

시그마 델타변조 방식의 노이즈 특성

김상민 배창한* 이광원**
아주대학교 전자공학부 대학원 아주대학교 전자공학부 대학원* 아주대학교 전자공학부 교수**

Noise characteristics in sigma-delta modulator

Kim Sang-Min Bae Chang-Han* Lee Kwang-Won**
School of Electronics Engineering, Ajou University

Abstract - Sigma-delta modulation can perform A/D conversion with a high-resolution. It is useful for simplifying the system and spreading out inband signal noise. When the sigma-delta modulation is applied to a switching converter, it can suppress the harmonic frequencies of output signal and be realized with a simple structure. In this paper, some methods of sigma-delta modulation are discussed so as to find the suitable structure for a switching converter. Noise characteristics are calculated and analyzed through simulations.

1. 서 론

최근 스위칭변환기의 PWM 방식으로 시그마 델타 변조방식이 스위칭 제어에 응용되고 있다[1]. 시그마 델타 변조방식은 주로 아날로그 디지털 변환기(ADC)에서 연구되어 신호주파수 영역의 원타이머에서 생기는 노이즈를 대역내 신호 영역 밖으로 밀어 냄으로써 신호 주파수 영역내의 노이즈를 비껴준다. 이 변조 방식은 시스템의 구성이 PWM변조기에 비하여 간단하고, 신호 주파수 영역 안의 고조파성분을 억제 할 수 있다[2].

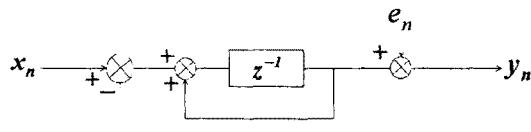
이 논문은 시그마 멜타 변조기들 중 전형적인 1차 시그마 멜타 변조기, 2차 시그마 멜타 변조기에 대하여 모의 실험을 통하여 노이즈 특성을 분석하고 신호대 잡음비(SNR)을 계산하여 스위칭 제어에 적합한 모델을 찾고자 한다.

2. 시그마 델타 변조 방식

2.1 1차 시그마 델타 변조기



(a) Sampled-data model



(b) Linearized model

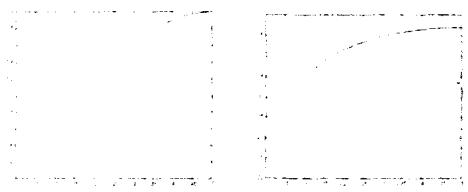
그림1은 1차 시그마 멜타 변조기의 블록도이다. 입력과 출력으로부터 얻어진 오차는 디지털 적분기와의 입력이 되며 1-bit 원타이저는 적분기 출력값의 부호에 따라 +1 또는 -1을 출력한다. 그림(b)는 원타이저에 노이즈를 첨가해 양자화 오차를 모델링하여 시스템을 선형화시킨 블럭도이다. 여기서 e_n 은 x_n 과 상관 관계가 없는 정상랜덤과정인 시퀀스이고 양자화 구간이 Δ 일 때 노이즈의 전력을 식(1)로 얻어진다.

$$\sigma_e^2 = \frac{\Delta^2}{12} \quad (1)$$

식(2)는 1차 시그마 멜타변조의 출력신호로 대역내 신호 전달 함수(STF)는 z^{-1} . 노이즈전달함수(NTF)는 $1 - z^{-1}$ 이며 그림 2에 변조 후 노이즈의 주파수응답을 나타낸다.

$$Y(z) = z^{-1}X(z) + (1 - z^{-1})E(z) \quad (2)$$

여기서 $X(z)$ 는 입력신호의 z -변환, $Y(z)$ 는 출력신호의 z -변환, $N(z)$ 는 양자화 오차의 z -변환이다. 노이즈 전달함수의 영점이 $z=1$ 에 있으므로 직류 입력에 대한 이득이 0이며 노이즈를 고역필터링하여 입력신호의 대역내 주파수영역에 존재하는 노이즈를 고주파영역으로 밀어낸다.



시그마 델타 변조기는 과표본화 비율(oversampling ratio)과 노이즈 셰이핑(noise-shaping) 특성에 따라 성능이 결정되며 출력신호의 SNR로 평가된다. PWM 변환기에 적용 시 스위칭 소자의 스위칭주파수 한계로 과변조비율에는 제약이 따르므로 시그마 델타변조기의 차수와 구조변화로 노이즈특성을 조절하여 적절한 SNR을 얻도록 해야한다.

선형시스템의 전달함수가 $H(j)$ 일 때 전력밀도 스팩트럼이 $P(j)$ 인 정상랜덤 과정을 입력으로 할 때 출력신호의 전력밀도 스팩트럼은 식(3)으로 계산되며 따라서 시그마 멜타 변조기의 출력신호의 전력밀도 스팩트럼과 SNR을 계산할 수 있다 (3).

$$P_{out}(f) = |H(f)|^2 P(f) \quad (3)$$

식(4)에 시그마 델타 변조 시 양자화오차의 전력밀도 스펙트럼과 식(5)에 노이즈의 전달함수를 나타낸다.

$$P_e = \frac{\sigma_e^2}{f_s} \quad (4)$$

$$|H_e(f)|^2 = |1 - e^{-sT}|^2 = \left\{ 2 \sin \pi \frac{f}{f_s} \right\}^2 \quad (5)$$

여기서 f_s 는 시그마 델타변조의 샘플링 주파수이다.

식(3)에 의하여 1차 시그마 델타 변조 후 전력밀도 스펙트럼과 전력은 식(6)와 식(7)으로 계산된다.

$$P_{ey} = \frac{\sigma_e^2}{f_s} \cdot 4 \sin^2 \pi \frac{f}{f_s} \quad (6)$$

$$\sigma_{ey} = \int_{f_s}^{f_B} P_{ey}(f) df \approx \sigma_e^2 \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{2f_B}{f_s} \right)^3 \quad (7)$$

여기서 f_B 는 입력신호의 대역폭이다.

입력신호에 대한 SNR는 아래와 같다.

$$SNR = 10 \log \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \frac{\pi^2}{3} + 30 \log \frac{f_s}{2f_B} \text{ (dB)} \quad (8)$$

식(8)에서 $\frac{f_s}{f_B} = 2^r$ 이라 놓으면 아래와 같다.

$$SNR = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \frac{\pi^2}{3} + 9.03r \quad (9)$$

샘플링 주파수 f_s 가 2배 증가 할 때마다 SNR은 약 9dB 증가한다.

2.2 2차 시그마 델타 변조기

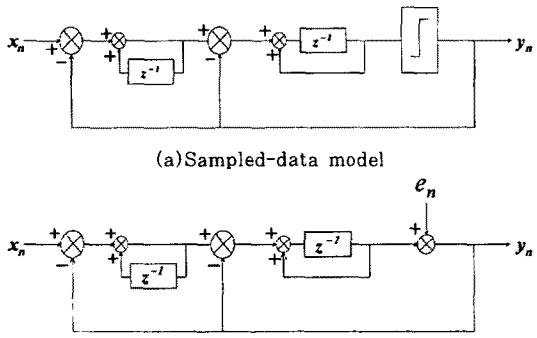


그림 3. 2차 시그마 델타 변조기

그림3은 2차 시그마 델타 변조기의 불력도이며 2차 시그마 델타 변조기의 출력은 다음과 같다.

$$Y(z) = z^{-1}X(z) + (1-z^{-1})^2E(z) \quad (10)$$

STF는 z^{-1} , NTF는 $(1-z^{-1})^2$ 이며 그림 4에 변조 후 노이즈의 주파수응답을 나타낸다.

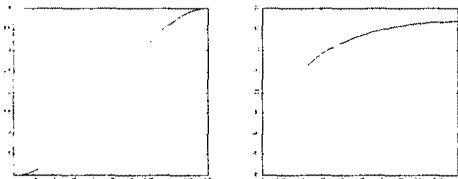


그림 4. 2차 변조기의 노이즈 전달함수

식(11)은 2차 시그마 델타 변조기의 노이즈 전달함수를 식(12)와 식(13)은 양자화 오차의 전력밀도 스펙트럼과 전력을 식(14)은 SNR을 나타낸다.

$$|H_e(f)|^2 = |(1-e^{-j2\pi f})|^2 = \left(2 \sin \pi \frac{f}{f_s} \right)^4 \quad (11)$$

$$P_{ey} = \frac{\sigma_e^2}{f_s} \cdot 2^4 \sin^4 \pi \frac{f}{f_s} \quad (12)$$

$$\sigma_{ey} = \int_{f_s}^{f_B} P_{ey}(f) df \approx \sigma_e^2 \frac{\pi^4}{5} \left(\frac{2f_B}{f_s} \right)^5 \quad (13)$$

$$SNR = 10 \log \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \frac{\pi^4}{5} + 50 \log \frac{f_s}{2f_B} \text{ (dB)} \quad (14)$$

식(14)에서 $\frac{f_s}{f_B} = 2^r$ 으로 하면 아래와 같다.

$$SNR = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \frac{\pi^4}{5} + 15.05r \quad (15)$$

f_s 가 2배 증가 할 때마다 SNR이 약 15dB 정도 증가 한다.

2.3 수정된 2차 시그마 델타 변조기

2차 시그마 델타 변조기에서 두 번째 적분기의 출력은 1비트 양자기를 오버로드 시킬 수 있다[4]. 이런 현상은 입력신호의 크기가 양자기의 입력레벨에 가까워지면서 더욱 심해진다. 양자기레벨 보다 큰 두 번째 적분기 출력을 줄여 주기 위해 그림 5에 나타난 수정된 모양의 2차 시그마 델타 변조기가 제안되었다[5].

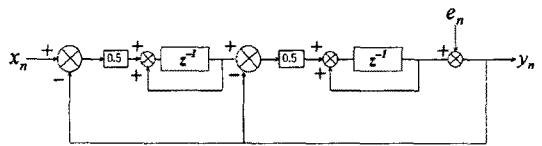


그림 5. 수정된 2차 시그마 델타 변조기

수정된 모델의 전달함수는 아래와 같다.

$$STF = \frac{0.5^2 z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.75z^{-2}} \quad (16)$$

$$NTF = \frac{(1 - z^{-1})^2}{1 - 1.5z^{-1} + 0.75z^{-2}} \quad (17)$$

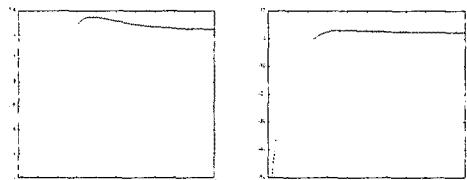
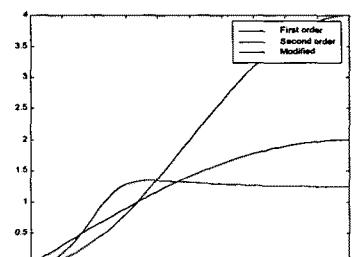
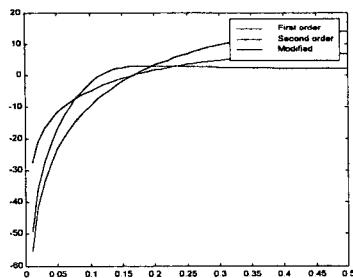


그림 6. 수정된 변조기의 노이즈 전달함수

그림 6은 수정된 2차 시그마델타 변조기의 노이즈 전달 특성곡선이며 수정된 모델이 그림 4에서보다 낮은 SNR를 갖는다. 그림 7은 3가지 모델에 대한 NTF를 비교한 그림이다.



(a) linear scale



(b) log scale

그림 7. 3가지 모델에 대한 NTF

3. 모의 실험

주파수가 60Hz이고 크기가 0.5인 정현파신호를 입력신호로 하여 1차, 2차 시그마 델타 변조기, 그리고 수정된 2차 시그마 델타 변조기들의 출력신호 스펙트럼을 그림 8에 나타낸다.

변조기	fs	5kHz	10kHz	20kHz
1차		15.6	23.8	33.0
2차		13.7	28.7	38.5
수정된 2차		13.6	26.9	37.6

표1. 시그마 델타 변조기의 SNR(dB)

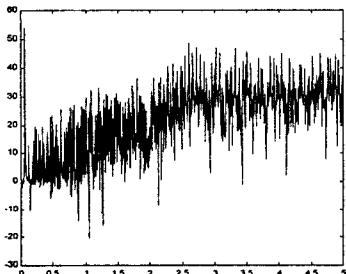
표1은 f_s 를 증가시키며 출력신호의 대역폭을 500Hz로 하여 SNR을 구한 것이다. 표1에서 f_s 가 5 kHz인 경우 1차가 2차보다 높은 SNR을 갖는다. SNR은 f_s 에 따라 증가하나 계산값 보다 작다. 이것은 이론에 사용된 모델과 모의 실험에 사용된 모델과의 차이 때문이다. 이론에 사용된 시그마 델타 변조기는 비선형 모델이므로 NTF를 구하기 위하여 양자화 오차에 의한 노이즈를 백색잡음으로 가정해 모델을 선형화하여 전력 밀도 스펙트럼을 계산했다. 모의 실험은 비선형 모델을 사용했기 때문에 이론상에서 계산된 값과 차이가 난다. 표1을 보면 2차 시그마 델타 변조기의 SNR이 3개의 모델 중 가장 높게 나오나 2차 변조기의 경우 1비트 양자기에 오버로드가 발생하므로 오버로드가 시스템에 미칠 영향에 대하여 고려해야 한다. 수정된 2차 시그마 델타 변조기의 경우 2차의 것보다는 SNR이 낮게 나오지만 오버로드는 발생하지 않았다.

4. 결 론

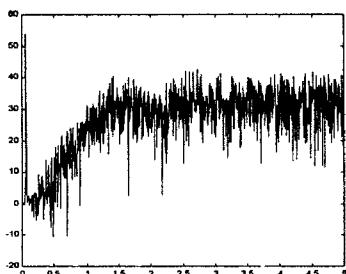
시그마 델타 변조기의 노이즈 특성을 이론적으로 계산하였으며 모의 실험을 통하여 확인하였다. 1차보다 2차 시그마 델타 변조의 SNR이 높으나 2차 변조기를 사용할 경우 오버로드를 막기 위해 양자기의 출력레벨에 대하여 입력신호의 크기와 두 번째 적분기의 출력을 고려해야 한다. 모의실험 과정에서도 2차 변조기의 두 번째 적분기 출력이 1비트 양자기에 오버로드되어 SNR이 낮아졌다. 앞으로 스위칭 컨버터에 수정된 2차 시그마 델타 변조기를 적용해 시스템을 구현하고 그 성능을 연구할 것이다.

[참 고 문 헌]

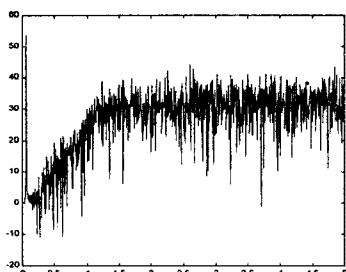
- [1] J. Paramesh, "Use of sigma delta modulation to control EMI from SPWMs", International Journal of Circuit Theory & Applications , V.25, N.5, 1997.9.
- [2] A. Hirota, "Performance Evaluations of Delta - Sigma Modulated Voltage Source Inverter", PEDS'99, pp.951-955, 7, 1999.7.
- [3] P. M. Aziz, "An Overview of Sigma-Delta Converters", IEEE Signal Processing Magazine, pp.61-84, 1996.1.
- [4] J. Candy, "Oversampling methods for A/D and D/A conversion", Oversampling Delta-Sigma Converters, IEEE press, pp.1-25, 1992.
- [5] B. E. Boser, "The Design of sigma-delta modulation analog-to-digital converters", IEEE Journal of Solid State Circuits, pp. 1298-1308, 1988.12.



(a) first order



(b) second order



(c) modified

그림 8. 출력스펙트럼 $f_s = 10\text{kHz}$