

구조합성법을 이용한 비선형 탄성마운트 지지 구조물의 효율적인 동적 응답 해석

⁰정 정 훈* · 김 병 현* · 양 용 진**

Efficient Dynamic Response Analysis of Structures Supported By Nonlinear Resilient Mounts Using Structural Synthesis Method

J. H. Chung, B. H. Kim and Y. J. Yang

ABSTRACT

An efficient dynamic response analysis method of structures supported by nonlinear resilient mounts when subjected to the transient base excitations is presented by using the structural synthesis method in time domain. Through a numerical example, the validity of the presented method is verified by comparison of the results with those of the 'traditional' analysis method.

1. 서 론

합정을 비롯한 각종 군용 수송기계에 탑재되는 장비시스템은 진동 및 충격에 의한 가혹한 환경에서도 충분한 기능성과 내구성을 가져야 하며, 이를 위해 탄성마운트(resilient mount)에 의한 대상 장비시스템의 진동/충격 isolation이 매우 효과적인 방법이다. 특히, 최근의 냉전종식에 따른 국방비 절감차원에서 미국을 비롯한 선진 외국의 경우 엄격한 방진/내충격 설계에 의해 고가로 제작되는 군용 장비시스템을 진동/충격 isolation을 통해 상업용 기성(commercial off-the-shelf) 장비시스템으로 대체하려는 노력이 더욱 증가되고 있는 추세이다[1,2,3]. 한국기계(연)에서도 99년 9월부터 과학기술부 국가지정연구실사업으로 선정된 "제진장치를 활용한 제진설계 기술 개발" 프로젝트를 통해

진동, 충격, 지진 및 풍하중에 대한 다양한 제진장치 설계 및 이를 적용한 대형구조물 및 장비시스템의 최적 제진 설계기술을 개발하고 있다. 본 프로젝트의 일환으로 저자들[4]은 Gordis에 의해 제안된 주파수 영역[5,6] 및 시간영역[7]에서의 구조합성법(structural synthesis)을 이용하여 선형 스프링 및 damper로 구성된 탄성마운트에 의해 지지된 구조물이 임의의 지지부 기진력을 받는 경우에 대하여 효율적인 동적 응답 해석방법을 제시하고 수치계산 예를 통하여 본 방법의 유용성을 확인한 바 있다. 본 방법에서는 isolator를 isolation 대상 구조물과 분리하여 이를 부가물 구조변경으로 처리함으로써 계산시간 대부분을 차지하는 대상구조물 자체(baseline structure)의 동적 응답 해석을 한번만 요구하기 때문에 임의의 지지부 기진력을 받는 구조물의 최적 isolation 설계에 매우 효율적이다.

본 고에서는 [4]의 연구결과를 확장하여 대부분 비선형 하중-변위 특성을 갖는 탄성마운트에 의해

* 한국기계연구원 구조시스템연구부

** 부산대학교 조선해양공학과 대학원

지지된 구조물이 임의의 지지부 기진력을 받는 경우에 대해 구조합성법을 이용한 효율적인 동적 응답 해석방법을 제시하고, 수치계산을 통하여 제시된 방법의 유용성을 검증하였다.

2. 정식화 및 수치해석 기법

비선형 탄성마운트에 의해 지지된 구조물이 임의의 지지부 기진력을 받는 경우에 대하여 구조합성법을 이용한 효율적인 동적 응답 해석을 위하여 탄성마운트에 의해 지지될 구조물을 baseline structure로 택하고, 탄성마운트에 의해 지지된 경우를 baseline structure에 탄성마운트가 부가되어 구조변경이 일어난 경우로 생각한다. 임의의 지지부 기진력에 의한 동적 응답을 구하기 위해 구조계의 자유도를 Fig. 1과 같이 정의한다.

즉, $i(\equiv iset)$ 는 구조변경은 일어나지 않았지만 구조변경에 따른 동적 응답을 알고자 하는 내부 자유도 집합이고, $b(\equiv bset)$ 은 지지부 기진력을 간접적으로 받는 즉, 탄성마운트가 연결될 자유도 집합이다.

이렇게 정의된 자유도에 대해 시간영역에서의 동적 응답을 Duhamel 정리에 따라 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ x_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_i \\ x_b \end{Bmatrix}_h + \int_0^t \begin{Bmatrix} h_{ii}(t-\tau) & h_{ib}(t-\tau) \\ h_{bi}(t-\tau) & h_{bb}(t-\tau) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} f_i(\tau) \\ f_b(\tau) \end{Bmatrix} d\tau \quad (1)$$

여기서 하첨자 h 는 초기조건에 의한 동적 응답을 나타내고, $h(t)$ 는 impulse response function으로 서 다음과 같이 모달 형태로 나타낼 수 있다.

$$h_{ij}(t) = \sum_{p=1}^r \phi_i^p \phi_j^p t + \sum_{p=r+1}^N \frac{\phi_i^p \phi_j^p}{\omega_{dp}} e^{-\zeta_p \omega_{dp} t} \sin \omega_{dp} t \quad (2)$$

여기서 r 은 구조변경 전 즉, baseline structure의 강체 모드(rigid body mode) 수, N 은 전체자유도 수, ϕ 는 고유진동 모드이고, ω_{np} , ω_{dp} , ζ_p 는 각각 p 차 비감쇠 고유진동수, 감쇠 고유진동수 및 모달 감쇠비이다.

구조변경 즉, 비선형 탄성마운트 부가에 따른 식 (1)의 외력 $\{f\}$ 는 Fig. 1의 자유도 정의에 따라 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} f_i &= f_i^{ext} = \{0\} \\ f_b &= f_b^{ext} + f_b^* = -f_b^*(x_b^* - y, x_b^* - y, t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 상첨자 ext 는 구조변경 전의 구조계에 작용하는 외력을, 상첨자 $*$ 는 구조변경에 따른 물리량을 나타내고, y 는 지지부 변위기진력이다.

식 (3)을 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 비정규(nonstandard), 비균일(non-homogeneous) 2종 Volterra 미적분(integro-differential) 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ x_b \end{Bmatrix}^* = - \int_0^t \begin{Bmatrix} h_{ii}(t-\tau) & h_{ib}(t-\tau) \\ h_{bi}(t-\tau) & h_{bb}(t-\tau) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ f_b(\tau) \end{Bmatrix} d\tau \quad (4)$$

식 (4)으로부터 알 수 있듯이 탄성마운트에 의해 지지된 경우의 동적 응답을 baseline structure의 impulse response function으로부터 구할 수 있다.

식 (4)를 해석적으로 푸는 것은 실제로 불가능하기 때문에 수치해석 방법을 도입하여야 하며, 본 논문에서는 적분방정식의 수치해석방법으로 가장 간단하면서도 널리 사용되는 사다리꼴 법칙[8]을 도입하여 해를 구하고자 한다. 식 (4)를 사다리꼴 법칙을 이용하여 이산화 시키면 다음과 같은 연립대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ x_b \end{Bmatrix}^* = - \begin{Bmatrix} A_{ib} \\ A_{bb} \end{Bmatrix} \{f_b^*\} \quad (5)$$

즉,

$$\{x_e\}^* = -[A_{eb}] \{f_b^*\} \quad (6)$$

여기서 하첨자 e 는 $e(\equiv eset) = i \cup b$ 이고, $[A]$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t}{2} (h_{ij})_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{2} (h_{ij})_1 & \frac{\Delta t}{2} (h_{ij})_0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{2} (h_{ij})_2 & \Delta t (h_{ij})_1 & \frac{\Delta t}{2} (h_{ij})_0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \frac{\Delta t}{2} (h_{ij})_n & \Delta t (h_{ij})_{n-1} & \frac{\Delta t}{2} (h_{ij})_{n-2} & \dots & \frac{\Delta t}{2} (h_{ij})_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 n 은 시간중분 개수, $\Delta t = t/n$ 이며, $(h_{ij}(t))_k$ 는 식 (2)으로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$(h_{ij}(t))_k = \sum_{\beta=1}^r \phi_i^\beta \phi_j^\beta t + \sum_{\beta=r+1}^N \frac{\phi_i^\beta \phi_j^\beta}{\omega_{d\beta}} e^{-\zeta_\beta \omega_{d\beta} t} \sin(\omega_{d\beta} \cdot k \Delta t) \quad (8)$$

식 (6)에서 보듯이 좌, 우변 모두 미지량을 포함하기 때문에 이를 효과적으로 풀기 위해 다음과 같은 iteration scheme을 도입하여 해를 구한다.

- ① $\{f_b^*\}$ 을 가정한다.
- ② $\{x_e^*\}$ 를 계산한다.
- ③ 계산된 $\{x_e^*\}$ 로부터 $\{\dot{x}_e^*\}$, $\{\ddot{x}_e^*\}$ 를 계산(유한차분법 이용)하여 탄성마운트의 비선형 하중-변위 곡선으로부터 $\{f_b^*\}$ 을 재계산한다.
- ④ 새로이 계산된 $\{f_b^*\}$ 으로부터 $\{x_e^*\}$ 을 재계산한다.
- ⑤ 수렴조건 $\{x_e^*\}_{new} - \{x_e^*\}_{old} \leq \epsilon$ 이 만족할 때까지 ③ 및 ④의 단계를 반복한다.

3. 수치계산 에 및 고찰

본 논문에서 제시한 방법의 유용성을 제시하기 위해 Fig. 2에 보인 바와 같이 1자유도 질량-스프링 계를 지지하는 보 구조물(baseline structure)의 양단에 1자유도 비선형 스프링-dashpot로 표현되는 탄성마운트(구조변형 부가물)를 설치하여 지지부 기진력에 대하여 isolation하는 문제를 수치계산으로 택하였다. 수치계산을 위해 보를 절점당 2개의 자유도를 갖는 10개의 단순보로 유한요소 모델링 하였으며, 계산을 위해 Mathworks사의 MATLAB[®]을 사용하여 프로그램 하였다. Fig. 2에는 계산을 위한 계의 특성치도 함께 나타내었으며, Fig. 3에는 탄성마운트의 비선형 스프링력-변위를 도시하였다.

구조합성법에 의한 동적 응답 해석 결과의 정확도를 검증하기 위해 Fig. 2에 나타난 바와 같은 지지부 변위기진력에 대하여 보 중앙에서의 횡변위 즉, 자유도 11번의 동적 응답 시간이력을 계산하고 통상적인 해석방법 즉, 탄성마운트를 포함한 전체계의 비선형 운동방정식을 직접 계산한 결과와 함께 Fig. 4에 도시하였다. 통상적인 해석방법에 있어서는 시간적분을 위해 MATLAB[®]에서 제공하는 ODE45함수(Runge-Kutta-Fehlberg method with

adaptive time integration method)를 이용하였으며, 비선형 방정식을 풀기 위해서 Newton-Raphson 방법을 사용하였다. Fig. 4에서 보듯이 식 (4)를 풀기 위해 도입한 수치해석 방법의 정확도를 보충하기 위해서는 시간중분 선택이 매우 중요함을 알 수 있으며, 이 경우 $\Delta t=0.001$ 에 취해 계산된 결과는 통상적인 해석 결과와 거의 일치함을 알 수 있다. 그러나 시간중분을 작게 취하면 취할수록 식 (5)의 계수 행렬 $[A_{eb}]$ 의 크기 ((eset 자유도수 \times 시간중분 개수) \times (eset 자유도수 \times 시간중분 개수))가 매우 증가하기 때문에 매우 많은 계산시간이 요구된다. 따라서 구조합성법에 의한 동적 응답 해석을 보다 효율적으로 수행하기 위해서는 시간중분 선택기준에 대한 연구가 향후 이루어져야 할 것이다. 본 계산에 있어서는 식 (8)으로 주어지는 baseline structure의 impulse response function을 계산하기 위해 모든 차수를 고려하였지만, 관심 있는 기진주파수 범위를 포함하는 모드만을 고려함으로써 계산효율을 향상시킬 수 있다.

한편, Table 1에는 본 수치계산 모델에 대해 구조합성법에 의한 동적 응답 해석과 통상적인 해석방법을 위한 계산시간을 비교하였다. 본 계산시간은 Pentium III 550급 PC에서 수행된 결과이다. Table 1에서 보듯이 통상적 해석방법과 거의 같은 결과를 얻기 위해 소요된 구조합성법에 의한 계산시간은 통상적 해석방법의 약 1/24임을 알 수 있다.

Table 1 Comparison of the calculation time for between structural synthesis and classical analysis

	Time by structural synthesis	Time by classical analysis
$\Delta t=0.001$	35.48 (sec)	876.10(sec)

4. 맺음말

본 고에서는 대부분 비선형 하중-변위 특성을 갖는 탄성마운트에 의해 지지된 구조물이 임의의 지지부 기진력을 받는 경우에 대해 구조합성법을 이용한 효율적인 동적 응답 해석방법을 제시하고, 수치계산을 통하여 제시된 방법의 유용성을 검증하

였다. 본 방법에서는 탄성마운트와 이들에 의해 지지될 구조물을 분리하여 처리하기 때문에 국부적인 탄성마운트의 비선형성으로써 인하여 해석대상 전체계가 비선형이 되는 문제를 효과적으로 처리할 수 있기 때문에 비선형 탄성마운트를 적용한 구조물의 동적 응답해석과 특히, 많은 반복적 재해석이 요구되는 isolation 최적 설계에 매우 효율적으로 적용할 수 있으리라 판단된다. 또한, 본 방법은 면진베어링(seismic isolation bearing) 적용 구조물의 효율적인 지진응답 해석에도 효율적으로 적용될 수 있으리라 판단되며 이에 대한 연구 결과는 추후 발표할 기회를 가질 예정이다.

참고 문헌

- [1]Feldhaus, F., "Advanced Ship Shock Isolation System Technology(ASSIST) Program Shock Design of the 3 Kip HYTREL[®] Shock & Acoustic Mount", Proceedings of the 68th Shock and Vibration Symposium, pp.589~598, 1997.
- [2]Rasmussen, F.F., Gottwald III, W., Krasnicki, E. and Lee, G., "Intelligent Shock mitigation and Isolation System through Applied Semi-Active Vibration Control Technology", Proceedings of the 68th Shock and Vibration Symposium, pp.693~701, 1997.
- [3]Carey, M., "The New Attack Submarine", The Web document(<http://www.chinfo.navy.mil/navpalib/cno/n87/nssn.html>)
- [4]정정훈, 김병현, 양용진, "구조합성법을 이용한 지지부 기진 구조물의 동응답 재해석", 선박해양구조연구회 논문집, 제14권 제2호, 2000.
- [5]Gordis, J.H., Bielawa, R.L. and Flannelly, W.G., "A General Theory for Frequency Domain Structural Synthesis", Journal of Sound and Vibration, Vol.150, No.1, pp.139~158, 1990.
- [6]Gordis, J.H., "Structural Synthesis in the Frequency Domain: A General Formulation", Shock and Vibration, Vol.1, No.5, pp.461~471, 1994.
- [7]Gordis, J.H., "Integral Equation Formulation for Transient Structural Synthesis", AIAA Journal, Vol.33, No.2, pp.320~324, 1995.
- [8]Nakamura, S., Numerical Analysis and Graphic Visualization with MATRAB[®], Prentice Hall PTR, 1996.

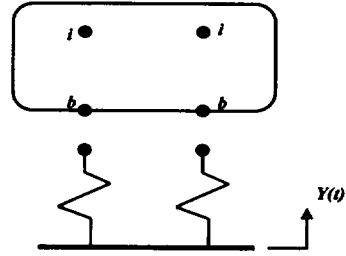


Fig. 1 Definition of the physical coordinate system

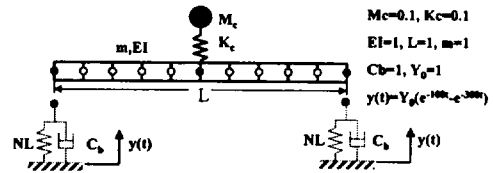


Fig. 2 The numerical example

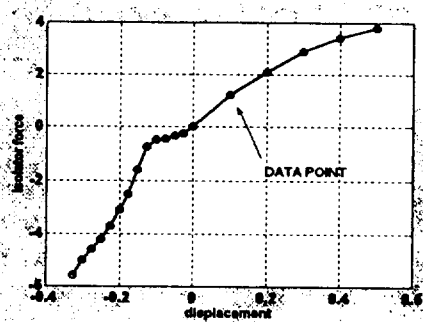


Fig. 3 Load-deflection curve of the nonlinear spring in the example

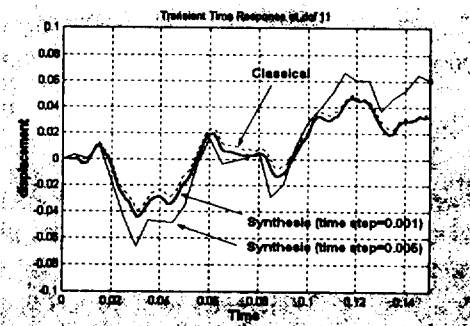


Fig. 4 Results of structural synthesis compared with those of classical analysis