

$$\sigma_{ey} = \int_{f_b}^{f_s} P_{ey}(f) df \approx \sigma_e^2 \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{2f_B}{f_s} \right)^3 \quad (7)$$

여기서 f_B 는 입력신호의 대역폭이다.

입력신호에 대한 SNR는 아래와 같다.

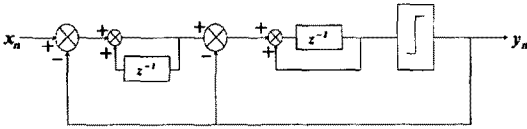
$$SNR = 10 \log \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \frac{\pi^2}{3} + 30 \log \frac{f_s}{2f_B} \quad (dB) \quad (8)$$

식(8)에서 $\frac{f_s}{f_B} = 2^r$ 이라 놓으면 아래와 같다.

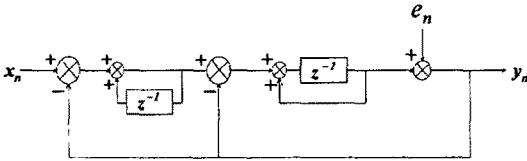
$$SNR = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \frac{\pi^2}{3} + 9.03r \quad (9)$$

샘플링 주파수 f_s 가 2배 증가 할 때마다 SNR은 약 9dB 증가한다.

2.2 2차 시그마 델타 변조기



(a) Sampled-data model



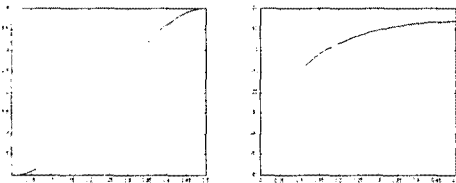
(b) Linearized model

그림 3. 2차 시그마델타 변조기

그림3은 2차 시그마 델타 변조기의 블록도이며 2차 시그마 델타 변조기의 출력은 다음과 같다.

$$Y(z) = z^{-1}X(z) + (1 - z^{-1})^2 E(z) \quad (10)$$

STF는 z^{-1} , NTF는 $(1 - z^{-1})^2$ 이며 그림 4에 변조 후 노이즈의 주파수응답을 나타낸다.



(a) linear scale (b) log scale

그림4. 2차 변조기의 노이즈 전달함수

식(11)은 2차 시그마 델타 변조기의 노이즈 전달함수를 식(12)와 식(13)은 양자화 오차의 전력밀도 스펙트럼과 전력을 식(14)는 SNR을 나타낸다.

$$|H_e(f)|^2 = |(1 - e^{-j2\pi f T})|^2 = \left(2 \sin \pi \frac{f}{f_s} \right)^4 \quad (11)$$

$$P_{ey} = \frac{\sigma_e^2}{f_s} \cdot 2^4 \sin^4 \pi \frac{f}{f_s} \quad (12)$$

$$\sigma_{ey} = \int_{f_b}^{f_s} P_{ey}(f) df \approx \sigma_e^2 \frac{\pi^4}{5} \left(\frac{2f_B}{f_s} \right)^5 \quad (13)$$

$$SNR = 10 \log \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \frac{\pi^4}{5} + 50 \log \frac{f_s}{2f_B} \quad (dB) \quad (14)$$

식(14)에서 $\frac{f_s}{f_B} = 2^r$ 으로 하면 아래와 같다.

$$SNR = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \frac{\pi^4}{5} + 15.05r \quad (15)$$

f_s 가 2배 증가 할 때마다 SNR이 약 15dB 정도 증가 한다.

2.3 수정된 2차 시그마델타 변조기

2차 시그마 델타 변조기에서 두 번째 적분기의 출력은 1비트 양자기를 오버로드 시킬 수 있다[4]. 이런 현상은 입력신호의 크기가 양자기의 입력레벨에 가까워지면서 더욱 심해진다. 양자기레벨 보다 큰 두 번째 적분기 출력을 줄여 주기 위해 그림 5에 나타난 수정된 모양의 2차 시그마 델타 변조기가 제안되었다[5].

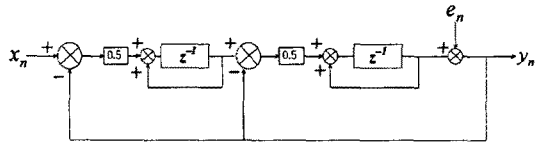
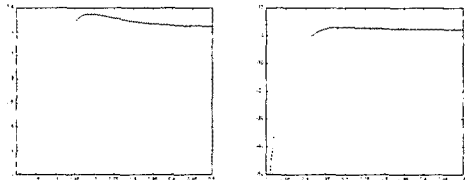


그림 5. 수정된 2차 시그마 델타 변조기

수정된 모델의 전달함수는 아래와 같다.

$$STF = \frac{0.5^2 z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.75z^{-2}} \quad (16)$$

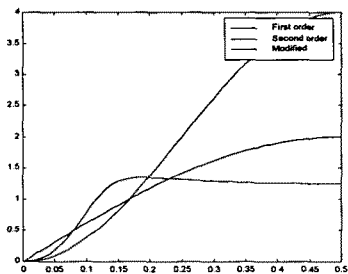
$$NTF = \frac{(1 - z^{-1})^2}{1 - 1.5z^{-1} + 0.75z^{-2}} \quad (17)$$



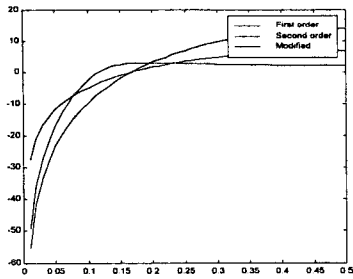
(a) linear scale (b) log scale

그림 6. 수정된 변조기의 노이즈 전달함수

그림 6은 수정된 2차 시그마델타 변조기의 노이즈 전달 특성 곡선이며 수정된 모델이 그림 4에서보다 낮은 SNR을 갖는다. 그림 7은 3가지 모델에 대한 NTF를 비교한 그림이다.



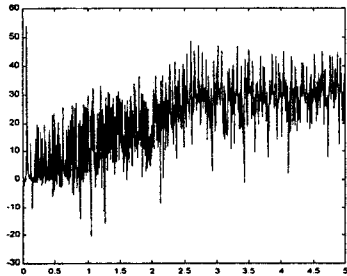
(a) linear scale



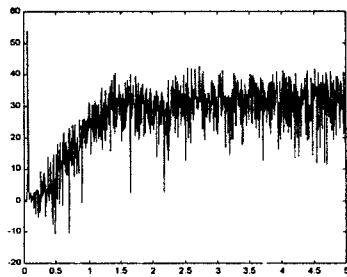
(b) log scale
 그림 7. 3가지 모델에 대한 NTF

3. 모의 실험

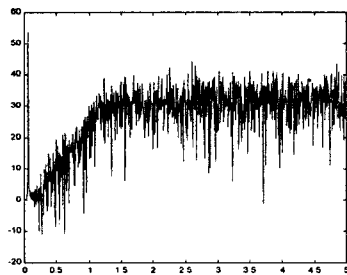
주파수가 60Hz 이고 크기가 0.5인 정현파신호를 입력신호로 하여 1차, 2차 시그마 델타 변조기, 그리고 수정된 2차 시그마 델타 변조기들의 출력신호 스펙트럼을 그림 8에 나타낸다.



(a) first order



(b) second order



(c) modified

그림 8. 출력스펙트럼 $f_s = 10kHz$

변조기	f_s	5kHz	10kHz	20kHz
1차		15.6	23.8	33.0
2차		13.7	28.7	38.5
수정된2차		13.6	26.9	37.6

표1. 시그마 델타 변조기의 SNR(dB)

표1은 f_s 를 증가시키며 출력신호의 대역폭을 500Hz로 하여 SNR을 구한 것이다. 표1에서 f_s 가 5 kHz 인 경우 1차가 2차보다 높은 SNR을 갖는다. SNR은 f_s 에 따라 증가하나 계산값 보다 작다. 이것은 이론에 사용된 모델과 모의 실험에 사용된 모델과의 차이 때문이다. 이론에 사용된 시그마 델타 변조기는 비선형 모델이므로 NTF를 구하기 위하여 양자화 오차에 의한 노이즈를 백색잡음으로 가정해 모델을 선형화 하여 전력 밀도 스펙트럼을 계산했다. 모의 실험은 비선형 모델을 사용했기 때문에 이론상에서 계산된 값과 차이가 난다. 표1을 보면 2차 시그마 델타 변조기의 SNR이 3개의 모델 중 가장 높게 나오나 2차 변조기의 경우 1비트 양자기에 오버로드가 발생하므로 오버로드가 시스템에 미칠 영향에 대하여 고려해야 한다. 수정된 2차 시그마 델타 변조기의 경우 2차의 것보다 SNR이 낮게 나오지만 오버로드는 발생하지 않았다.

4. 결 론

시그마 델타 변조기의 노이즈 특성을 이론적으로 계산하였으며 모의 실험을 통하여 확인하였다. 1차보다 2차 시그마 델타 변조의 SNR이 높으나 2차 변조기를 사용할 경우 오버로드를 막기위해 양자의 출력레벨에 대하여 입력신호의 크기와 두 번째 적분기의 출력을 고려해야한다. 모의실험 과정에서 2차 변조기의 두 번째 적분기 출력이 1비트 양자기에 오버로드되어 SNR이 낮아졌다. 앞으로 스위칭 컨버터에 수정된 2차 시그마 델타 변조기를 적용해 시스템을 구현하고 그 성능을 연구할 것이다.

[참 고 문 헌]

- [1] J. Paramesh, "Use of sigma delta modulation to control EMI from SPWMs", International Journal of Circuit Theory & Applications, V.25, N.5, 1997,9.
- [2] A. Hirota, "Performance Evaluations of Delta - Sigma Modulated Voltage Source Inverter", PEDS'99, pp.951-955.7, 1999.7.
- [3] P. M. Aziz, "An Overview of Sigma-Delta Converters", IEEE Signal Processing Magazine, pp.61-84, 1996.1.
- [4] J. Candy, "Oversampling methods for A/D and D/A conversion", Oversampling Delta-Sigma Converters, IEEE press, pp.1-25, 1992.
- [5] B. E. Boser, "The Design of sigma-delta modulation analog-to-digital converters", IEEE Journal of Solid State Circuits, pp. 1298-1308,1988,12.