

## 새로운 축소 차원 확장 루엔버거 관측기를 이용한 유도 전동기의 센서리스 벡터 제어

송주호. 이교범. 송중호\*. 최 익\*. 임묘택  
고려대학교 전기공학과. \*한국과학기술연구원 지능제어연구센터

### Vector Control of Induction Motor without Speed Sensor Using a New Reduced-Order Extended Luenberger Observer

Jooho Song, Kyo-Beum Lee, Joong-Ho Song\*, Ick Choy\*, Myotaeg Lim  
Dept. of Electrical Eng., Korea Univ., \*Intelligent Systems Control Research Center, KIST

**Abstract** - This paper proposes the new reduced-order extended Luenberger observer and presents the application to sensorless vector control of induction motor. The main features of the proposed observer are discussed and compared with the other observers.

#### 1. 서 론

벡터 제어는 유도 전동기를 제어하는 방식으로서 널리 사용되는 방식이다. 벡터 제어를 하기 위해서는 회전자 자속의 정확한 추정이 필요하며, 회전자 속도를 이용하여 자속을 추정하는 여러 방법이 알려져 있다. 그러나, 구동 환경에 따라서 속도 센서를 이용할 수 없는 경우가 있으며, 이러한 경우에 속도 추정 알고리즘이 필요하다. 회전자 자속과 속도를 추정하기 위하여 관측기를 이용하는 경우가 많으며, 그 대표적인 예가 적용 관측기[1]와 확장 루엔버거 관측기[2][3]이다.

적용 관측기는 자속 추정을 위한 선형 관측기와 속도 추정을 위한 적용 추정기가 직렬로 연결되어 있다. 이러한 직렬 구조는, 자속 추정 오차가 속도 추정 오차를 증폭시키고, 속도 추정 오차가 다시 자속 추정 오차를 증폭시키는 상호 오차 증폭의 문제를 있다[4]. 그러나 확장 루엔버거 관측기는 확전자 자속과 속도를 동시에 추정하므로, 상호 오차 증폭의 문제를 갖고 있지 않다. 하지만, 확장 루엔버거 관측기는 적용 관측기보다 차수가 높아 계산이 복잡하므로, 차원을 축소시켜 계산양을 줄일 필요가 있다. 차원을 줄이는 방법은, 정사영 행렬을 이용하는 방법과, 알고 있는 상태 변수를 소거하는 방법이 있다. 첫째 방법에 의한 관측기 설계는 Orlowska-Kowaska[2]와 Du[3]에 의해 적용되었으나, 저속시와 변속시에 추정하지 못하는 문제점이 있다.

따라서, 본 논문에서는 상태 변수 소거법을 이용하여 축소 차원 확장 루엔버거 관측기(Reduced-Order Luenberger Observer, ROELO)를 설계하는 방법을 제안하고, 적용 관측기와 정사영법을 이용한 기존의 축소 차원 확장 루엔버거 관측기의 성능과 비교한다.

#### 2. 유도 전동기 모델과 확장 루엔버거 관측기

##### 2.1 유도 전동기 모델

일반적으로, 기계적 파라미터는 전기적' 파라미터보다 변화율이 매우 느리므로, 이산 시간 시스템에 적용할 경우, 한 샘플링 주기 동안 상수로 보아도 무방하다. 따라서 기계적 파라미터인 유도 전동기의 회전자 속도를 식(1)과 같이 모델링 할 수 있다.

$$\omega_r(t) = 0 \quad (1)$$

이 식을 포함하는 회전자 자속 지향 좌표에서의 비선형 유도 전동기 모델을 다음과 같이 얻는다. 편의상 시간을 나타내는 변수  $t$ 는 생략한다.

$$\dot{x} = f(x) + Bu \quad (2)$$

$$y = Cx$$

$$x = [i_{ds}^e \ i_{qs}^e \ \psi_{dr}^e \ \psi_{qr}^e \ \omega_r]^T \quad (3)$$

$$y = [i_{ds}^e \ i_{qs}^e]^T \quad u = [v_{ds}^e \ v_{qs}^e]^T$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -Ni_{ds}^e + (\omega_r + \omega_{sl})i_{qs}^e + M\frac{1}{\tau_r}\psi_{dr}^e + M\omega_r\psi_{qr}^e \\ -(\omega_r + \omega_{sl})i_{ds}^e - Ni_{qs}^e - M\omega_r\psi_{dr}^e + M\frac{1}{\tau_r}\psi_{qr}^e \\ \frac{L_m}{\tau_r}i_{ds}^e - \frac{1}{\tau_r}\psi_{dr}^e + \omega_{sl}\psi_{qr}^e \\ \frac{L_m}{\tau_r}i_{qs}^e - \omega_{sl}\psi_{dr}^e - \frac{1}{\tau_r}\psi_{qr}^e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} M\frac{L_r}{L_m} & 0 \\ 0 & M\frac{L_r}{L_m} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\tau_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad M = \frac{L_m}{L_s L_r - L_m^2}, \quad N = M \left( R_s \frac{L_r}{L_m} + \frac{L_m}{\tau_r} \right) \quad (6)$$

##### 2.2 선형화 및 전자원 확장 루엔버거 관측기

식 (2)의 비선형 모델은 다음의 식 (7)과 같이 Jacobian 근사화를 통해 선형화 할 수 있다. 이 때,  $\bar{x}$ 는  $\Delta t$  시간 전의 상태값,  $x(t-\Delta t)$ 를 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= f(x) + Bu \approx f(\bar{x}) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}} (\bar{x} - x) + Bu \\ &= \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}} \bar{x} + Bu + f(\bar{x}) - \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}} \bar{x} \\ &= A(\bar{x})x + Bu + g(\bar{x}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$A(\bar{x}) = \begin{bmatrix} -N & \bar{\omega}_r + \omega_{sl} & M\frac{1}{\tau_r} & M\bar{\omega}_r & \bar{i}_{qs}^e + M\bar{\psi}_{qr}^e \\ -\bar{\omega}_r - \omega_{sl} & -N & -M\bar{\omega}_r & M\frac{1}{\tau_r} & -\bar{i}_{ds}^e - M\bar{\psi}_{dr}^e \\ \frac{L_m}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & \omega_{sl} & 0 \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} & -\omega_{sl} & -\frac{1}{\tau_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$g(\bar{x}) = \begin{bmatrix} -(\bar{i}_{qs}^e + M\bar{\psi}_{qr}^e)\bar{\omega}_r \\ (\bar{i}_{ds}^e + M\bar{\psi}_{dr}^e)\bar{\omega}_r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

전차원 확장 루엔버거 관측기는 선형화된 유도 전동기 모델을 이용하여 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A(\bar{x})\hat{x} + Bu + G(y - C\hat{x}) + g(\bar{x}) \\ &= (A(\bar{x}) - GC)\hat{x} + Bu + Gy + g(\bar{x})\end{aligned}\quad (10)$$

### 3. 축소 차원 확장 루엔버거 관측기

#### 3.1 차원 축소 방법

전차원 확장 루엔버거 관측기는 5차로 이뤄져 있으므로 관측기 이득 행렬을 구하는 것이 일반적으로 어렵다. 따라서 차원을 줄여 이득 행렬 계산을 쉽게 할 필요가 있다. 식 (3)의 다섯 개의 상태 변수 중 전류는 알고 있으므로 3차로 줄일 수 있다. 차원을 줄이는 방법은 정사영 행렬을 이용하는 방법과 알고 있는 상태 변수를 소거하는 방법이 있다.

정사영법으로 확장 루엔버거 관측기의 차원을 줄이는 방법은 Orlowska-Kowaska[2]와 Du[3]에 의해 적용되었다. 이 방법에 의한 축소 차원 확장 루엔버거 관측기(ROELO1)는 관측기의 극점의 위치를 쉽게 설정할 수 있는 장점이 있으나, 이득 행렬을 구하는 방정식을 계산하는데 많은 계산량을 필요로 하는 단점이 있다.

상태 변수 소거법은 본 논문에서 제안하는 축소 차원 확장 루엔버거 관측기에 적용되는 방식이다. 식 (7)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{x}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ x_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$y = [I \ 0] \begin{bmatrix} x_n \\ x_p \end{bmatrix} = x_n$$

이 식을 풀어쓰면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}\dot{y} &= \dot{x}_n = A_{11}x_n + A_{12}x_p + B_1u + g_1 \\ \dot{x}_p &= A_{21}x_n + A_{22}x_p + g_2 = A_{21}y + A_{22}x_p + g_2\end{aligned}\quad (12)$$

다음과 같이  $\bar{u}$ 와  $w$ 를 정의하자.

$$\begin{aligned}\bar{u} &= A_{21}y + g_2 \\ w &= A_{21}x_p = \dot{y} - A_{11}y - B_1u - g_1\end{aligned}\quad (13)$$

이 값을 식 (12)에 대입하면 다음과 같은 축소 차원 시스템을 얻는다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_p &= A_{22}x_p + \bar{u} \\ w &= A_{21}x_p\end{aligned}\quad (14)$$

이 시스템으로 다음과 같은 관측기를 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_p &= A_{22}\hat{x}_p + G(w - A_{21}\hat{x}_p) + \bar{u} \\ &= (A_{22} - GA_{12})\hat{x}_p + G(y - A_{11}y - B_1 - g_1) + A_{21}y + g_2\end{aligned}\quad (15)$$

그런데, 이 식에 포함된  $y$ 의 미분치는 잡음 증폭과 같은 악영향을 줄 수 있으므로, 이를 제거하기 위하여 다음과 같이 벡터  $z$ 를 정의한다.

$$z = \hat{x}_p - Gy \quad (16)$$

이 식을 식 (15)에 대입하면 다음과 같은 축소 차원 확장 루엔버거 관측기(ROELO2)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{z} &= (A_{22} - GA_{12})z + [(A_{22} - GA_{12})G \\ &\quad + (A_{21} - GA_{11})]y - G(B_1u + g_1) + g_2\end{aligned}\quad (17)$$

이 식으로부터 얻은  $z$ 를 식 (16)의 역변환을 통하여 얻고자 하는 상태 변수를 구한다.

이 방법은 계산양이 적다는 장점이 있으나, 관측기가 원하는 극점을 갖도록 이득 행렬을 설계하기가 어렵다는 단점이 있다. 이 단점을 극복하기 위하여 다음과 같은 관측기 이득 행렬을 설계하는 방법을 제안한다.

#### 3.2 관측기 이득 행렬의 설계

본 절에서는 상태 변수 소거법을 이용하여 차원을 줄인 ROELO의 이득 행렬 계산을 위해 극점 분리법을 제안한다. 식 (14)와 식 (15)로부터 다음과 같은 오차 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{e} = (A_{22} - GA_{12})e = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} e = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \\ P_{31} & P_{32} \end{bmatrix} e \quad (18)$$

위 식에서  $P_{12}$ 를 0으로 두면, 회전자 자속 추정과 연관된 극점은  $P_{11}$ 에 의해 결정되고 속도 추정과 연관된 극점은  $p_{33}$ 에 의해 결정되므로, 자속 추정과 속도 추정에 연관된 극점이 분리되어 이득 행렬의 설계를 쉽게 할 수 있다.  $P_{12}$ 를 0으로 두기 위하여 이득 행렬  $G$ 의 원소 중  $g_{12}$ 와  $g_{22}$ 를 식 (19)와 같이 설정한다.

$$g_{12} = g_{11} \frac{i_{ds}^e + M \hat{\psi}_{dr}^e}{i_{qs}^e + M \hat{\psi}_{qr}^e} \quad g_{22} = g_{21} \frac{i_{ds}^e + M \hat{\psi}_{dr}^e}{i_{qs}^e + M \hat{\psi}_{qr}^e} \quad (19)$$

또한 관측기의 극점이 모두 식 (14)의 시스템의 극점보다 원쪽에 존재하도록 하여 빠른 추정과 안정도를 보장하도록 설계한다[6].

### 4. 모의 실험

사용된 유도 전동기의 파라미터와 스위칭 주파수, 샘플링 주파수를 각각 표 1과 표 2에 나타내었다. 그림 1은 모의 실험의 블록 다이어그램이다.

표 1. 모의 실험에 사용된 유도 전동기의 파라미터

정격 용량	10 hp
정격 전압	320 V <sub>LL</sub>
정격 속도	1740 rpm
극수	4
고정자 저항, $R_s$	0.1695 Ω
회전자 저항, $R_r$	0.161 Ω
상호 인덕턴스, $L_m$	22.77 mH
고정자 인덕턴스, $L_s$	23.97 mH
회전자 인덕턴스, $L_r$	24.56 mH

표 2. 스위칭 주파수와 샘플링 주파수

스위칭 주파수	540 Hz
속도 제어 궤환	2.16 Hz
전류 제어 궤환	2.16 Hz
관측기 궤환	2.16 Hz

#### 4.1 제안한 축소 차원 확장 루엔버거 관측기

그림 2와 그림 3은 제안한 ROELO2를 이용할 때의 모의 실험 결과이다. 그림에서 볼 수 있듯이, 고속 운전과 저속 운전, 그리고 무부하 조건과 무부하가 인가된 조건에서 회전자 자속과 속도 추정을 수행한다.

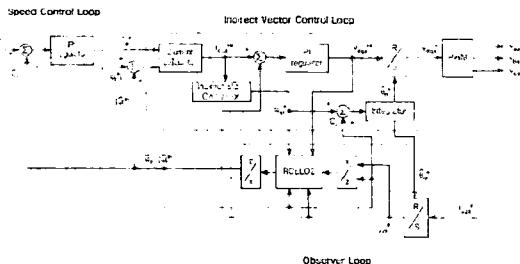


그림 1. ROELO2를 이용한 유도 전동기의 센서리스 벡터 제어의 전체 블록 다이어그램

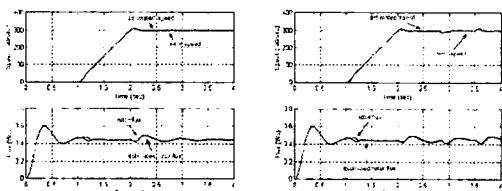


그림 2. ROELO2를 이용할 때의 고속 운전: (a) 무부하일 경우, (b) 30Nm의 부하를 인가, 제거할 경우

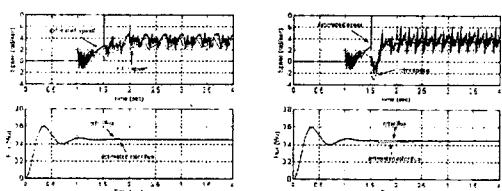


그림 3. ROELO2를 이용할 때의 저속 운전: (a) 무부하일 경우, (b) 1.5초에 10Nm의 부하를 인가할 경우

#### 4.2 다른 관측기와의 비교

본 논문에서는 ROELO2의 모의 실험 결과와 적응 관측기와 ROELO1의 모의 실험 결과를 비교하였다.

먼저 그림 4는 저속에서 고속으로 속도 자령이 증가하는 구간에서의 응답을 보여주고 있다. 그림 4(a)는 적응 관측기의 경우로서, 자속 추정기와 속도 추정기의 분리로 인해 추정치가 훈련되는 것을 보여준다. 그림 4(b)는 ROELO1의 경우로서, 속도 추정이 잘 이뤄지지 않음을 볼 수 있다. 그러나 그림 4(c)는 ROELO2를 이용한 경우로서, 적응 관측기보다 추정 오차가 작음을 볼 수 있다.

그림 5는 무부하 저속 운전시의 적응 관측기와 ROELO1의 모의 실험 결과이다. 적응 관측기와 ROELO1 모두 추정을 하지 못하고 있으나, 제안한 ROELO2는 그림 3(a)와 같이 저속 제어가 이뤄짐을 볼 수 있다.

저속에서 부하를 인가할 때에는 그림 6과 같이 적응 관측기와 ROELO2 모두 좋은 추정을 보인다. 그러나 적응 관측기의 경우보다 ROELO2의 경우가 실제 속도의 훈련률이 적은 것을 볼 수 있다. ROELO1은 무부하의 경우와 마찬가지로 추정을 하지 못한다.

#### 5. 결론

본 논문에서는 축소 차원 확장 루엔버거 관측기의 설계 과정을 설명하였다. 특히, 상태 변수 소거법에 의한 차원 축소 방법의 적용과 관측기 이득 행렬을 구하기 위한 극점 분리법을 제안하였다.

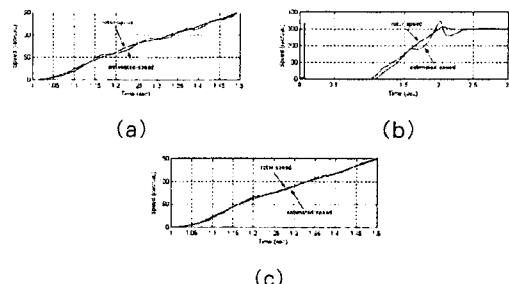


그림 4. 변속 운전 모의 실험: (a) 적응 관측기, (b) ROELO1, (c) ROELO2

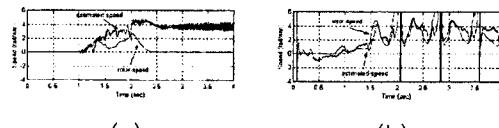


그림 5. 무부하 저속 운전 모의 실험: (a) 적응관측기, (b) ROELO1

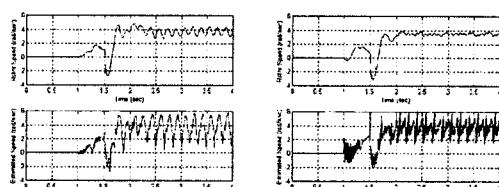


그림 6. 1.5초에 10Nm의 부하 인가시 저속 운전 모의 실험: (a) 적응 관측기, (b) ROELO2

제안한 축소 차원 확장 루엔버거 관측기로 화전자 자속과 속도 추정을 수행하여 센서리스 벡터 제어가 가능함을 모의 실험을 통해 보였다. 또한, 적응 관측기와 기존의 축소 차원 확장 루엔버거 관측기의 특징과 비교하여, 변속 구간에서와 저속 영역에서 장점을 갖고 있음을 모의 실험을 통해 확인하였다.

#### [참고 문헌]

- (1) H. Kubota, K. Matsuse, T. Nakano, "New Adaptive Flux Observer of Induction Motor for Wide Speed Range Motor Drives," *IEEE IECON'90*, pp.921-926, 1990
- (2) T. Orlowska-Kowalska, "Application of extended Luenberger observer for flux and rotor time-constant estimation in induction motor drives," *IEE Proceedings*, Vol. 136, Pt. D, No. 6, pp.324-330, Nov., 1989
- (3) T. Du, M. A. Brdys, "Shaft Speed, Load Torque and Rotor Flux Estimation of Induction Motor Drive Using an Extended Luenberger Observer," *Proceeding of 6th International Conference on Electrical Machines and Drives, IEE Conference Publication No. 376*, pp.179-184, 1993
- (4) P. Vas, *Sensorless Vector and Direct Torque Control*, Oxford, New York, 1998
- (5) C.-T. Chen, *Linear System Theory and Design*, 3rd ed., Oxford, New York, 1999
- (6) J. Song, K.-B. Lee, J.-H. Song, I. Choy, K.-B. Kim, "Sensorless Vector Control of Induction Motor Using A Novel Reduced-Order Extended Luenberger Observer," *IEEE 35th IAS Annual Meeting*, 2000, in press