

IP법을 이용한 유효전력제어에 관한 연구

정순영 정재길 이인용 정인학 현승범
 중앙대학교 전기공학과

A Study on the Real Power Optimization Using Interior-Point Method

Soon-Young Jung Jai-Kil Jung In-Yong Lee In-Hak Jung Seung-Bum Hyun
 Dept. of Electrical Engineering ChungAng Univ.

Abstract - Different optimization algorithms have been proposed to solve real and reactive power optimization problems. Most of all, linear programming techniques that employed a simplex method have been extensively used. But, the growth in the size of power systems demands faster and more reliable optimization techniques.

An Interior Point(IP) method is based on an interior point approach to aim the solution trajectory toward the optimal point and is converged to the solution faster than the simplex method. This paper deals with the use of Successive Linear Programming(SLP) for the solution of the Security Constrained Economic Dispatch(SCED) problem. This problem is solved using the IP method. A comparison with simplex method shows that the interior point technique is reliable and faster than the simplex algorithm.

1. 서 론

Security-Constrained Economic Dispatch(SCED)은 전력계통에서 선로와 발전기의 제약조건을 만족시키면서 발전기들의 최적 경제 배분을 다루는 것이다. 이 SCED Problem을 풀기위한 많은 알고리즘들이 제안되었는데 linear programming, quadratic programming, newton raphson techniques등이 있다. 그러나 계통의 규모가 커짐에 따라 보다 빠르게 수렴하고 신뢰할 수 있는 안정된 최적화 기법이 요구되고 있다.

연속선형계획법(SLP, Successive Linear Programming)은 조류계산의 해를 구하고, 계통의 선형증분모델을 만들고, 선형화된 최적화 문제를 풀게 된다. 그래서 몇 번의 반복후에 정확한 해에 수렴하게 된다. 보통 LP sub-problem은 simplex법이나 수정된 simplex법을 이용하여 풀게 된다. LP의 해를 구하는데 드는 계산시간은 계통의 크기나 제약조건에 따라 증가한다. 따라서 빠른 LP technique를 이용하면 SLP 알고리즘의 효능은 크게 증가할 것이다.

1980년대 초에 Karmarkar에 의해 LP를 푸는 새로운 방법이 제안되었는데 simplex법과 달리 가능해영역의 내부를 가로질러 최적해를 찾는 방법으로 이를 IP(Interior Point)법이라 한다. 본 논문에서는 OPF(Optimal Power Flow)에서 SCED의 식을 유도하고, 최근에 개발된 IP법에 대해 설명하고자 한다. 그리고 SLP의 수렴특성에 대해 알아보고, 마지막으로 SCED문제에 simplex법과 IP법을 적용하여 비교해보고자 한다.

2. SCED의 정식화

OPF로부터 P-Q분할을 하여 SCED를 유도해 보면 다음과 같다.

$$\text{Min. } C_i = \sum_{i \in G} C_i(P_i) \quad (1a)$$

s.t.

$$P_k = \sum_{j \in k} V_k V_j [G_{kj} \cos(\delta_k - \delta_j) + B_{kj} \sin(\delta_k - \delta_j)], \quad k \in N \quad (1b)$$

$$P_i^m \leq P_i \leq P_i^M, \quad i \in G \quad (1c)$$

$$|S_i| \leq S_i^M, \quad i \in T \quad (1d)$$

여기서,

C_i : 총 연료비용

C_i : 각 발전기 i 의 연료비

P_k : 모선 k 에서의 유효전력

V_i : 모선 i 에서의 전압

δ_i : 모선 i 에서의 위상각

S_i : 선로 l 를 흐르는 피상전력

G_{kj}, B_{kj} : 모선 어드미턴스 행렬의 요소

N, G, T : 각각 총 모선수, 발전기 모선수, 선로수

발전기의 연료비 함수는 다음과 같다.

$$C_i(P_i) = a_i + b_i P_i + c_i P_i^2 \quad (2)$$

무효전력이 보상된다고 한다면 $r = R_l / F_l$ 은 매우 적기 때문에 제약조건 (1d)는 다음과 같이 근사화 될 수 있다.

$$|S_l| = \sqrt{R_l^2 + F_l^2} = F_l \sqrt{1 + \left(\frac{R_l}{F_l}\right)^2} = F_l \sqrt{1 + r^2} = F_l \quad (3)$$

여기서,

R_l : 선로 l 를 흐르는 무효전력

F_l : 선로 l 를 흐르는 유효전력

식 (1b)에서 전압은 조류계산에서 주어진다.

SLP를 이용한 최적화는 두 개의 subproblem으로 나누어 지는데 각각 반복적으로 구한다.

- ① subproblem 1 : 식 (1b)는 고속분할 조류계산(FDLF)의 유효부분을 이용하여 구한다.
- ② subproblem 2 : subproblem 1에서 얻어진 값을 이용하여 식 (1a), (1c), (1d)의 선형화가 이루어지고 IP법을 이용하여 최적의 발전출력을 구하게 된다.

2.1 문제의 선형화

선형화는 다음과 같은 식에 의해 이루어진다.

1) 선로에 흐르는 유효전력과 발전기 출력과의 관계를 나타내기 위해 GGDF(Generalized Generation Distribution Factor : $\beta_{i,l}$)을 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다. [3]

$$F_l = \sum_{i \in G} \beta_{i,l} P_i$$

(4)

2) 전력수급평형식을 고려하면,

$$\sum_{i \in G} P_i = P_D + P_L \quad (5)$$

여기서, P_D 는 계통의 총 부하를 나타내고, P_L 는 계통의 손실을 나타낸다.

식 (5)에서 만약 부하가 일정하다면 발전량의 미소한

변화는 손실의 변화로 나타날 것이다. 따라서,

$$\Delta P_L = \sum_{i \in G} \Delta P_i \quad (6)$$

3) 선로의 손실과 발전기 출력과의 관계를 나타내기 위해 ITLF(Incremental Transmission Losses Factor : γ_i)를 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.[8]

$$\Delta P_L = \sum_{i \in G} \gamma_i \Delta P_i \quad (7)$$

1), 2), 3)을 이용하면 다음과 같이 선형화된 식을 얻을 수 있다.

$$\text{Min } \{ \Delta C_i^T = \sum_{i \in G} (b_i + 2c_i P_i) \Delta P_i \} \quad (8)$$

s.t.

$$\sum_{i \in G} (1 - \gamma_i) \Delta P_i = 0, \quad i \in G \quad (9)$$

$$\Delta P_i^m \leq \Delta P_i \leq \Delta P_i^M, \quad i \in G \quad (10)$$

$$\sum_{i \in L} \beta_{i,l} \Delta P_i \leq \Delta S^M, \quad i \in L \quad (11)$$

여기서, $\Delta P_i^m, \Delta P_i^M$ 은 ΔP_i 의 step bound이다. 이 step bound는 각 발전기에 허용되는 변화량을 제어하는 것으로 이 값은 SLP 알고리즘의 수렴에 중요한 역할을 한다.

3. Interior Point 법

Karmarkar가 IP법을 제안한 이후 여러 변형된 방법들이 제시되었는데 본 논문에서는 그중에서 1989년에 Alder, Resende, Veiga, Karmarkar에 의해 제안된 Dual Affine Scaling(DAS)법에 대해 설명할 것이다. [4],[7]

3.1 DAS법의 구현

LP의 표준형은,

$$\text{Min } b^T y \quad (12)$$

s.t.

$$A^T y = c \quad (13)$$

$$y \geq 0 \quad (14)$$

위 식을 dual linear programming 으로 나타내 보면,

$$\text{Max } c^T x \quad (15)$$

s.t.

$$Ax \leq b \quad (16)$$

여기서, c 와 x 는 n -vectors, b 는 m -vectors, A 는 full rank $m \times n$ matrix, $m \geq n$ 이고 $c \neq 0$ 이다.

slack variable v 을 도입하면,

$$\text{Max } c^T x \quad (17)$$

s.t.

$$Ax + v = b \quad (18)$$

$$v \geq 0$$

초기값을 (x^0, v^0) 라 하면, 이 초기값은 물론 위의 제약 조건을 만족해야 한다. 즉,

$$v^0 \geq 0, \quad Ax^0 + v^0 = b \quad (19)$$

x 와 v 의 방향벡터를 각각 h_x, h_v 라 하고, step size를 α 라 한다면, 반복계산후 얻어지는 값은

$$x = x^0 + \alpha h_x \quad (20a)$$

$$v = v^0 + \alpha h_v, \quad v \geq 0 \quad (20b)$$

새로 얻어진 (x, v) 는 물론 (18)식을 만족해야 하고 또한 목적함수의 값을 개선시켜야 한다. 따라서,

$$c^T x \geq c^T x^0 \quad (21a)$$

$$Ax + v = A(x^0 + \alpha h_x) + (v^0 + \alpha h_v) = b \quad (21b)$$

$Ax^0 + v^0 = b$ 이므로, 식 (21b)는,

$$A h_x + h_v = 0 \quad (22)$$

$$h_v = -A h_x \quad (23)$$

slack variable v 에 scaling operation을 적용하기 위해 우선 diagonal scaling matrix는,

$$D = \text{diag}(v_1, \dots, v_m) \quad (24)$$

그러면 scaled slack variable v 는

$$v = D^{-1} v \quad (25)$$

이를 이용하여 방향벡터 h_x 와 h_v 를 구해보면,

$$h_x = (A^T D^{-2} A)^{-1} c \quad (26)$$

$$h_v = -A h_x \quad (27)$$

3.2 DAS 알고리즘

i) 초기 가능해 x^0 를 구하고, $0 < \rho < 1$ 인 상수 ρ 과 허용 오차 ϵ 값을 정한다

ii) 최저판정

$\frac{|c^T x^k - c^T x^{k-1}|}{\max\{1, |c^T x^k|\}} \leq \epsilon$ 이면 최적해를 찾았기 때문에 종료하고, 그렇지 않으면 단계 iii)으로 간다.

iii) slack variable의 값을 계산 $v^k = b - Ax^k$

iv) diagonal matrix를 구한다

$$D_k = \text{diag}(v_1^k, \dots, v_m^k)$$

v) 방향벡터 h_x 와 h_v 를 구한다

$$h_x = (A^T D_k^{-2} A)^{-1} c$$

$$h_v = -A h_x$$

vi) step size를 구한다

$$\alpha = \rho \times \min\{-v_i^k / (h_v)_i \mid (h_v)_i \leq 0, i = 1, \dots, m\}$$

vii) 새로운 interior point를 구한다

$$x^{k+1} = x^k + \alpha h_x$$

Go to ii)

4. 사례연구

여기서는 IEEE 30모선 계통[2],[6]에 SCED를 적용하여 step bound $\Delta P_i^m, \Delta P_i^M$ 의 값을 변화시켰을 때 SLP의 수렴특성을 설명하고, 서로 다른 최적화기법인 Simplex법과 IP법의 비교를 통하여 IP법의 빠른 수렴특성을 입증할 것이다.

4.1 SLP의 수렴특성

IEEE 30모선 계통의 발전기 데이터를 표1에 나타내었으며, $|\Delta P_i^m| = |\Delta P_i^M| = \Delta$ 라 가정하고 Δ 값을 변화시켰을 때 얻은 결과를 표2에 나타내었다. simplex법과 IP법을 적용한 결과 최적해에 도달했을때 총 연료비와 발전량은 거의 같았으며, 따라서 표 2에서는 iteration 수와 총 연료비를 나타내었다.

Bus No.	ΔP_i^m (MW)	ΔP_i^M (MW)	연료비 계수		
			a	b	c
1	50	200	0.0	2.0	0.00375
2	20	80	0.0	1.75	0.0175
5	15	50	0.0	1.0	0.0625
8	10	35	0.0	3.25	0.00834
11	10	30	0.0	3.0	0.025
13	12	40	0.0	3.0	0.025

표 1 발전기 데이터

Total Load = 283.4 MW, 126.2 MVAR

Δ (MW)	No. of Iterations	Cost dhrs/hr
20.0	4	808.027
10.0	4	805.1634
5.0	4	804.6432
1.0	13	803.9227
0.5	23	803.965

표 2 SLP 실행결과

표2에서 알 수 있듯이 최적해는 $\Delta=1\text{MW}$ 일 때 얻어졌으며 그때의 총연료비는 803.9227 dhrs/hr이다. 그렇지만 $\Delta=5\text{MW}$ 일 때와 비교해보면 총연료비는 크게 차이가 없지만, $\Delta=1\text{MW}$ 일 때 iteration수가 훨씬 많이 증가함을 알 수 있다. 보다 자세히 설명하기 위해 Δ 값이 변할 때 최적해에 수렴이 되는 과정을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

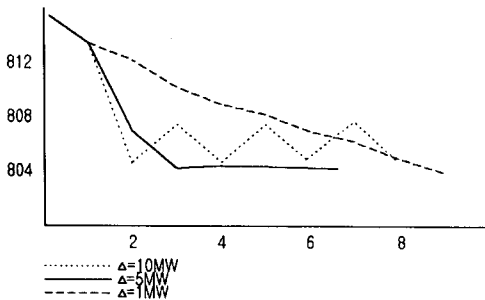


그림 1. Δ 값에 따른 수렴특성

그림1에서 알 수 있듯이 $\Delta=10\text{MW}$ 일 때는 진동을 하였고, 그 이상의 값에서 똑같은 현상이 나타났다. 그리고 $\Delta=5\text{MW}$ 일 때는 빠른 수렴특성을 보인다. 그러나 이 이하의 값에서는 수렴속도가 상당히 느려짐을 알 수 있다.

4.2 Simplex법과 IP법의 비교

표3은 simplex법과 IP법을 사용하였을 때 iteration 수와 총 실행시간(total running time), 그리고 simplex법에 대한 IP법의 상대속도를 나타낸다.

Simplex		IP		상대속도
시간	iterations	시간	iterations	simplex/IP
4.17	4	2.47	4	1.69

표 3 Simplex법과 IP법의 실행결과

결과에서 알 수 있듯이 SLP의 실행시간은 IP법을 사용하였을 때가 훨씬 빠르며, 표에서 보면 1.69배 빠름을 알 수 있다.

4.3 IP법의 성능향상

IP법은 처음 몇번의 iteration으로 최적해의 근사치를 얻는다. 기본적으로 IP법에서 최적해로 근사화시키는 데는 2가지 방법이 있다. 가장 직접적인 방법은 최대 iteration 수를 고정시키는 것이다. 그러나 이 방법은 어떤 경우 최대 iteration 수에 도달했을 때 얻은 해가 오히려 최적해와 동떨어지는 경우가 있다. 이런 문제를 피하기 위해 stopping criterion에서 허용오차 ϵ 를 증가시키는 것이 좋다. 이런 방법의 장점은 실제 최적값으로

interior point를 근사화시키는 것을 ϵ 를 줄이거나 증가 시킴으로써 제어할 수 있다는 것이다.

표4 에서는 처음 두 번의 iteration에서는 $\epsilon=10^{-3}$, 나머지 iteration에서는 $\epsilon=10^{-4}$ 으로 했을 경우 그 결과를 보여주고 있다.

Simplex		IP		상대속도
시간	Iterations	시간	Iterations	Simplex/IP
4.17	4	2.36	4	1.77

표 4 ϵ 값을 변화시켰을 때의 실행결과

표4에서 알 수 있듯이 비록 iteration수에는 변화가 없지만 총 실행시간은 감소하였음을 알 수 있다. 그리고 IP법의 속도가 1.77배 빠름을 알 수 있다.

5. 결 론

SLP법은 비선형인 SCED problem을 푸는데 효과적이다. SLP는 각 iteration의 step bound를 적절히 선택한다면 더 효과적이다.

앞의 결과에서 SLP의 주요한 특징 3가지를 요약해 보면 다음과 같다.

- ① Step bound의 어떤 값(본 논문의 사례연구에서는 10MW) 이상의 값에서는($\Delta \geq 10\text{MW}$) iteration에 따라 진동한다.
- ② Step bound가 10MW보다 적은 경우, Δ 의 크기가 작아짐에 따라 해는 점점 최적값에 가까워진다.
- ③ Step bound가 너무 작은 경우 ($\Delta = 1\text{MW}$ 또는 0.5MW), iteration수가 현저하게 증가하고, 목적함수 값도 크게 개선되지 않는다.

앞에서 보인 결과에서 처럼, LP를 푸는데 interior point법을 이용하면 Simplex법보다 빠르게 최적해에 수렴하고, IP법의 경우 몇 번의 iterations만에 최적해에 근접하기 때문에 ϵ 값을 적절히 조정함으로써 수렴시간이 줄어들음을 알 수 있다.

(참 고 문 헌)

- [1] Stott B. and Marino J.L., "Linear Programm Power System Network Security Applications", Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PA No.3, pp. 837-848, 1979.
- [2] Alsac, O. and Stott, B., "Optimal Load Flow with State Security", IEEE Trans. on Power Apparatus Systems, Vol. PAS-93, No. 3, p745-751, 1974
- [3] Ng W. Y., "Generalized Generation Distribution for Power System Security Evaluation", IEEE Tra Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, N pp. 1001-1005, 1981
- [4] Adler, I., Resende, M., Veiga, G. and Karmarkar, "Implementation of Karmarkar's algorithm for programming", Mathematical Programming 4, pp -335, 1989
- [5] Hadi Saadat, "Power System Analysis", McGraw New York, 1999
- [6] Pai, M. A., "Computer Techniques in Power S Analysis" Tata McGraw-Hill, New Delhi 1979
- [7] Ami Arbel, "Exploring Interior Point Linear Progra : Algorithms and Software" The MIT Press, 1993
- [8] Luis S. Vargas, Victor H. Quintana and A Vanneli, "A Tutorial Description of an Interior Method and its Applicatios to Security Const Economic Dispatch", IEEE Trans. on Power Sys Vol. 8, No. 3, pp. 1315-1324, 1993