

DistFlow Method를 이용한 삼상조류해석 알고리즘에 관한 연구

곽도일, 김태응, 김재언
충북대학교 전기공학과

Three-phase Load Flow using DistFlow Method

Do-il Kwak, Tae-Eung Kim, Jae-Eon Kim
Chungbuk National University

Abstract - Traditionally, load flows have been calculated using the Gauss-Seidel and Newton-Raphson Method. DistFlow Method which is proposed by Wu and Baran is superior to the other two methods because it does not require the admittance matrix calculation to optimize the distribution system. This paper introduces a new alternative algorithm to the DistFlow Method which is slow and complex to find solutions as the number of lateral and sublateral increases. The proposed load flow method can construct System Jacobian easily. We can minimize the off-diagonal elements of the branch Jacobian and submatrices in the System Jacobian. Simulation results show that progressive performances of the proposed algorithm.

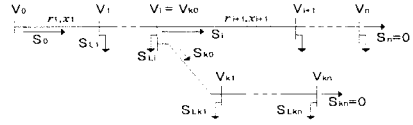


그림 1. 방사상 배전계통

1. 서론

일반적으로 삼상조류해석은 Gauss-Seidel과 Newton-Raphson Method를 사용해 왔다. 그러나, 배전계통은 대부분 방사상이고, 각상이 불평형이며, 송전계통에 비해 R/X 비율이 매우 크기 때문에 이 두방법을 배전계통에 적용하는데는 비효율적이라는 문제점을 가지고 있다. 그런데, 1989년 Baran과 Wu에 의해 제안된 DistFlow Method는 단상등가 조류해석으로써, admittance matrix를 사용하지 않고, 방사상 계통에 적합한 branch equation과 그 System Jacobian의 determinant가 거의 1에 가깝다는 성질을 이용하여 해가 항상 구해질 수 있다는 우수한 장점을 가지고 있다. 또한, 이 방법은 역행렬 연산이나 해를 구하는데 소요되는 시간이 기존의 두 방법보다 월등하다^[1]. 따라서, 본 논문에서는 DistFlow Method를 3상으로 확장하였고, Chain Rule을 이용한 branch Jacobian을 간략화 하는 동시에 System Jacobian을 main feeder를 포함한 각각의 lateral 및 sublateral로 나누어 해석하여 좀더 효과적인 배전계통 조류해석을 수행할 수 있는 새로운 DistFlow method를 제안하였다.

2. DistFlow Method

2.1 DistFlow Equation

DistFlow method는 DistFlow equation이라는 반복적인 연산식을 사용하여 해를 구한다^[2].

그림 1과 같은 방사상 배전계통을 고려해보자. 변전소의 인출전압의 크기를 $V_{0,abc}$, 각 branch의 임피던스를 $Z_{i,abc}$, 각 버스의 부하를 $S_{Li,abc}$ 로 하면 식(1)과 같은 방정식이 성립한다.

$$[P_{i+1,abc}] = [P_{i,abc}] - [r_{i+1,abc}] [I_{i,abc}]^2 - [P_{Li+1,abc}] \quad (1-i)$$

$$[Q_{i+1,abc}] = [Q_{i,abc}] - [x_{i+1,abc}] [I_{i,abc}]^2 - [Q_{Li+1,abc}] \quad (1-ii)$$

$$[V_{i+1,abc}] = [V_{i,abc}] - \left([Z_{i+1,abc}] [I_{i,abc}]^* \right) + [V_{i,abc}] \left([Z_{i+1,abc}] [I_{i,abc}] \right) + \left([Z_{i+1,abc}] [I_{i,abc}] \right) \left([Z_{i+1,abc}]^* [I_{i,abc}]^* \right) \quad (1-iii)$$

여기서, $[I_{i,abc}] = \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^2} \right]_{,abc}$, $[I_{i,abc}]^2 = \left[\frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} \right]_{,abc}$

$P_{i,abc}$: busi 에서 branchi+1로 향하는 유효전력

$Q_{i,abc}$: busi 에서 branchi+1로 향하는 무효전력

$V_{i,abc}$: busi 에서 전압의 크기

식(1)은 branch flow equation이며, 일명 distflow equation이라고 불린다. main feeder에서의 변전소인출구와 선로말단에서의 경계조건은

$$x_{0,abc} = V_{0,abc}^2 \quad (2-i)$$

$$x_{n,abc} = P_{n,abc} = 0, \quad x_{n+1,abc} = Q_{n,abc} = 0 \quad (2-ii)$$

로 되며, 임의의 변수로 사용한 V_{k0} 와 각 lateral의 선로말단에서의 경계조건 $V_{k0,abc} = V_{0k,abc}$, $P_{kn,abc} = 0$, $Q_{kn,abc} = 0$ 을 포함하면 다음과 같은 $9(kn+1)$ 개의 방정식으로 된다.

$$x_{ki+1,abc} = f_{ki+1,abc}(x_{ki,abc}) \quad \text{단, } x_{k0} = [P_{k0,abc}, Q_{k0,abc}, V_{k0,abc}^2] \quad (3)$$

$$x_{k0,abc} = V_{k0,abc}^2 = V_{0k,abc}^2 = x_{0k,abc}$$

$$x_{kn,abc} = P_{kn,abc} = 0, \quad x_{kn+1,abc} = Q_{kn,abc} = 0$$

여기서, $k = 0$; main feeder
 $k \neq 0$; lateral

2.2 System Jacobian 구성

방정식의 해를 구하기 위해서는 Newton-Raphson method에 의해 System Jacobian(이하 J)을 형성하여야 한다. I 개의 lateral을 고려한 배전계통을 살펴보면, J 는 $6(I+1) \times 6(I+1)$ 행렬로서 식(4)과 같이 구성되어진다.

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & \dots & 0 & J_{10} \\ J_{21} & J_{22} & \dots & 0 & J_{20} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ J_{I1} & J_{I2} & \dots & J_{II} & J_{I0} \\ J_{01} & J_{02} & \dots & J_{0I} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\text{여기서, } J_{ki} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{P}_{kn,abc}}{\partial P_{i0,abc}} & \frac{\partial \hat{P}_{kn,abc}}{\partial Q_{i0,abc}} \\ \frac{\partial \hat{Q}_{kn,abc}}{\partial P_{i0,abc}} & \frac{\partial \hat{Q}_{kn,abc}}{\partial Q_{i0,abc}} \end{bmatrix}$$

식(4)에서 각각의 submatrix(이하, J_{ki})는 branch Jacobian(이하 JC)의 연산에 의해 결정되며, JC 는 아래와 같이 9×9 행렬로 다음과 같이 표현된다

$$JC_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{0i,abc}}{\partial P_{0i-1,abc}} & \frac{\partial P_{0i,abc}}{\partial Q_{0i-1,abc}} & \frac{\partial P_{0i,abc}}{\partial V_{0i-1,abc}^2} \\ \frac{\partial Q_{0i,abc}}{\partial P_{0i-1,abc}} & \frac{\partial Q_{0i,abc}}{\partial Q_{0i-1,abc}} & \frac{\partial Q_{0i,abc}}{\partial V_{0i-1,abc}^2} \\ \frac{\partial V_{0i,abc}^2}{\partial P_{0i-1,abc}} & \frac{\partial V_{0i,abc}^2}{\partial Q_{0i-1,abc}} & \frac{\partial V_{0i,abc}^2}{\partial V_{0i-1,abc}^2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서, 각각의 요소는 3×3 인 submatrix이다.

또한, J_{ki} 는 Chain Rule에 의해 식(6)로부터 쉽게 구해진다.

$$J_{ki} \triangleq JC_{kn} \quad JC_{kn-1} \dots JC_{k0} \dots JC_{i1} \quad JC_{i0} \quad (6)$$

식(6)은 branch Jacobian(이하 J_i)들의 곱에 의해 구해지는 9×9 행렬이 된다. 즉, 식(6)에서 main feeder를 lateral 0으로 한다면, SJ_{ki} 는 lateral k의 마지막 bus에서 lateral i의 첫 번째 bus로 P와 Q를 미분한 값이다. 그러므로, SJ_i 는 식(6)의 연산결과에서 6×6 행렬만을 취함으로 구할 수 있게 된다. 결국, lateral이 있는 경우의 조류해석은 J_{ki} 인 부분행렬(submatrix)을 구하여 System Jacobian을 구성하는 것이 중요시된다. 그러나, lateral이 많아질수록 각각의 부분행렬 J_{ki} 를 구하여 J 를 구성하는 것이 복잡해지고, 이 J 의 역행렬 연산시간이 증가하게 된다.

3. 제안된 알고리즘

3.1 Branch Jacobian의 간략화

Branch Jacobian의 각각의 요소를 p.u.단위로 해석하였을 때, 식(5)의 JC_i 의 각각의 submatrix들은 다음과 같이 구성된다.

$$\text{Submatrix of } JC_i \approx \begin{bmatrix} 1 & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & 1 & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서, $|\epsilon| \approx \text{loss} \ll 1$

즉, JC_i 의 비대각성분은 대각성분에 비해 매우 작고, 값들이 0에 가까우며, 더욱이 반복연산과정에서 더욱 작아지므로 생략이 가능하다. 비대각요소를 생략하면, JC_i 의 전압으로 미분한 요소는 식(6)에서 행렬식의 연산으로 볼 때 JC_i 에 아무런 영향을 주지 않으므로 역시 생략이 가능하다. 즉, JC_i 의 부분행렬중 식(8)을 소개할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{0i,abc}}{\partial V_{0i-1,abc}^2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_{0i,abc}}{\partial V_{0i-1,abc}^2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{0i,abc}^2}{\partial V_{0i-1,abc}^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

이러한 성질 때문에 9×9 행렬인 JC_i 를 다음과 같이 정의되는 6×6 인 행렬 SJ_i 를 이용하면 이로부터 J_{ki} 를 쉽게 구할 수 있다.

$$J_{ki} \triangleq SJ_{kn} \quad SJ_{kn-1} \dots SJ_{k0} \dots SJ_{i1} \quad SJ_{i0} \quad (9)$$

$$\text{여기서, } SJ_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{0i,abc}}{\partial P_{0i-1,abc}} & \frac{\partial P_{0i,abc}}{\partial Q_{0i-1,abc}} \\ \frac{\partial Q_{0i,abc}}{\partial P_{0i-1,abc}} & \frac{\partial Q_{0i,abc}}{\partial Q_{0i-1,abc}} \end{bmatrix}$$

이식을 기존의 branch Jacobian과 구별하여 simplified branch Jacobian으로 명명하기로 한다. 즉, SJ_i 에 의해 $P_{i,abc}$ 와 $Q_{i,abc}$ 는 $P_{i-1,abc}$, $Q_{i-1,abc}$, $V_{i-1,abc}^2$ 에 의한 복합적으로 미분을 행하는 것이 아닌 각각 $P_{i-1,abc}$, $Q_{i-1,abc}$ 로 독립적으로 미분하여 branch Jacobian을 6×6 행렬로 축약할 수 있다.

3.2 System Jacobian의 간략화

lateral이 있는 경우의 식(4)에서 마지막 행의 부분행렬(J_{0i})을 제외한 비대각성분 부분행렬인 J_{ki} 는 행렬식의 연산에 의해 거의 0에 가깝게 되고, 이로 인해 식(4)는 식(10)으로 된다⁽¹⁾.

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J_{ii} & 0 \\ J_{01} & J_{02} & \dots & J_{0i} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (10)$$

새로이 구성된 J 는 J_{0i} 를 제외하면 비대각성분이 없는 대각성분만의 행렬로서, 대각성분의 부분행렬을 각각 차례로 해석하고, 이 값을 가지고 마지막 행의 부분행렬에서 해를 구할 수 있다.

즉, l 개의 lateral이 있는 경우에 main feeder를 lateral 0으로 간주한다면, lateral 0의 DistFlow equation에 의해 1부터 l 까지 각각의 lateral의 V_{ko}^2 를 결정하여준다. 이 V_{ko}^2 를 사용하여 각 lateral의 DistFlow equation을 통하여 각 lateral단위로 J_{kk} 를 구성할 수 있다. 이를 독립적으로 연산하고, 각 lateral의 초기 P_{k0} , Q_{k0} 값들을 update하여 나감으로써 전체 System Jacobian을 구성하는데 소요되는 시간적 손실과 복잡성을 줄이는 것이다. 또한, numbering은 각 lateral과 node로 침자로 구별하여 sublateral 증가시에 야기될 수 있는 문제를 해소하였다. 예를 들면, $V_{i,k}$ 는 i 는 main feeder를 포함한 lateral의 번호, k 는 노드의 번호를 나타낸다.

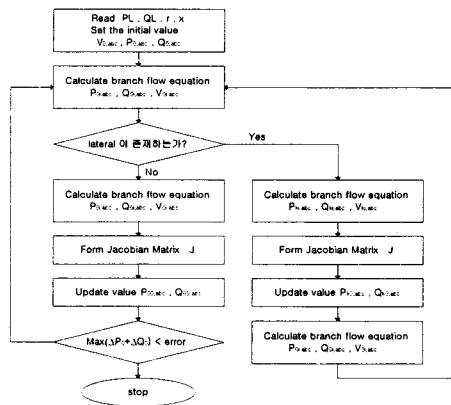


그림 2. 제안된 알고리즘의 Flow Chart

그림 2는 main feeder와 lateral만 존재하는 경우의 제안된 알고리즘의 Flow Chart이고 아래와 같은 7단계로 조류해석을 할 수 있다

제안된 알고리즘의 조류해석 방법

- step1: main feeder의 처음 bus부터 마지막 bus까지 DistFlow equation 연산한다
- step2: step1의 도중에 lateral이 빠져나간 bus를 만나면 lateral의 처음 bus부터 마지막 bus까지 DistFlow equation 연산한다
- step3: lateral의 System Jacobian을 구성한다

- step4: lateral의 System Jacobian으로부터 lateral의 처음 bus의 $P_{k0,abc}$ 와 $Q_{k0,abc}$ 를 update 한다
- step5: step1이 끝날 때까지 step2, 3, 4를 반복한다
- step6: main feeder의 System Jacobian을 구성하여 main feeder의 처음 bus의 $P_{k0,abc}$ 와 $Q_{k0,abc}$ 를 update한다
- step7: 수렴치에 만족할 때까지 위 과정을 반복한다

여기서, sublateral이 있는 경우의 조류해석 방법은 lateral이 있는 경우와 마찬가지로 step2와 step3사이에 sublateral에 관계된 step2, 3, 4를 포함시키면 된다. 즉, sublateral이 빠져나간 버스의 위치를 찾아 DistFlow equation을 수행하고 System Jacobian을 구성하여 sublateral 처음 bus의 P, Q값을 update를 하는 것이다. 이와 같이 제안된 알고리즘은 sublateral 이하 많은 lateral이 존재한다고 하더라도 쉽게 적용이 가능한 장점을 가지고 있다.

4. 사례연구

4.1 모델계통의 선정

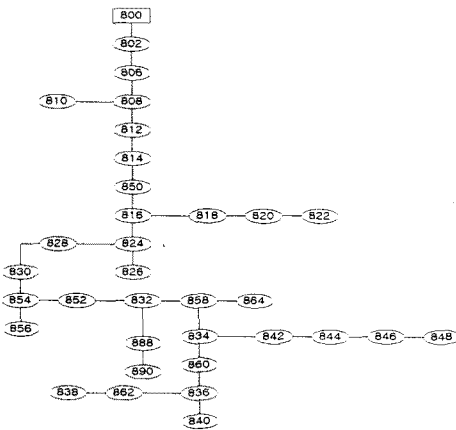


그림 3. 34bus Test Feeder

그림 3은 배전계통 test feeder이다. 부하는 정전력부하가 Spot부하와 distributed부하가 존재한다^[3]. 이 계통의 Auto Transformer, Voltage Regulator, Shunt Capacitors를 제거하여 선로를 재구성하였고, 기준용량, 기준전압 각각 10MVA, 6.6kV로 선정하였다. 선로는 3상과 단상이 공존하며, 각각의 임피던스는 Carson's equation과 Kron reduction을 이용하여 계산하였다^[4].

표 1. Test Feeder Total Load

	a상 (KW)	a상 (KVAR)	b상 (KW)	b상 (KVAR)	c상 (KW)	c상 (KVAR)
Spot Load	208.66	167.05	208.66	167.05	208.66	167.05
Distributed Load	284.16	146.9	207.19	107.1	222.45	115.0

각상의 부하의 합은 표1과 같다. Spot부하는 각상의 부하의 합이 동일하나, Distributed 부하는 a상이 크게 설정되어 있다. 이것은 a상의 상호임피던스에 의한 전압상승을 부하량을 상대적으로 크게 하여, 각상의 전압불균형을 감소시킨 것이다. 시뮬레이션은 Matlab을 사용하여 각각 forward sweeping method(이하, FSM)와 backward-forward sweep method(이하, BFSM)를

통한 data의 정확성을 비교 검토하였다^{[5][6]}. 제안된 알고리즘과 FSM의 수렴조건은 $\Delta V = 10^{-10}$ 이고, BFSM은 real-time application의 장점을 살리고자 임의로 2회 반복연산을 하였다.

4.2 Simulation 결과 평가

표 2. 시뮬레이션 결과

조류해석방법	제안된 알고리즘	forward sweeping method	backward-forward sweep method
전압오차	10e-8	base	10e-5
연산반복회수	5	3	2
연산시간(sec)	0.77	0.54	0.11

각각의 조류해석 알고리즘을 사용하여 모델계통에 적용하여본 시뮬레이션 결과는 표2이다. 기준전압을 FSM로 선정하여 비교한 결과 10^{-8} 정도의 근소한 오차가 발생하였다. Power Loss 방정식으로 계산하는 FSM보다 약간 수렴속도 면에서 떨어지나, 미분치를 적용하는 제안된 알고리즘은 Capacitor 크기와 위치선정문제에 적용할 수 있는 장점을 가지고 있다.

또한, BFSM은 real-time으로 선로의 재구성을 위한 알고리즘으로 연산시간은 작으나, 상대적으로 전압오차가 많음을 알 수 있었다.

5. 결론

DistFlow Method는 Newton-Raphson Method처럼 각 버스단위로 Jacobian을 구성하는 것이 아니라 각 branch단위로 구성하여 알고리즘을 간략화 시킨 것이고, R/X비에 관계없이 항상 해를 구할 수 있어 방사상 배전계통에 효율적으로 적용될 수 있다. 그러나, lateral이 증가할 시에 System Jacobian의 구성이 복잡하다는 단점을 가지고 있어 본 논문에서는 이를 해결하고자 branch Jacobian과 System Jacobian의 새로운 구성방법과 이에 따른 새로운 계산 알고리즘 및 numbering방법을 제시하였다. 또한 기존의 단상등가 조류해석을 3상으로 확장하여 수식을 제시하였다. 제안된 방법을 정전력 부하를 갖는 모델계통에 적용하여 입증하였다.

[참고 문헌]

- [1] Gilbert, G.M.; Bouchard, D.E.; Chikhani, A.Y.A.: A Comparison of load flow analysis using DistFlow, Gauss-Seidel, and optimal load flow algorithms IEEE on Canadian Conference, Vol. 2 .pp. 850-853 1998
- [2] M.E.Baran; F.F.Wu: Optimal sizing of capacitors placed on a radial distribution system. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 4, No. 1, January 1989
- [3] Kersting, W.H.: Radial distribution test feeders Power Systems, IEEE Transactions on Volume: 63, Aug. 1991
- [4] Kersting, W.H.; Phillips, W.H.: Distribution feeder line models Industry Applications, IEEE Transactions on Volume: 314, July-Aug. 1995
- [5] Cheng, C.S.; Shirmohammadi, D.: A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis Power Systems, IEEE Transactions on Volume: 102, May 1995
- [6] D.Das; H.s.Nagi; D.P.Kothari: Novel method for solving radial distribution networks, IEE, Proc-Gener, Transm, Distrib, Vol. 141, 1994