity analysis have shown that the critical speed change rate to the support modeling of the spline shaft connection point is extremely negligible, and thereby its design uncertainty is lifted. It has also been confirmed that the critical speeds up to the 4th are not sensitive to the design stiffness coefficients of 4-main bearings or supports, including two air foil bearings. Further, the critical speed change rate to the shaft-element length have shown quantitatively that the spline shaft has some limited influence on the 4th critical speed.

1. 서론

경량 고속 고출력의 설계개념을 갖는 중소형 가스터빈 시스템에서 두 회전 시스템 사이의 동력전달 메카니즘으로 스플라인-축 연결이 사용될 수 있다. 이상적으로 설계된 스플라인-축은 전 운전속도 범위에 걸쳐 연결된 각 시스템의 횡방향 동역학(lateral dynamics)에 별다른 영향을 줌이 없이 순수하게 동력전달 만의 기능을 수행하게 된다. 따라서, 두 회전 시스템을 스플라인-축으로

연결하기에 앞서, 연결 전·후 관련 해당 로터-베어링 시스템들의 동특성을 정확히 예측 검토하는 한편, 스플라인-축의 영향을 최소화 또는 허용범위 내로 하는 설계가 요구된다.

기계 시스템의 보다 정밀한 동특성 설계를 위해, 최근 설계민감도 해석 및 최적 설계에 관한 관심이 높아지고 있다. 동특성 설계민감도 해석은 고유치 문제에서 설계변수에 대해 미분을 취하여 얻은 동적 응답변수의 변화율을 관찰하는 것으로, 시스템의 설계변화에 따른 동특성의 변화 정보를 체계적으로 제공한다. 이로써, 중요 설계변수에 대한

* 한국기계연구원 회전체 연구그룹

** 한양대학교 대학원

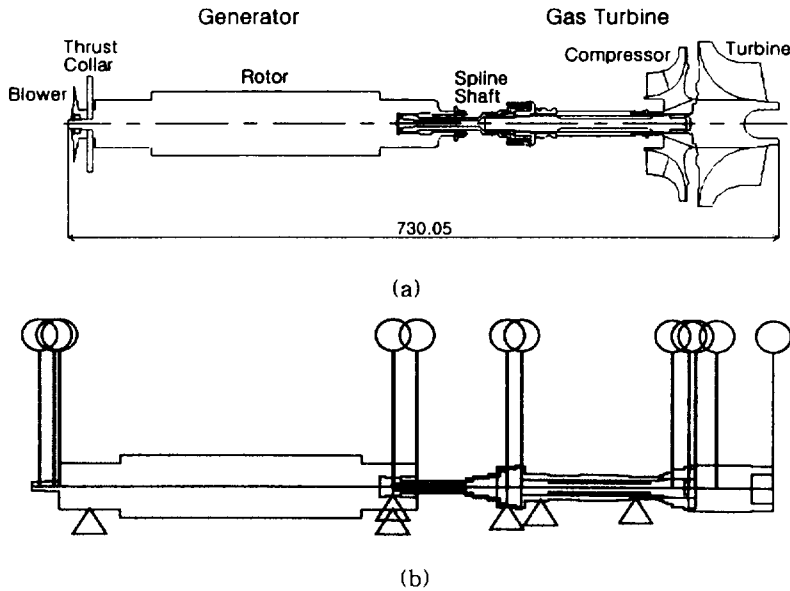


Fig. 1 (a) Layout of the APU rotor system
(b) FE model of the APU rotor system

시스템의 동특성 경향을 판단하거나, 시스템에 나타날 수 있는 특이한 동특성 현상을 효과적으로 고찰할 수 있다.

대칭 시스템 행렬에 대한 고유치 민감도 해석은 Wittrick⁽¹⁾, 그리고 Fox와 Kapoor⁽²⁾에 의해 제시되었으며, Plaut와 Huseyin⁽³⁾은 비대칭 시스템 행렬에 대한 고유치 민감도 해석을 연구하였다. Murthy와 Haftka⁽⁴⁾는 직접미분법(DDM, direct differential method)을 이용하여 일반 복소수 행렬(general complex matrix)의 고유치 민감도 해석을 수행하였다. 이와 같은 동특성 설계민감도 해석을 로터-베어링 시스템에 적용한 연구는 전달행렬법에 기초하여 Lund⁽⁵⁾에 의해 시도되었으며, Rajan 외⁽⁶⁾는 유한요소법에 기초하여 보조변수법(AVM, adjoint variable method)을 이용하여 여러 설계변수에 대한 위험속도의 민감도 해석을 수행하였다.

본 논문에서는 스플라인-축 연결을 갖는 보조동력장치(APU, auxiliary power unit) 가스터빈 로터-베어링 시스템의 위험속도

해석을 수행하고자 한다. 그리고 스플라인-축 연결이 전체 APU 로터-베어링 시스템의 동특성에 미치는 영향을 보다 체계적으로 정밀 설계평가하기 위해, 상태 공간상에서 직접미분법을 적용한 비대칭 행렬 로터-베어링 시스템의 고유치 민감도 해석기법을 개발하고, 스플라인 연결점을 포함한 베어링 강성계수와 축-요소 길이에 대한 각 차수별 위험속도 설계민감도 해석을 수행하고자 한다.

2. 가스터빈 및 FE 모델링

Fig. 1(a)에는 정격 60,000 rpm 출력 100 KW APU 가스터빈 로터가 보여지고 있다. APU는 크게 왼쪽의 발전기와 오른쪽의 가스터빈으로 구성되어 있으며, 가스터빈의 동력이 스플라인-축을 통해 발전기로 전달된다. 발전기 로터는 두 개의 air foil 베어링에 의해 지지되며, 블로워가 발전기에 냉각공기를 공급하고 쓰러스트 칼라가 축방향 하중을 쓰러스트 베어링에 전달한다. 가스터빈 로터

는 크게 축과 레이디얼 터빈, 압축기로 구성되며, 축은 볼 베어링(좌축)과 로울러 베어링(우축)에 의해 지지된다. 여기서, 두 구름 베어링의 강성과 댐핑은 이들 베어링을 지지하고 있는 유연지지(flexible supports, squirrel cage : ball bearing, allison ring : roller bearing)에 의해 설계 조정된다. Fig. 1(b)는 APU 가스터빈의 FE 모델로 디스크/휠과 부가질량 등은 집중 질량과 관성으로 처리 표시되어 있으며, 각 지지 베어링과 함께 스플라인-축과 각 로터 축의 연결점은 삼각형으로 표시되어 있다. 그리고 발전기-축, 스플라인-축, 가스터빈-축은 각각 16, 9, 23개의 축-요소로 FE 모델링되었다.

3. 직접미분법 고유치 설계민감도 정식화

로터-베어링 시스템의 일반화된 유한요소 자유진동 운동방정식은 상태공간 형태로 수식(1)과 같이 표현된다⁽⁷⁾.

$$[A]\{\dot{X}\} + [B]\{X\} = \{0\} \quad (1)$$

$$\text{where, } [A] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \\ [B] = \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \\ \{X\} = \begin{Bmatrix} \{q_2\} \\ \{q_1\} \end{Bmatrix} \text{ with } \begin{cases} \{q_1\} = \{q\} \\ \{q_2\} = \{\dot{q}\} \end{cases}$$

수식(1)의 i 번째 고유치와 고유벡터에 대한 고유치 문제(eigenvalue problem)와 직교(orthogonality) 관계식은 다음으로 표현될 수 있다.

$$(\lambda_i[A] + [B])\{y\}_i = \{0\}, \quad (2)$$

$$\{\bar{y}\}_i^T [A] \{y\}_i = R_i \quad (3)$$

여기서, R_i 는 시스템의 모달-놈(modal norm)이며, 고유벡터 $\{y\}_i$ 와 $\{\bar{y}\}_i$ 는 공액

관계에 있다. 고유치 민감도 해석을 위해 고유치, 고유벡터, 그리고 설계변수로 구성된 일반 응답 함수는 수식(4)로 표현될 수 있다.

$$\phi = \psi(\lambda_i, \{y\}_i, b) \quad (4)$$

여기서, b 는 설계변수이고, λ_i 와 $\{y\}_i$ 는 설계변수 b 에 대해 implicit하다. 수식(4)로부터 응답함수에 대한 전체 설계미분은 변분원리에 따라 다음으로 구하여진다⁽⁸⁾.

$$\frac{d\psi}{db} = \frac{\partial\psi}{\partial b} + \left(\frac{\partial\psi}{\partial\lambda_i} \right) \frac{d\lambda_i}{db} + \left(\frac{\partial\psi}{\partial\{y\}_i} \right)^T \frac{d\{y\}_i}{db} \quad (5)$$

수식(5)에서 $d\lambda_i/db$ 와 $d\{y\}_i/db$ 는 고유치와 고유벡터의 설계미분이다. 수식(2)와 (3)의 설계변수에 대한 직접 미분으로 다음의 식들이 얻어진다.

$$(\lambda_i[A] + [B]) \frac{d\{y\}_i}{db} + [A]\{y\}_i \frac{d\lambda_i}{db} = - \left(\lambda_i \frac{\partial[A]}{\partial b} + \frac{\partial[B]}{\partial b} \right) \{y\}_i \quad (6)$$

$$\{\bar{y}\}_i^T [A] \frac{d\{y\}_i}{db} = - \frac{1}{2} \{\bar{y}\}_i^T \frac{\partial[A]}{\partial b} \{y\}_i \quad (7)$$

수식(6)과 (7)을 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (\lambda_i[A] + [B]) [A]\{y\}_i \\ \{\bar{y}\}_i^T [A] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\{y\}_i}{db} \\ \frac{d\lambda_i}{db} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \left(\lambda_i \frac{\partial[A]}{\partial b} + \frac{\partial[B]}{\partial b} \right) \{y\}_i \\ - \frac{1}{2} \{\bar{y}\}_i^T \frac{\partial[A]}{\partial b} \{y\}_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{where, } \frac{\partial[A]}{\partial b} = \begin{bmatrix} [0] & \frac{\partial[M]}{\partial b} \\ \frac{\partial[M]}{\partial b} & \frac{\partial[C]}{\partial b} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial[B]}{\partial b} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial[M]}{\partial b} & [0] \\ [0] & \frac{\partial[K]}{\partial b} \end{bmatrix}$$

수식(8)의 행렬 방정식으로부터 시스템 고유벡터와 고유치의 설계미분이 얻어지며, 고유치의 설계미분 값으로부터 선회고유진동수의 설계변수에 대한 설계민감도가 예측된다. 한편, 일반적으로 크기(magnitude)와 차원(dimension)이 다른 설계변수들의 절대 기여도 비교를 위해 설계변수의 변화에 대한 응답함수의 변화율이 도입된다.

$$\text{Change rate} = \frac{\frac{d\psi}{db} \times \Delta b}{\psi} \times 100 (\%) \quad (9)$$

3. 해석결과 및 고찰

3.1 위험속도 해석

스플라인-축의 각 로터 연결점을 피봇으로 모델링하여, 전체 APU 로터-베어링 시스템의 위험속도 해석 결과가 Fig. 2의 모드형상으로 나타나 있다. 1, 2, 3, 4차 위험속도는 7,572, 8,065, 11,516 그리고 33,989 rpm으로 나타났으며, 1차와 3차는 발전기의 강제모드, 2차는 가스터빈의 강제모드, 4차는 가스터빈의 유연모드임을 알 수 있다. 그리고, 스플라인-축은 1, 2, 3차 모드에서는 거의 직선으로 위험속도에 거의 영향을 주지 않으며, 4차 모드에서는 약간 굽어 결과적으로 가스터빈을 구속하게 되어 위험속도에 어느 정도 영향을 주고 있음이 확인된다.

3.2 설계민감도 해석

스플라인-축이 전체 연결 APU 시스템의 위험속도에 미치는 영향을 체계적 정량 분석하기 위해, 스플라인 연결점의 베어링 모델

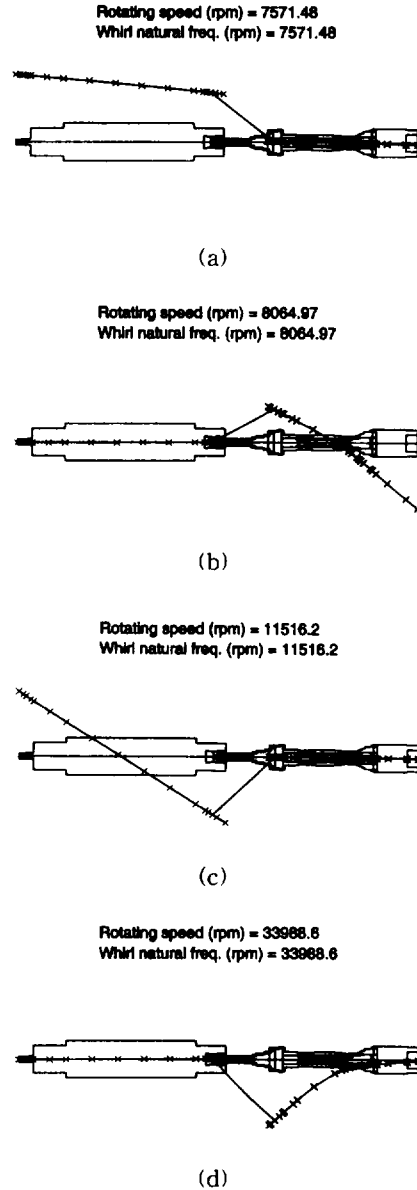


Fig. 2 Critical mode shapes of the entire APU rotor-bearing system with the pivot spline connection model.

- (a) 1st critical mode.
- (b) 2nd critical mode.
- (c) 3rd critical mode.
- (d) 4th critical mode.

링을 포함한 전체 각 베어링 강성과 축요소 길이를 설계변수로 하여 위험속도 설계민감도 해석을 수행하였다. 각 설계변수의 절대 기여도 비교평가를 위해, 수식(9)에서 정의된 응답함수 변화율에서 각 설계변수의 10% 증가에 대한 응답함수 변화율로 결과를 나타내었다.

Fig. 3에는 각 베어링 강성에 대한 위험속도 변화율이 보여지고 있으며, 여기서 GE : generator, SP : spline, GT : gas turbine, LB : LHS bearing, 그리고 RB : RHS bearing이다. 발전기와 가스터빈 베어링들에 대한 위험속도 변화율이 모두 4% 미만으로 이들 지지 베어링에 대한 시스템의 위험속도 안정도가 확보되며, 1차와 3차 위험속도는 발전기 그리고 2차와 4차 위험속도는 가스터빈에 기인함이 확인된다. 특히, 스플라인-축

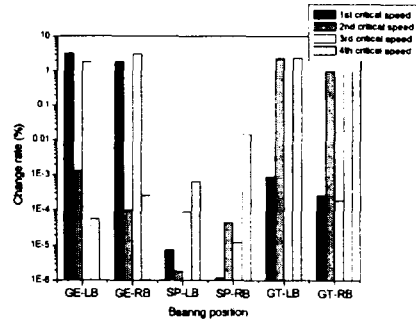


Fig. 3 Critical speed change rates for 10% bearing stiffness increases.

연결점의 강성에 의한 위험속도 변화율은 거의 없는 것으로 확인되어, 연결점 모델링에 대한 신뢰성이 확보된다.

Fig. 4에는 각 축요소 길이에 대한 위험속

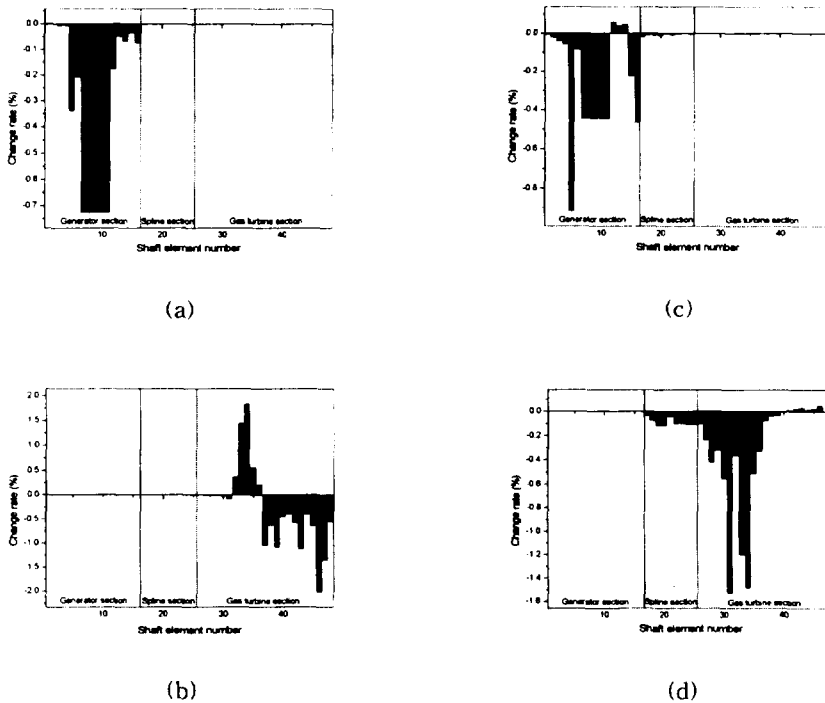


Fig. 4 Critical speed change rates for 10% shaft element length increases.
 (a) 1st critical speed change rate, (b) 2nd critical speed change rate
 (c) 3rd critical speed change rate, (d) 4th critical speed change rate

도 변화율이 보여지고 있으며, 1차와 3차 위험속도는 발전기 그리고 2차와 4차 위험속도는 가스터빈에 기인함이 다시 한번 확인된다. 특히, Fig. 4(d)로부터 스플라인-축이 4차 위험속도에 영향을 주고 있음이 확인되 나타내며, 필요한 경우 스플라인-축의 길이를 증가시킴으로써 4차 위험속도를 더 낮출 수 있을 것이다.

4. 결론

본 연구에서는 스플라인-축 연결을 갖는 보조동력장치(APU) 가스터빈 로터-베어링 시스템의 위험속도 해석과 이에 대한 설계민감도 해석을 수행하였다. 여기서, 설계민감도 정식화에는 직접미분법(DDM)이 적용되었다. 위험속도 해석 결과, 스플라인-축이 연결된 전체 APU 시스템에 별다른 악영향 없이 단순한 동력전달만의 본 기능을 충실히 수행할 수 있는 것으로 평가된다. 그리고, 위험속도 설계민감도 해석으로부터, 발전기와 가스터빈의 베어링 또는 지지 시스템이 안정된 위험속도 특성을 줄 수 있음이 확인되었으며, 특히 스플라인-축 연결점의 베어링 모델링에 따른 위험속도 변화율이 극히 미미한 것으로 나타나 스플라인 연결점에 대한 설계 불확실성은 없는 것으로 확인되었다. 아울러, 축요소 길이에 대한 위험속도 변화율로부터 스플라인-축이 4차 위험속도에 제한적 범위에서 영향으로 주고 있음이 정량적으로 확인되었다.

참고문헌

(1) Wittrick, W. H., 1962, "Rates of Change of Eigenvalues, With Reference to Buckling and Vibration Problems," *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol. 66, No. 621, pp. 590-591.
 (2) Fox, R. L., and Kapoor, M. P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors," *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 12, pp. 2426-2429.

(3) Plaut, R. H., and Huseyin, K., 1973, "Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors in Non-Self-Adjoint Systems," *AIAA Journal*, Vol. 11, No. 2, pp. 250-251.
 (4) Murthy, D. V., and Haftka, R. T., 1988, "Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors of A General Complex Matrix," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 26, pp. 293-311.
 (5) Lund, J. W., 1980, "Sensitivity of the Critical Speeds of a Rotor to Change in the Design," *ASME Trans. Journal of Mechanical Design*, Vol. 102, pp. 115-121.
 (6) Rajan, M., Nelson, H. D., and Chen, W. J., 1986, "Parameter Sensitivity in the Dynamics of Rotor-Bearing Systems," *ASME Trans. Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 108, pp. 197-206.
 (7) 이안성 외, 1996, "제 6 장 로터-베어링 시스템 설계," 터보기계 설계기술 개발에 관한 연구, 한국기계연구원, 과학기술처 연구보고서 UCN 031-380.M.
 (8) Arora, J. S. and Cardoso, J. B., 1992, "Variational Principle for Shape Design Sensitivity Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 2, pp. 538-547.