

일정 스위칭 주파수를 가지는 유도전동기 직접토크제어의 토크리플 저감기법

나 광균, 신명호, 현동석  
한양대학교 전기공학과

Reduction Method of Torque Ripple in Induction Motor using DTC with Constant Switching Frequency

Koang-Kyun La, Myoung-Ho Shin, Dong-Seok Hyun  
Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University

**Abstract** - 직접토크제어(DTC)가 빠른 토크 응답을 가지고 있다<sup>1,2</sup>. 이는 널리 알려진 사실이다. 이것은 기존의 벡터 제어와는 달리 공간 전압벡터에 의해 직접적으로 토크와 자속이 제어되기 때문이다. 이로 인해 직접토크제어 기법은 그것이 도입되어진 1980년대 중반<sup>1,2</sup> 이래로 토크의 빠른 응답을 필요로 하는 분야에 점차적으로 적용되어져 왔다. 하지만 이런 장점에도 불구하고 직접토크제어는 히스테리시스 밴드, 속도 그리고 전동기 파라메타의 변화에 따른 스위칭 주파수의 변화와 토크 리플의 증가, 좋은 성능을 위한 높은 제어 주기 등의 몇 가지 단점을 가지고 있었다. 그래서 DTC의 단점들을 해결하기 위해 여러 연구들이 이루어져 왔다.

본 논문에서는 이들 단점들 중 하나인 토크리플을 개선하려 한다. 다른 논문들에서도 일정 주파수를 가지는 여러 제어 기법을 사용하여 직접토크제어의 단점들을 해결하려 했지만 너무 복잡하고 큰 성능을 나타내지 못했으며 몇몇 논문들은 오히려 직접토크제어의 장점인 빠른 응답성을 잃는 결과도 가져왔다. 그래서 본 논문은 간단한 개념을 가지고 토크리플을 줄이며 일정 스위칭 주파수를 가지므로 DSP를 사용하여 제어하기 용이한 직접토크제어기법을 제안하려 한다.

1. 서 론

전통적인 직접토크제어에서의 스위칭 주파수는 자속과 토크의 히스테리시스 밴드와 속도의 변화, 그리고 전동기 파라메타의 변화에 따라 변한다. 보통 스위칭 주파수는 고속에서 가장 높게 되는데, 전력용 소자의 보호를 위해 고속에서의 스위칭 주파수를 고려하여 히스테리시스 밴드를 너무 작게 결정할 수 없게 되고 그로 인해 저속에 알맞은 밴드의 범위가 정해지지 못해 저속에서의 성능을 떨어뜨리는 결과를 낳는다. 또한, DSP를 사용하는 요즘의 제어에 있어 스위칭 주파수의 변화는 직접토크제어의 단점이라 말할 수 있을 것이다. 그래서 여러 논문들이 일정 스위칭 주파수를 가지면서 그와 동시에 직접토크제어의 다른 단점들(특히, 토크 리플)의 성능 향상을 꾀하고 있다.

일정 주파수를 가지는 직접토크제어를 실현하기 위해서 사용되어진 방법들<sup>3,4,6</sup> 중에 주목할만한 것은 공간 전압 벡터 변조방식<sup>3,4</sup>을 이용한 것과 한 주기동안의 평균 토크 면적이 기준 토크 값과 같게 제어하는 방식(Direct Mean Torque Control)<sup>5</sup>, 그리고 한 주기 동안의 토크의 리플의 RMS값을 최소로 하여 제어하는 방식<sup>6</sup>을 들 수 있다. 공간 전압 벡터 변조방식을 사용한 [3][4]는 기존의 벡터제어와 동일한 스위칭 패턴을 사용하지만 너무 복잡하고 계산시간이 너무 오래 걸려 비용과 시간적 문제로 현장에서 적용하기 번거로운 점이 있다. 하지만 [5]와 [6]은 한 주기마다 스위칭 테이블에 따라 결정된 영벡터가 아닌 6개의 인버터 전압벡터를 토크 에러에 따라 계산된 인가시간 만큼 내주고 나머지 시간 동안 영벡터를 내준다. 이 개념은 공간 전압 벡터 변조 방식을 이용하는 개념보다 간단하고 이해도 쉬워 적용하는데 있어 용이하다. 본 논문에서는 영벡터를 인가하는 스위칭 시간을 계산하는 새로운 방법을 제안한다. 한 주기동안의 토크 리플을 네 영역으로 나누고 각 영역의 면적의 식을 구한 다음 합하여 그 면적이 최소가 되도록 하는 시간을 구하여 그 시간동안 영벡터가 아닌 벡터를 인가하는 것이다. 또한 나머지 시간동안은 영 벡터를 내주게 된다. 이것은 간단한 면적의 개념 속에서 일정 스위칭 주파수를 가지며 그와 더불어 토크의 리플의 향상을 가져올 수 있는 또 하나의 방법이라 할 수 있다.

직접토크제어의 전통적인 방법을 시뮬레이션 파형과 함께 간단히 설명하고, 제안된 방법의 원리를 설명함과 더불어 시뮬레

이션 파형을 비교하여 그 타당성을 증명한다.

2. 본 론

2.1 제안된 기법의 원리

2.1.1 유도전동기의 모델링

유도전동기의 동적특성은 고정자 기준 제어에 있어 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{\psi}_s = R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt} \tag{1}$$

$$0 = R_r i_r + \frac{d\psi_r}{dt} - j\omega_s \psi_r \tag{2}$$

$$\psi_s = L_s i_s + L_m i_r \tag{3}$$

$$\psi_r = L_r i_r + L_m i_s \tag{4}$$

여기서,

$\psi_s$  는 고정자 전압

$i_s, i_r$  은 각각 고정자와 회전자 전류

$\psi_s, \psi_r$  는 각각 고정자와 회전자 자속

$R_s, R_r$  은 각각 고정자와 회전자 자속

$L_s, L_r$  은 각각 고정자와 회전자의 자기 인덕턴스

$L_m$  은 상호인덕턴스

$\omega_s$  은 모터의 각속도

또한, 모터의 발생토크(electromagnetic torque)는 고정자 자속과 회전자 자속으로 표현되며, 다음과 같다.

$$T = (\frac{3}{2}) (\frac{P}{2}) \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \text{Im}(\psi_s^* i_r) \tag{5}$$

여기서, P는 극수,  $\sigma = 1 - L_m^2 / (L_s L_r)$

• 는 스칼라 곱

\* 는 공액 복소수

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_s}{dt} \\ \frac{d\psi_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & R_r L_m \\ \sigma L_s & \sigma L_r L_r \\ R_r L_m & j\omega_s - \frac{R_r}{\sigma L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \psi_s \tag{6}$$

식(1)~(4)에서  $i_s, i_r$ 을 소거시키면, 고정자 자속과 회전자 자속으로 표현되는 유도기의 상태방정식을 이끌어낼 수 있다.

2.1.2 일정 스위칭 주파수를 가지는 직접토크제어

만약 제어주기  $t_s$ 가 충분히 작다면,  $t_{k+1}$ 번째 고정자와 회전자 자속은 다음과 같이 표현될 수 있고,

$$\psi_{s,k+1} = \psi_{s,k} + \frac{d\psi_{s,k}}{dt} t_s \tag{7}$$

$$\psi_{r,k+1} = \psi_{r,k} + \frac{d\psi_{r,k}}{dt} t_s \tag{8}$$

식(7)과 (8)을 식(6)에 대입하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

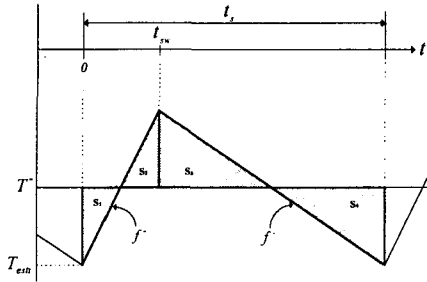


그림 1. 일정 스위칭 주파수를 가지는 토크의 변화

$$\phi_{s,k-1} = \phi_{s,k} + (-\frac{R_r}{\alpha L_r} \phi_{s,k} + \frac{R_r L_m}{\alpha L_r} \phi_{s,k} + \dot{V}_{s,k}) t_s \quad (9)$$

$$\phi_{s,k+1} = \phi_{s,k} + (-\frac{R_r L_m}{\alpha L_r} \phi_{s,k} + (j\omega_{ms} - \frac{R_r}{\alpha L_r} \phi_{s,k})) t_s \quad (10)$$

또한, 토크의 변화량 식(9), (10)을 토크식(5)에 대입하여 정리하면  $t_s$  동안  $\Delta T_{k+1}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\Delta T_{k+1}}{t_s} = -T_k (\frac{R_r}{\alpha L_r} + \frac{R_r}{\alpha L_r}) + (\frac{3}{2}) (\frac{P}{2}) \frac{L_m}{\alpha L_r} \cdot \text{Im}(\dot{V}_{s,k} \cdot \dot{V}_{s,k}^* - j\omega_{ms} (\dot{V}_{s,k} \cdot \dot{V}_{s,k}^*)) \quad (11)$$

식(11)은 전압 벡터  $\dot{V}_{s,k}$ 를  $t_s$  동안 인가하였을 때의 변화량이며 영벡터를 인가하였을 때의 토크 변화량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\Delta T_{k+1}}{t_s} = -T_k (\frac{R_r}{\alpha L_r} + \frac{R_r}{\alpha L_r}) - (\frac{3}{2}) (\frac{P}{2}) \frac{L_m}{\alpha L_r} \cdot \text{Im}(j\omega_{ms} (\dot{V}_{s,k} \cdot \dot{V}_{s,k}^*)) \quad (12)$$

식(11)과 (12)는 각각 영 벡터가 아닌 전압 벡터를 인가하였을 때와 영 벡터를 인가하였을 때의 토크 변화량(기울기)을 나타내고 있다. 식(11)을  $f^+$ , 식(12)를  $f^-$ 라고 놓고 식(11)과 (12)를 다시 정리하면 식(13), (14)와 같이 된다.

$$f^+ = -\frac{T_{est}}{\sigma T_r} + \frac{3P}{4} \frac{R_r L_m}{\alpha L_r} (-V_{s,k} \phi_{s,k} + V_{s,k}^* \phi_{s,k} - \omega_{ms} (\phi_{s,k} \phi_{s,k}^* + \phi_{s,k} \phi_{s,k}^*)) \quad (13)$$

$$f^- = -\frac{T_{est}}{\sigma T_r} - \frac{3P}{4} \frac{R_r L_m}{\alpha L_r} \omega_{ms} (\phi_{s,k} \phi_{s,k}^* + \phi_{s,k} \phi_{s,k}^*) \quad (14)$$

여기서,  $T_{esti}$ 는 추정된 토크, 그리고  $\sigma T_r = (\frac{R_r}{\alpha L_r} + \frac{R_r}{\alpha L_r})^{-1}$

$t_s$ 의 샘플링 시간 동안  $t_{sw}$ 만큼은 영벡터가 아닌 벡터를 인가하고, 나머지 시간 동안은 영벡터를 인가한다고 생각하고  $f^+$ ,  $f^-$ 를 이용해 샘플링 시간  $t_s$  동안의 토크 리플 패턴을 그리면 그

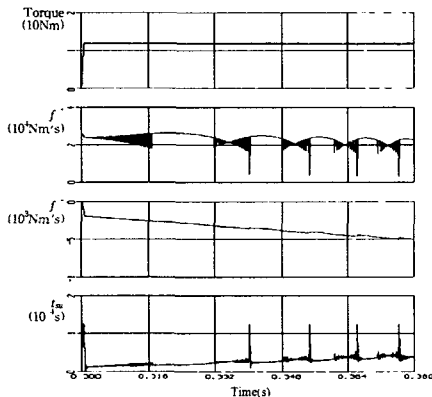


그림 2. 스텝토크 인가시  $f^+$ ,  $f^-$ ,  $t_{sw}$ 값의 변화

림 1과 같이 된다.  $t_s$ 가 짧은 시간이기 때문에 각각의 증감하는 토크는 직선으로 간주되어질 수 있다. 또한 그림 1에서 토크 리플을 네 부분으로 나누고 각 부분의 면적을 구하면 다음과 같다.

$$S_1 = \frac{\Delta T^2}{2f_1} \quad (15)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} (t_{sw} - \frac{\Delta T}{f_1}) (t_{sw} f_1 - \Delta T) \quad (16)$$

$$S_3 = \frac{(t_{sw} f_2 - \Delta T)^2}{2f_2} \quad (17)$$

$$S_4 = \frac{1}{2} f_2 (f_2 - t_{sw} (1 + \frac{f_1}{f_2}) + \frac{\Delta T}{f_2} + t_s)^2 \quad (18)$$

$$S_{ripple} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \quad (19)$$

여기서,  $\Delta T = T^* - T_{est}$

식(19)에서와 같이 각 영역의 면적을 합하면 한 주기 동안의 토크 리플이라 생각할 수 있다. 이 합한 면적  $S_{ripple}$ 를  $t_{sw}$ 에 대해 식(20)과 같이 미분 하여 총면적이 최소로 되는 값을 구하면 토크 리플  $S_{ripple}$ 를 최소로 하는 샘플링 주기  $t_s$ 내의 스위칭 시간  $t_{sw}$ 를 식(21)과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{dS_{ripple}}{dt_{sw}} = \frac{d}{dt_{sw}} (S_1 + S_2 + S_3 + S_4) = 0 \quad (20)$$

$$t_{sw} = \frac{(f_1 + f_2)(t_s f_2 + 2\Delta T)}{2f_1^2 + f_2^2 + 3f_1 f_2} \quad (21)$$

그림 2는 제안된 방법을 사용하여 스텝 토크를 주었을 때의  $f^+$ ,  $f^-$ ,  $t_{sw}$ 의 값이다. 여기서  $t_{sw}$ 가  $f^+$ 의 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

### 2.1.3 전통적인 방법과 제안된 방법의 비교

그림 3은 직접토크제어에 사용된 공간전압벡터와 영역의 분할을 나타낸 것이다. 또한 자속에러  $\Delta \phi_s$ , 토크에러  $\Delta T$ , 그리고 영역 S에 따른 스위칭 테이블은 표 1에 나타내었다. 그림 1과 표 1은 전통적인 방법의 DTC와 제안된 방법의 DTC에 동일하게 사용되고, 단지 차이점이려면 제안된 DTC의 히스테리시스 밴드가 0이라는 점이다. 고정자 자속이 영역 S에 있는 경우 표 1에서와 같이  $\Delta T$ 가 주어진 밴드보다 크면 ( $T_{level} = 1$ ), 공간벡터  $V_{s+1}$ ,  $V_{s+2}$ 를 자속 에러( $\phi_{level} = 1$ (자속 에러가 밴드 폭보다 작을 때) 또는  $\phi_{level} = 0$ (자속 에러가 밴드 폭 내에 있을 때)) 따라 인가해 주고 반대로  $\Delta T$ 가 주어진 밴드보다 작으면 ( $T_{level} = -1$ ), 공간벡터  $V_{s-1}$ ,  $V_{s-2}$ 를 고정자 자속 에러 ( $\phi_{level} = 1$  또는 0)에 따라 결정하여 내준다. 만약 토크 에러가 토크의 주어진 밴드 폭 안에 있으면 ( $T_{level} = 0$ ), 영벡터  $V_0$ ,  $V_7$ 를 이전의 스위칭 상태에 따라 내 주게 된다. 제안된 방법의 DTC는 그림 3과 표 1에 따라 공간전압벡터  $V_{s,k}$ 가 결정되면, 이것을 가지고 각 스위칭 주기마다 토크 증감치가  $f^+$ ,  $f^-$ (식(13), (14))을 계산하여 스위칭 시간  $t_{sw}$ 를 계산한다. 결국  $t_{sw}$  동안은 영벡터가 아닌 벡터를  $t_s - t_{sw}$ 의 시간 동안 영벡터를 인가하게 되는 것이다. 하지만 만약  $t_{sw}$ 가  $t_s$ 보다 크면,  $t_s$  시간 내내  $V_{s,k}$ 를 인가하게 된다. 제안된 방법의 DTC의 블록도를 그림 4에 나타내었다.

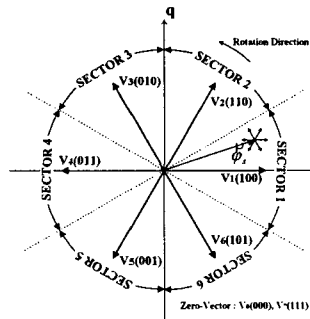


그림 3. DTC의 공간전압벡터, 자속, 섹터

표 1. 스위칭 테이블

Setor S	$\phi_{level}$	
	1	0
$T_{level}$	1	$V_{s-1}$ $V_{s-2}$
	0	$V_0, 7$ $V_0, 7$
	-1	$V_{s-1}$ $V_{s-2}$

전통적인 방법과 제안한 방법의 시뮬레이션 결과를 그림 5에

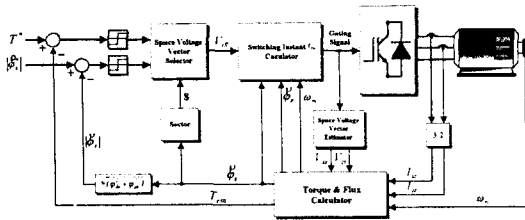


그림 4. 제안된 DTC의 블럭도

나타내었다. 유도전동기의 파라메타는 표 2에 주어졌다. 자속과 토크 히스테리시스 밴드는 제안된 방법과 비교하기 위해 좁게 주어졌다. 그림 5는 전동기의 정상속도가 650rpm에 이를 때까지(0.4초) 부하토크와 함께 스텝토크를 인가한 파형이다. 전통적인 방법의 제어주기는 25 $\mu$ s이고, 제안한 방법의 제어주기는 123 $\mu$ s이다. 그림 5와 6에서 보는 바와 같이 제안한 방법의 토크 리플이 더 작다는 것을 알 수 있다. 일정 스위칭 주파수를 가지는 제안된 방법으로 기존의 방법보다 더 향상된

표 2. 전동기 파라미터 값	
파라미터	값
정격출력	2.2(kW)
극수	4
정격자속	0.42(Wb)
고정자 저항	1.26( $\Omega$ )
회전자 저항	0.21( $\Omega$ )
자과 인덕턴스	0.05(mH)
관성모멘트	0.017(kg $\cdot$ m $^2$ )
고정자 누설인덕턴스	4.7e-3(mH)
회전자 누설인덕턴스	4.7e-3(mH)

토크 성능을 나타내었다. 그러나 자속 성능은 다소 좋지 못하다. 이것은 제안한 방법이 자속을 고려하지 않고 토크리플에 초점을 맞추고  $t_{sw}$ 를 계산하였기 때문이다. 이것에 대한 더 향상된 제어 기법이 요구되어진다. 또한, 토크리플이 전동기 속도에 영향을 받는 것을 볼 수 있는데 전통적인 방법의 히스테리시스 밴드와 제어주기를 고려한다면 속도에 따른 토크리플의 증가는 받아들일만 하다.

그림 7은 제안한 방법의 저속영역(50rpm이하)에서의 성능을 기존의 방법과 비교하여 나타냈다. 더 나은 성능을 보여주고 있다.

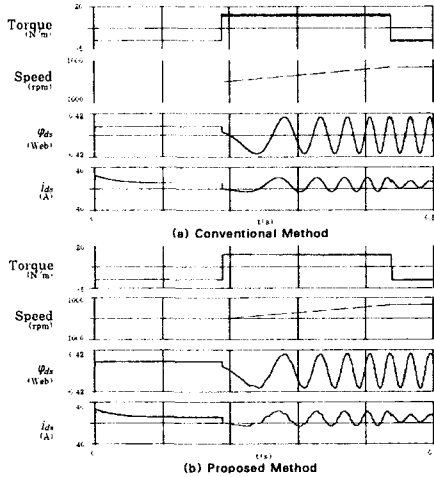


그림 5. 부하토크(12Nm)와 함께 스텝토크(15Nm)를 0.4초동안 인가했을 때의 토크, 속도, d축 고정자 자속과 전류

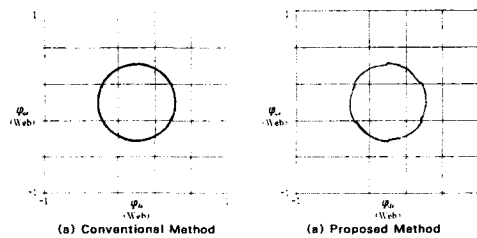


그림 6. 그림 5에서의 d-q축 자속의 개척

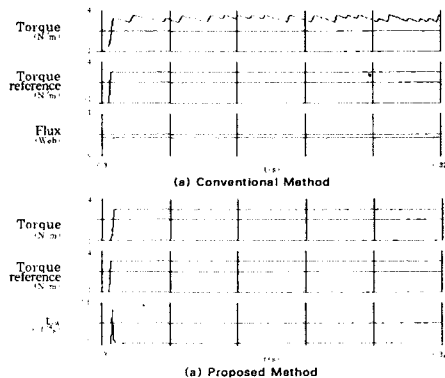


그림 7. 저속에서의 성능 비교

### 3. 결 론

본 논문에서는 토크리플이 네 부분으로 나누고 각각의 영역의 식을 구해 그것들의 합이 최소로 되는 스위칭 시간을 구하였다. 스위칭 주기마다 영벡터가 아닌 벡터가 구해진 스위칭 시간동안 인가되고 나머지 시간동안은 영벡터가 인가된다. 시뮬레이션 결과로 전통적인 방법보다 제안한 방법의 토크리플이 상당히 감소한다는 것을 볼 수 있었다. 이것은 또한, 일정 스위칭 주파수를 갖기 때문에 DSP를 사용하여 구현하기에 용이하다.

### [참고 문헌]

1. Takahashi and T. Noguchi., "A New Quick Response and High-efficiency Torque Strategy of an Induction Motor," *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol.22, no.5, pp.820-827, 1986.
2. I. Takahashi and Y. Ohmori, "High Performance Direct Torque Control of an Induction Motor," *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol.25 no.2, pp.257-264, 1989.
3. T. Habetler, F. Profumo and M. Pastorelli, "Direct Torque Control of Induction Machines using Space Vector Modulation," *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol.28 No.5, pp.1045-1052, 1992.
4. E. Flach, R. Hoffmann and P. Mutschler, "Direct Mean Torque Control of an Induction Motor," in *Conference Record of the European Conference on Power Electronics and Applications*, pp. 3.672-3.676, 1997.
5. J. K. Kang and S. K. Sul, "Torque Ripple Minimization Strategy of Direct Torque Control of Induction Motor," in *Conference Record of IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pp. 438-443, 1998.
6. Y. Li, J. Shao and B. Si, "Direct Torque Control of Induction Motors for Low Speed drives considering discrete effects of control and dead-time of inverters," in *Conference Record of IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pp.781-788, 1997.
7. Hoang Le-Huy, "Comparison of Field-Oriented Control and Direct Torque Control for Induction Motor Drives," in *Conference Record of IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pp.1245-1252, 1999.
8. D. Casadei, G. Serra, "Analytical Investigation of Torque and Flux Ripple in DTC Schemes for Induction Motor," in *Conference Record of IEEE-IECON*, pp. 552-556, 1997.
9. James N. Nash, "Direct Torque Control Induction Motor Vector Control Without an Encoder," *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol.33, no.2, pp.333-341, 1997.