

덕트 내 음원 특성 측정을 위한 다중부하법의 부하 선택에 관한 연구

°장 승 호*, 이 정 권*

On the selection of loads in the multi-load method for measuring in-duct source characteristics

Seung-Ho Jang, Jeong-Guon Ih

ABSTRACT

One-port acoustic characteristics of an in-duct source can be measured by the multi-load method using an overdetermined set of open pipes with different lengths as applied loads. The input data, viz. load pressure and load impedance, are usually contaminated by measurement error in the actual measurements, which result in errors in the calculated source parameters. In this paper, the effects of the errors in the input data on the results have been studied numerically, varying the number of loads and their impedances in order to determine what combination of the loads will yield the best result. An error analysis is applied to each case of possible loads, which consist of open pipes. It is noted that, frequently, only a set of open pipes is used when applying the multi-load method to the intake or exhaust sides of internal combustion engines. A set of pipe lengths which cause the calculated results to be least sensitive to the input data error can be found when using open pipe loads. The present work is intended to produce guidelines for preparing an appropriate load set in order to obtain accurate source properties of fluid machines.

1. 서론

덕트 내 한편에 음원이 있는 경우, 평면파 전파(plane wave propagation) 가정과 선형 시불변(linear time-invariant) 시스템 가정을 이용하면 음향 단일 연결구 음원 모델(acoustic one-port source model)을 이용할 수 있다. 이때 음원은 음원 강도(source strength)와 음원 임피던스(source impedance)로 특성화되어 진다. 이러한 음원 특성은 직접측정법과 간접측정법을 이용하여 구할 수 있다. 그러나 내연기관 배기계의 음원 특성 측정에서는 고온, 부식성의 가스와 난류 유동 때문에 간접측정법만이 주로 적용되고 있다. 간접측정법에서는 흔히 서로 다른 길이의 열린 파이프로 구성된 부하들을 이용하여 음원 특성을 구한다.⁽¹⁾ 최근에는 간접측정법의 하나로서 개선된 다중부하법⁽¹⁾(refined multiload method)이 기존의 4부하법⁽²⁾이 가지는 불안정성 문제를 개선하고자 제안되었다. 부하법에서 입력값은 각 부하에 대한 음향 임피던스와 방사 음압이며, 실제 측정에서는 항상 오차를 포함하게 된다.

본 논문에서는 음원 특성의 입력오차에 대한 민감성을 수치적으로 연구하였고, 이로부터 유체 기계 음원 특성의 정확한 측정을 위한 부하군을 선택하는 법에 대하여 논하였다.

2. 이론

2.1. 다중부하법

음원 임피던스가 Z_s 이고 음원 강도가 P_s 인 음원에 음향 임피던스 Z_n 인 부하가 적용되어 지면, 음원과 부하의 접점에서의 음압 P_n 은 다음의 관계를 만족한다.

$$|P_s|^2 = |P_n|^2 \frac{|Z_n + Z_s|^2}{|Z_n|^2}, \quad (n=1,2,3,\dots,N). \quad (1)$$

여기서, N 은 적용된 부하의 수를 나타낸다. 식 (1)의 좌변이 부하에 상관없이 일정한 값을 이용하여 함수 $F(Z)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

*한국과학기술원 기계공학과 소음진동제어연구센터

$$F(Z) = \sum_{m < n} \left\{ \frac{|P_m|^2}{|Z_m|^2} |Z_m + Z|^2 - \frac{|P_n|^2}{|Z_n|^2} |Z_n + Z|^2 \right\}^2 \quad (2)$$

즉, F 는 측정치로부터 얻을 수 있는 정보를 최대화하기 위해서 가능한 모든 쌍의 부하조합을 이룬 후, 그러한 각 쌍의 음원 강도에 대한 차의 제곱이 더해져서 만들어진 오차 함수 (error function)이다. 그러한 F 는 항상 0 또는 양의 값을 가지며, 오직 $Z=Z_i$ 일 경우에만 0이 됨을 알 수 있다. 그러나 P_n 과 Z_n 은 측정되어지는 값으로 유한한 정밀도를 갖기 때문에 F 의 최소값은 0이 되지 않을 수도 있어서, F 가 최소값이 되는 때의 Z 를 구하고자 하는 Z_i 로 함이 적절하다. F 를 Z 에 대해서 미분하면

$$dF = \sum_{m < n} 2 \left\{ \frac{|P_m|^2}{|Z_m|^2} |Z_m + Z|^2 - \frac{|P_n|^2}{|Z_n|^2} |Z_n + Z|^2 \right\} \times \text{Re} \left[\left(\frac{|P_m|^2}{|Z_m|^2} (Z_m^* + Z^*) - \frac{|P_n|^2}{|Z_n|^2} (Z_n^* + Z^*) \right) dZ \right] \quad (3)$$

를 얻을 수 있고, dZ 는 임의의 수이므로 F 가 최소가 되는 필요 조건은 $dF=0$ 이다. 이것은

$$G(Z) \equiv \sum_{m < n} \left\{ \frac{|P_m|^4}{|Z_m|^4} |Z_m + Z|^2 (Z_m + Z) - \frac{|P_m|^2 |P_n|^2}{|Z_m|^2 |Z_n|^2} |Z_n + Z|^2 (Z_m + Z) + \frac{|P_n|^4}{|Z_n|^4} |Z_n + Z|^2 (Z_n + Z) - \frac{|P_m|^2 |P_n|^2}{|Z_m|^2 |Z_n|^2} |Z_m + Z|^2 (Z_n + Z) \right\} = 0 \quad (4)$$

과 동일하고 식(4)는 실수부와 허수부로 나누어 정리하여 2개의 이원 삼차 방정식을 얻을 수 있다. 이후 Z 에 $re^{i\theta}$ 를 대입한 후 그 방정식을 만족하는 위상 θ 와 그에 해당하는 크기 r 을 반복적 방법으로 찾을 수 있다. 식 (4)는 F 가 최소가 되는 필요 조건이므로 찾아지는 몇 개의 해 중에서 F 를 최소로 하는 값을 음원 임피던스로 한다. 음원 임피던스가 얻어지면 음원 강도는 식 (1)을 이용하여 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$|P_i| = \frac{\sum_m |P_m| \left| \frac{Z_m}{Z_m + Z_i} \right|}{\sum_m \left| \frac{Z_m}{Z_m + Z_i} \right|^2} \quad (5)$$

2.2. 음향 부하

다중부하법을 적용할 때, 특히 내연 기관 흡배기계 음원에는 열린 파이프를 음향 부하로 흔히 이용한다. 이는 직관의 음향 임피던스를 정확하게 얻을 수 있는 데에서 기인한다. 부하군이 열린 파이프로 이루어졌을 경우 부하 임피던스 Z_i 은 다음과 같이 주어진다.

$$Z_i = \frac{Z_r + iZ_0 \tan Kl}{1 + i \left(\frac{Z_r}{Z_0} \right) \tan Kl} \quad (6)$$

여기서 $K=(k-i\alpha)/(1-M^2)$ 이고 k 는 파수 (wave number), α 는 감쇠 상수 (attenuation constant), M 은 Mach 수이다. 또한 l 은 파이프의 길이, Z_r, Z_0 는 각각 방사 임피던스 (radiation impedance)와 특성 임피던스 (characteristic impedance)이다.^(3,5) 저주파수 대역에서는 감쇠가 무시할 만하며 배플없이 열린 (unflanged open) 파이프의 방사 임피던스는 $i0.6krZ_0$ 로 근사할 수 있다. 여기서 r 은 파이프의 반지름이다. 또한 비교적 작은 유속에서 식 (6)은

$$Z_i = iZ_0 \tan(kL_{eff}) \quad (7)$$

이 된다. 여기서 $L_{eff} = l + 0.6r$ 이고 $0.6r$ 은 end correction이다. 식 (7)은 주기적이므로 다음과 같이 할 수 있다.

$$kL_{eff} = m\pi + \theta. \quad (8)$$

여기서 m 은 0 또는 양의 정수이며, $0 \leq \theta < \pi$ 이다. 즉, 길이가 다르지만 θ 값이 같은 파이프들은 유사한 부하 임피던스값을 가진다. 또한 서로 다른 부하에서 부하 임피던스의 실수부의 차이가 매우 작음을 알 수 있다. 이는 시스템이 특이성을 띠도록 하며 (ill-conditioned) 계산되는 음원 인자들에 큰 오차를 유발할 수 있음을 의미한다.⁽⁶⁾ 따라서 입력 오차에 대한 민감성이 작은 부하군의 선택은 정확한 결과를 내는데 필요하다.

3. 오차 해석

정확한 음원 인자들을 내는 부하군을 찾기 위해 계산 결과에 대한 입력 오차의 영향을 수치적으로 살펴보았다. 음원 특성이 주어진다면 다른 부하를 적용하였을 때 음원-부하 경계에서의 음압을 계산할

수 있고, 이것은 다시 이후의 모사에서 입력값으로 이용되어진다.

실제 유체 기계들에서 정규화된 (normalized) 음원 리시스턴스 값은 대략 0~2 정도이며, 정규화된 음원 리액턴스 값은 약 -2~2 범위의 값으로 보고되고 있다.^(1-3,6) 이러한 임피던스 범위에서 10개의 균일하게 분포된 값을 선택한 후 리시스턴스와 리액턴스의 가능한 모든 조합을 오차 해석에 이용하였다. 음원 강도의 경우 동일한 크기를 이용하였다.

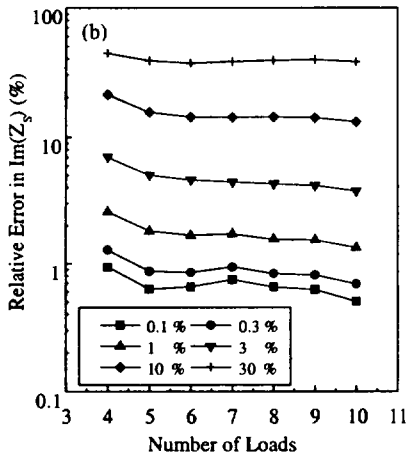
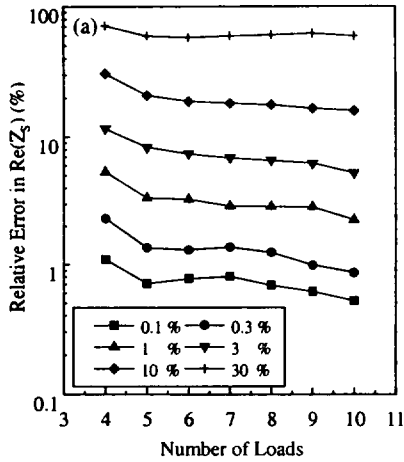


Fig. 1. Effect of the number of loads on the error sensitivity of the resultant source impedance to the relative input error. Each symbol represents a magnitude of input error percentage. (a) Resistance, (b) reactance.

수치적 오차 해석은 다음과 같은 절차로 수행하였다. 먼저 주어진 음원 임피던스, 음원 강도, 부하 임피던스에 대하여 방사되는 음압 스펙트럼을

계산한다. 입력 오차를 모사하기 위하여 방사 음압 스펙트럼과 부하 임피던스에 균일 분포 (uniform distribution)을 가지는 랜덤 noise를 더한다. 그러한 오차를 포함하는 입력값을 이용하여 다중부하법을 수행한 후 앞에서 이미 알고있는 음원 임피던스 값과 계산치를 비교하여 상대 오차를 계산한다.

Fig. 1은 입력 오차에 대한 음원 임피던스의 오차 민감성과 부하의 수와의 관계를 보기 위하여 모사한 결과를 보이고 있다. 파이프의 부하 임피던스 값의 일반적인 범위에서 임의로 선택한 4개의 부하에서 시작하여 개수를 하나씩 추가하였다. 정규화된 부하 리시스턴스는 0.1~0.2의 범위에서 선택하였다. 이는 2~4 m 범위의 길이를 가지는 파이프의 200~800 Hz 주파수 범위의 값과 유사하다. 정규화된 리액턴스는 -2~2 범위에서 선택하였다. 부하의 개수가 늘어남에 따라 오차 민감성 측면에서 향상된 경향이 보이나, 상대 오차가 줄어드는 양은 매 부하 증가마다 비교적 작다. 그러나 10% 입력 오차에서 5개의 부하를 이용하였을 때 음원 리시스턴스의 상대 오차는 4개의 부하를 이용하였을 때와 비교하여 약 10% 더 작다. 같은 조건에서 리액턴스의 오차 감소분은 약 5%이다. 음원 임피던스 추정에서의 향상도는 5 혹은 6개의 부하 이상에서는 미미한 것임을 볼 수 있다. 부하 수 증가에 따른 데이터의 변동은 약 $\pm 0.5\%$ 이며, 이는 부하군을 선택하는 데 있어서의 임의성과 모사에 이용된 통계적 편차에 기인한 것으로 여겨진다.

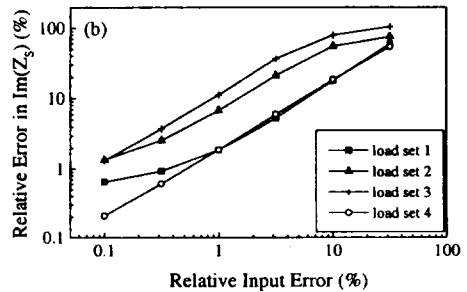
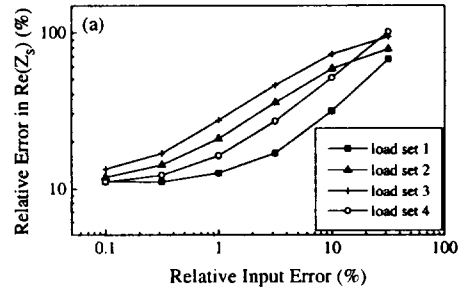


Fig. 2. Comparison of the error sensitivities of the resultant source impedance to the relative input error in applying different load sets. (a) Resistance, (b) reactance.

Table 1. Four sets of open pipe loads used for the numerical simulation.

Load set	1	2	3	4
$(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$	$(0, \pi/3, \pi/9)$	$(0, \pi/5, 7\pi/9)$	$(0, \pi/9, \pi/3)$	$(0, 5\pi/11, 6\pi/11)$

Fig. 2는 서로 다른 부하군을 적용하였을 때 입력 오차에 대한 음원 임피던스 결과의 오차 민감성 비교를 나타낸다. 각 부하군은 3개의 열린 파이프들로 구성하였으며, 부하 임피던스 값은 식 (7)과 (8)로부터 Table 1과 같이 위상 θ 를 변화시키며 결정되었다. 음원 임피던스의 실수부에서는 부하군 1이 다른 부하군들보다 더 작은 오차를 낸다.

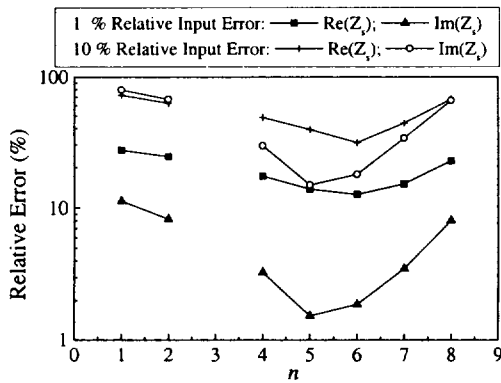


Fig. 3. A comparison of the error sensitivities of the resultant source impedance to the relative input error for varying values of n .

부하군 2와 3을 적용하였을 때 음원 임피던스 결과는 입력 오차에 더욱 민감하며 각 부하군은 유사한 크기의 θ 를 가지는 한 쌍의 부하를 포함한다. 부하군 1과 4는 음원 리액턴스에서 더욱 작은 오차를 보인다. 부하군 1에서 θ 값은 균일하게 분포되어 있으며, 부하군 4는 부하 리액턴스의 차이들이 가장 큰 경우이다. Fig. 3은 부하 선택이 음원 임피던스 결과의 오차 민감성에 미치는 영향을 보이고 있다. 부하군은 n 값에 따라 정해지는데 3개의 부하 $\theta=0, \pi/3, \pi/9$ 로 이루어진다. $n=0, 3, 9$ 의 결과는 동일한 임피던스 값을 가지는 한 쌍의 부하에 대한 것이므로 생략되었다. $n=5$ 의 경우에 음원 리액턴스의 입력 오차에 대한 민감성이 가장 작음을 볼 수 있으며, 이는 부하 리액턴스들의 분산 (variance)이 가장 큰 경우이다. 여기서 분산은 가능한 2개의 조합, 즉, 6 (3C_2) 개 쌍의 차이들의 제곱합 (squared sum)을 의미한다. 예를 들어 $\theta_2=\pi/3$ 와 $\theta_3=5\pi/9$ 로 이루어진 부하군은 가장 큰 분산을 가지는데 이는 $\tan\theta$ 가 매우 큰 음의 값을 가지기 때문이다. 음원 리액턴스 결과와 비교하여 음원 리시스턴스의 오차 민감성에서는 다소 다른 경향이 보여진다.

즉, 결과의 상대 오차는 $n=6$ 의 경우에서 가장 작으며, 이는 θ 가 균일한 분포를 가지는 경우이다. 음원 리시스턴스를 정확히 얻기 위해서는 균일하게 분포된 θ 에 해당하는 부하군이 선호된다.

5. 결론

다중부하법에 있어서 부하의 수와 그 임피던스 값을 변화시켜 가면서 음원 특성 결과에 대한 입력 오차의 영향을 수치적으로 연구하였다. 이는 어떠한 부하 조합이 가장 좋은 결과를 내는지를 진단하기 위한 것이었다. 부하의 수를 증가시키에 따라 오차 민감성 측면에서 향상된 경향을 볼 수 있었으나, 5 혹은 6개 이상에서는 음원 임피던스의 정확도의 증가는 미미하였다. 부하의 선택에 따른 영향은 열린 파이프 부하의 임피던스를 묘사하는 θ 인자를 이용하여 살펴보았다. 음원 리시스턴스의 추정에 있어서는 균일하게 분포된 θ 를 가지는 부하군이 선호됨을 볼 수 있었다. 반면 부하 리액턴스의 분산이 큰 부하군이 정확한 음원 리액턴스를 내는데 더 적합함을 관찰하였다.

참고문헌

- (1) S.-H. Jang and J.-G. Ih, 2000, "Refined multi-load method for measuring acoustical source characteristics of an intake or exhaust system," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 107, pp. 3217-3225.
- (2) M. G. Prasad, 1987, "A four load method for evaluation of acoustical source impedance in a duct," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 114, pp. 347-356.
- (3) M. L. Munjal, 1987, *Acoustics of Ducts and Mufflers*, Wiley-Interscience, New-York.
- (4) H. Levine and J. Schwinger, 1948, "On the radiation of sound from an un-flanged circular pipe," *Physics Review*, Vol. 73, pp. 383-406.
- (5) R. M. Munt, 1990, "Acoustic transmission properties of a jet pipe with subsonic jet flow: I. The cold jet reflection coefficient" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 142, pp. 413-436.

- (6) H. Bodén, 1995, "On multi-load methods for determination of the source data of acoustic one-port sources," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 180, pp. 725-743.