

직렬접속 자기여자 권선형 유도발전기의 정상상태해석

홍문석, 좌종근  
제주대학교 전기공학과

Steady State Analysis of Series-Connected Self-Excited Wound Type Induction Generators

Mun-Seok Hong, Chong-Keun Jwa  
Dept. of Electrical Eng., Cheju Nat'l Univ.

**Abstract** - This paper describes the steady-state performance of a self-excited wound type induction generator with stator and rotor windings connected in series along with excitation capacitors. For this purpose a mathematical model is developed by means of the well known generalized machine theory utilizing d-q axis orthogonal transformation. This model can be used to analyze short shunt and long shunt generators as well as shunt generator and the algorithm for this analysis is presented. The characteristics of generators are compared one another by using parameters which are validated by Mostafa et al.

1. 서 론

주지하는 바와 같이 권선형 유도기는 농형 유도기에 비해 구조가 복잡하고 가격이 비싸지만 사용의 유연성 측면에서 보면 회전자권선을 이용할 수 있으므로 다양한 방법으로 운전모드를 선택할 수 있다.

이러한 방법 중 고정자권선과 회전자권선을 역상으로 직렬접속하여 운전하는 직렬접속 자기여자 권선형 유도발전기(SCSEIG)의 정상상태 해석법으로는 회전하는 동안 고정자권선과 회전자권선 사이의 상호결합의 변화에 의한 인덕턴스 변화를 가지는 3상 파라메트릭 발전기에 일반화된 d-q축 변환이론을 적용[1]하고 있다. 또한 주기적으로 변화하는 계수를 가지는 해석적인 미분방정식을 풀기 위하여 Floquet의 이론을 이용[2]하거나, 단순하고 간단한 페이저도를 사용[3]하여 이 발전기의 전압특성을 해석하고 있다.

한편 자기여자 권선형 유도발전기의 단자전압변동에 따른 long shunt와 short shunt 커패시턴스의 접속에 대한 영향[4]을 shunt 커패시턴스 값을 기준으로 하여 저항부하에 대한 전압특성을 비교하고 있다.

그러나 직렬접속 자기여자 권선형 유도발전기의 각종 shunt 커패시턴스에 의한 이 발전기의 정상상태 전압특성은 검토되어 있지 않다. 그러므로 본 연구에서는 이들 커패시턴스에 의한 특성을 비교하기 위해서 d-q축 변환이론을 적용하여 각각의 경우에 사용할 수 있도록 해석식을 구성하고 해석알고리즘을 제시하여 특성을 해석하고 비교 검토하였다.

2. 해석이론

고정자권선과 회전자권선이 직렬연결된 권선형 자기여자 유도발전기는 농형 자기여자 유도발전기나 릴럭턴스 자기여자 유도발전기와 유사한 방법으로 발전된다. 즉, 충분한 잔류자기를 가지거나 병렬커패시터에 초기전하가 축적되어 있으면 이것에 의하여 고정자권선에 낮은 전압을 유도하고 이 기전력에 의하여 전상전류가 흘러 전압을 확립하게 된다.

본 연구에서는 shunt는 물론 long shunt와 short shunt 커패시터에 의한 발전기특성을 효과적으로 해석하기 위하여 Fig. 1과 같이 발전기회로를 구성하였다.

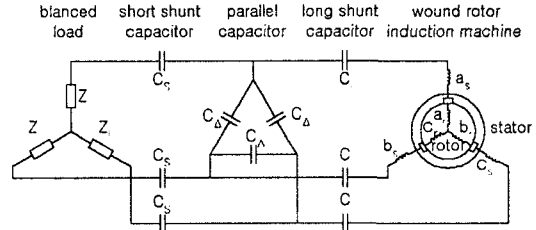


Fig. 1. SCSEIG for analysis

이 발전기는 회전자 상순이 고정자와 반대로 될 때에너지변환이 되고 이때 발전 각주파수  $\omega$ 와 회전자 각속도  $\omega_r$ 사이에는  $\omega_r = 2\omega$ 의 관계가 있다.

Fig. 1에서 고정자권선과 회전자권선 사이의 전기적 관계는

$$\left. \begin{aligned} v_a &= v_{as} + v_{ar}, & v_b &= v_{bs} + v_{br}, & v_c &= v_{cs} + v_{cr}, \\ i_a &= i_{as} + i_{ar}, & i_b &= i_{bs} + i_{br}, & i_c &= i_{cs} + i_{cr}, \\ R_1 &= R_s + R_r, & L_1 &= L_s + L_r \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

이고, 각상에 대한 전압평형방정식은 다음 식과 같다.

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + pL_1 + 2M\cos\theta + \frac{1}{pC_1} + Z_{cl}(p)) i_a + pL_1 - \frac{1}{2} L_1 \\ + 2M\cos(\theta - 120^\circ) i_b + pL_1 - \frac{1}{2} L_1 + 2M\cos(\theta + 120^\circ) i_c &= 0 \\ pL_1 - \frac{1}{2} L_1 + 2M\cos(\theta - 120^\circ) i_a + (R_1 + pL_1 + 2M\cos(\theta + 120^\circ)) \\ + \frac{1}{pC_1} + Z_{cl}(p) i_b + pL_1 - \frac{1}{2} L_1 + 2M\cos\theta i_c &= 0 \\ pL_1 - \frac{1}{2} L_1 + 2M\cos(\theta + 120^\circ) i_a + pL_1 - \frac{1}{2} L_1 + 2M\cos\theta i_b \\ + (R_1 + pL_1 + 2M\cos(\theta - 120^\circ)) + \frac{1}{pC_1} + Z_{cl}(p) i_c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

여기서,  $p = d/dt$ 이고  $\theta = \omega_r t$ 이다. 또한, 부하측 임피던스  $Z_{CL}(p)$ 는 다음과 같이 공식화 할 수 있다.

$$Z_{CL}(p) = \frac{Z_L' / C_p}{Z_L' + 1/C_p} = \frac{1}{C_p} F(p) \quad (3)$$

$$F(p) = \frac{1}{1 + \chi(p)} \quad (4)$$

$$\chi(p) = \frac{1/C_p}{Z_L'} \quad (5)$$

여기서,  $Z_L' = Z_L(p) + \frac{1}{C_p} = R_L + pL_L + \frac{1}{C_p}$ 이다.

식(2)를 매트릭스형식으로 표현하면

$$[Z(p)][I] = [0] \quad (6)$$

으로 되고, (6)식의 양변을 미분하면

$$[G(p)][I] = [0] \quad (7)$$

이고, 여기서  $[G(p)] = p[Z(p)]$ 이다.

주기적으로 변화하는 계수 매트릭스  $[G(p)]$ 는 전압과 전류에 대해 적절한 변환을 유지하는 상수계수 매트릭스  $[G(p)]'$ 으로 변환될 수 있다. 만약 영상분이 없으면, 다음의 변환 매트릭스  $[K]$ 를 갖는 동기회전 기준좌표계가 사용된다.

$$[K]^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \omega t & \cos(\omega t - 120^\circ) & \cos(\omega t + 120^\circ) \\ \sin \omega t & \sin(\omega t - 120^\circ) & \sin(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (8)$$

(8)식을 (7)식에 적용하면

$$[G(p)][I]' = [0] \quad (9)$$

이 된다, 여기서

$$[G(p)]' = [K]^T [G(p)] [K] \quad (10)$$

$$[I]' = [K]^T [I] \quad (11)$$

이며, 변환된 계수 매트릭스  $[G(p)]'$ 는 다음과 같다.

$$[G(p)]' = \begin{bmatrix} R_1 p + \frac{3}{2} L_d (\dot{p}^2 - \omega^2) & R_1 \omega + 3\omega L_q p \\ + \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C} \operatorname{Re}(F(p+j\omega)) & + \frac{1}{C} \operatorname{Im}(F(p+j\omega)) \\ -R_1 \omega - 3\omega L_d p & R_1 p + \frac{3}{2} L_q (\dot{p}^2 - \omega^2) \\ - \frac{1}{C} \operatorname{Im}(F(p+j\omega)) & + \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C} \operatorname{Re}(F(p+j\omega)) \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서,  $\operatorname{Re}$ 과  $\operatorname{Im}$ 은 실수부와 허수부를 표시하며  $F(p+j\omega)$ 는 (4)식에서  $p$ 를  $p+j\omega$ 로 대치한 것이고  $L_d = L_1 + 2M$ ,  $L_q = L_1 - 2M$ 이다.

### 3. 정상상태해석

정상상태에서 상전류는

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \sqrt{2} I_m \cos(\omega t - \phi) \\ i_b &= \sqrt{2} I_m \cos(\omega t - \phi - 120^\circ) \\ i_c &= \sqrt{2} I_m \cos(\omega t - \phi + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

이며, 여기서  $I_m$ 은 상전류의 실효치를 나타내고, 변환된 전류  $[I]'$ 는 (11)식에 의해서 다음과 같이 표현된다.

$$[I]' = \sqrt{3} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} I_m \cos \phi \\ I_m \sin \phi \end{bmatrix} \quad (14)$$

$I_d$ 와  $I_q$ 가 정상상태에서 상수이므로  $[G(p)]'$ 내에 있는 미분연산자  $p$ 를 0으로 놓아 정상상태 변환 계수 매트릭스  $[G_{ss}]'$ 을 얻는다.

$$[G_{ss}]' = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} \omega X_d + \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C} \operatorname{Re}(F(j\omega)) & \omega R_1 + \frac{1}{C} \operatorname{Im}(F(j\omega)) \\ -\omega R_1 - \frac{1}{C} \operatorname{Im}(F(j\omega)) & -\frac{3}{2} \omega X_q + \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C} \operatorname{Re}(F(j\omega)) \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서,  $X_d = \omega L_d$ ,  $X_q = \omega L_q$ 이다.

이와 같은 해석은  $L_d$ 와  $L_q$ 가 직축과 횡축인덕턴스인 릴럭턴스발전기에서 볼 수 있고 고정자권선과 회전자권선이 직렬연결된 자기여자 유도발전기는 가상적인 철극 기로 동작한다.

만일 부하가 등가직렬 RLC소자로 대표되면 정상상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} X_d + X_c + X_c A & R_1 + X_c B \\ -(R_1 + X_c B) & -\frac{3}{2} X_q + X_c + X_c A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서,  $X_c = \frac{1}{\omega C}$ ,  $X_{ci} = \frac{1}{\omega C_i}$ ,

$$A = \frac{1 - \gamma \sin \phi}{1 + \gamma^2 - 2\gamma \sin \phi}, \quad B = \frac{\gamma \cos \phi}{1 + \gamma^2 - 2\gamma \sin \phi}$$

$$\gamma = |\chi(j\omega)|, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\omega L_L - \frac{1}{\omega C_c}}{R_L}$$

그리고 발전기 운전시에는  $I_d$ 와  $I_q$ 가 0이 아니므로 (16)식에서

$$X_d = \frac{2}{3} \left[ X_{ci} + X_c A + \frac{(R_1 + X_c B)^2}{(-\frac{3}{2} X_q + X_c + X_c A)} \right] \quad (17)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{R_1 + X_c B}{(-\frac{3}{2} X_q + X_c + X_c A)} \quad (18)$$

의 관계식을 얻는다.

### 4. 수치해석 및 검토

#### 4.1 유도발전기의 회로정수

본 연구에 사용한 권선형 유도발전기[1]는 표 1과 같은 사양과 회로정수를 갖는다.

Table 1. Specification and Parameters of wound-rotor induction machine

| Specification | Parameters                       |
|---------------|----------------------------------|
| Output        | 2.2kW                            |
| Voltage       | 380/220V                         |
| Frequency     | 50Hz                             |
| Speed         | 1390RPM                          |
|               | $R_s(\text{DC})$ 2Ω/phase        |
|               | $R_r(\text{DC})$ 0.3Ω/phase      |
|               | $X_s(\text{actual})$ 3.1Ω/phase  |
|               | $X_r(\text{actual})$ 0.24Ω/phase |

직축인덕턴스  $L_d$ 와 횡축인덕턴스  $L_q$ 는 각각  $I_d$ 와  $I_q$ 의 함수로

$$\begin{aligned} L_d(I_d) &= 0.326H \quad \text{for } I_d \leq 1A \\ &= \frac{4.98 - I_d}{12.2} \quad \text{for } 1 < I_d \leq 1.8A \\ &= \frac{0.728}{I_d + 1} \quad \text{for } I_d > 1.8A \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} L_q(I_q) &= 0.101H \quad \text{for } I_q \leq 2.1A \\ &= \frac{1}{2.08I_q + 5.64} \quad \text{for } I_q > 2.1A \end{aligned} \quad (20)$$

으로 주어지고, 직축저항  $R_d$ 와 횡축저항  $R_q$ 는 철손을 고려하여 각각  $I_d$ ,  $I_q$ 의 주파수의 함수로 다음과 같이 주어진다.

$$R_d = R_{dc} + R_{id} = 2.3 + 5.5I_d^{0.8} \left[ \frac{f}{25} \right]^{1.3} \quad (21)$$

$$R_q = R_{qc} + R_{iq} = 2.3 + 2.6I_q^{0.8} \left[ \frac{f}{25} \right]^{1.3} \quad (22)$$

또한 주어진 부하에서 등가 기기저항  $R_1$ 은

$$R_1 = \frac{R_d + R_q}{2} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos 2\phi \quad (23)$$

로 주어진다.

### 4.2 해석 알고리즘

제한된 해석이론에 의한 고정자와 회전자권선이 직렬 연결된 자기여자 권선형 유도발전기의 특성을 해석하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

단계 1. 유도발전기의 운전조건치와 회로정수의 초기치를 입력한다.

단계 2.  $R_1$ 을 (23)식으로 계산한다.

단계 3.  $L_d$ 와  $\phi$ 를 각각 (17), (18)식으로 계산한다.  $L_d$ 와  $L_q$ 의 초기치를 비교하여  $L_d$ 가 크면 계산을 종료하고 작으면 다음 단계로 진행한다.

단계 4.  $I_d$ 를 (19)식으로 계산하고  $I_m$ 과  $I_q$ 를 (14)식으로 그리고  $L_q$ 를 (20)식으로 계산한다.  $L_q$ 와 이전의  $L_q$ 의 차  $\Delta L_q$ 를 계산한다.  $\Delta L_q$ 가 허용오차보다 크면  $L_q = L_q + \Delta L_q/4$ 로하여 단계 3으로 가고 작으면 다음 단계로 진행한다.

단계 5.  $R_d$ 를 (21)식으로 계산하고 이전의  $R_d$ 와의 차  $\Delta R_d$ 를 계산한다.  $\Delta R_d$ 가 허용오차보다 크면  $R_d = R_d + \Delta R_d/4$ 로하여 단계 2로 가고 작으면 다음 단계로 진행한다.

단계 6.  $R_q$ 를 (22)식으로 계산하고 이전의  $R_q$ 와의 차  $\Delta R_q$ 를 계산한다.  $\Delta R_q$ 가 허용오차보다 크면  $R_q = R_q + \Delta R_q/4$ 로하여 단계 2로 가고 작으면 다음 단계로 진행한다.

단계 7. 병렬커패시터전류  $I_c$ , 부하전류  $I_L$ , 단자전압  $V_L$  등 특성치를 계산하여 종료한다.

이 알고리즘에 의하여 각 발전기의 특성을 계산하기 위해서는 이론식에서 각 발전기에 따라 적절하게 커패시터를 고려하면 된다. shunt 발전기의 경우는 이론식에서  $C_s$ 와  $C_f$ 를 제거( $X_{cs} = X_{cf} = 0$ )하고, short shunt 발전기는  $C_f$ 를 제거( $X_{cf} = 0$ )하며, long shunt 발전기에서는  $C_s$ 를 제거( $X_{cs} = 0$ )하여 계산하도록 한다.

### 5. 수치해석결과

2, 3, 4절에서 제안된 해석이론과 회로정수를 사용하

고 알 절에서 제안한 알고리즘을 이용하여 shunt 발전기를 중심으로 해서 short shunt 발전기와 long shunt 발전기의 특성을 비교 분석하였고 그 시뮬레이션 결과는 다음과 같다.

### 5.1 속도변화에 따른 전압특성

Fig. 2는 무부하 일 때와  $100\Omega/\text{phase}$ 인 저항부하 일 때 shunt와 short shunt 그리고 long shunt의 부하선간전압 대 속도변화량을 나타낸다. 이때  $C_d=80\mu\text{F}$ ,  $C_s=400\mu\text{F}$ ,  $C_l=400\mu\text{F}$ 이다. Fig. 2는 일정한 기동속도에서부터 속도가 증가함에 따라 전압이 증가하는 자기여자 발전기의 전형적인 변화를 보여주고 있다. shunt와 short shunt의 특성은 거의 같고 long shunt인 경우는 long shunt 커패시턴스에 의한 전압강하 때문에 같은 속도에서 전압이 낮게 나타났다.

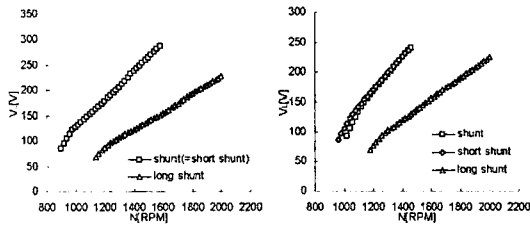


Fig. 2. Line voltage  $V_L$  versus speed  $N$  ( $C_d=80\mu\text{F}$ ,  $C_s=400\mu\text{F}$ ,  $C_l=400\mu\text{F}$ )

### 5.2 부하변화에 따른 전압특성

Fig. 3과 Fig. 4는 각각 역률 1과 역률 0.8 일 때 부하변화에 따른 short shunt(a)와 long shunt(b)의 부하선간전압 대 부하전류의 정상상태특성을 나타낸다. 이때  $C_d=80\mu\text{F}$ 이고  $C_s$ 와  $C_l$ 은 240, 320, 400 $\mu\text{F}$ 이며  $N=1400\text{RPM}$ 이다.

같은 부하전류하에서 Fig. 3(a)와 Fig. 3(b)는 다른 변화를 나타낸다. long shunt일 때는 세 가지의  $C_l$ 값에 따라 부하전압변화가 크게 나타나고, 반면에 short shunt일 때는 세 가지의  $C_s$ 에 따른 부하전압이 거의 같다. Fig. 4의 경우도 위와 같은 결과를 얻었다.

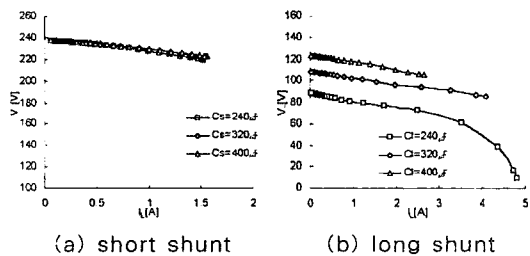


Fig. 3. Unify p.f. load characteristics at  $N=1400\text{RPM}$  and  $C_d=80\mu\text{F}$

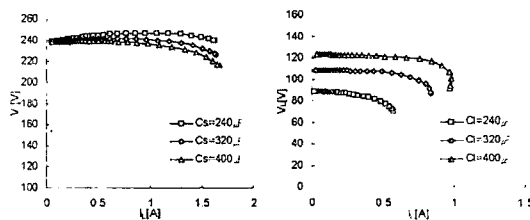


Fig. 4. Load characteristics for p.f.=0.8lag at  $N=1400\text{RPM}$  and  $C_d=80\mu\text{F}$

Fig. 5는 각각 역률 1과 역률 0.8일 때 부하변화에 따른 shunt와 short shunt 그리고 long shunt의 부

하선간전압 대 부하전류의 정상상태특성을 동시에 나타낸다. 이때  $C_d=80\mu\text{F}$ 이고  $C_s=400\mu\text{F}$ ,  $C_l=400\mu\text{F}$ 이며  $N=1400\text{RPM}$ 이다.

Fig. 5(a)(역률이 1인 경우)에서 부하변화에 따른 부하선간전압이 세 가지 모두 거의 일정하지만 long shunt의 전압값이 shunt나 short shunt 값에 비해 낮은 값을 갖는다. 그리고 shunt와 short shunt는 부하에 따른 전압이 거의 같고 그 값도 같다.

Fig. 5(b)(역률이 0.8인 경우)에서는 역률 1일 때의 경우와 비교하여 shunt와 short shunt에 대한 그 특성이 조금 다르다. 즉 short shunt일 때가 shunt일 때 보다 부하변화에 따른 부하선간전압이 일정하다. 즉 전압보상능력이 좋을 수 있다.

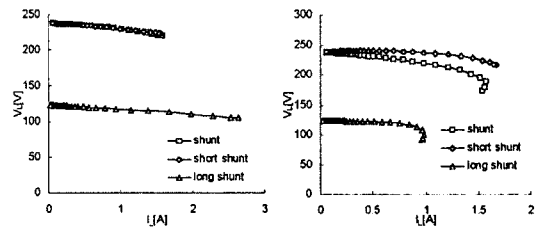


Fig. 5. Load characteristics at three types of generators ( $N=1400\text{RPM}$ ) ( $C_d=80\mu\text{F}$ ,  $C_s=400\mu\text{F}$ ,  $C_l=400\mu\text{F}$ )

## 6. 결 론

직렬연결된 자기여자식 권선형 유도발전기의 정상상태 성능을 shunt 발전기와 short shunt 발전기 그리고 long shunt 발전기를 동시에 해석할 수 있는 해석식과 알고리즘을 제시하여 그 특성을 비교 분석하였다. 해석식은 일반적인 직교변환이론인 d-q축 변환에 의하여 유도하였다. 해석식에 의하여 전압특성을 검토한 결과, shunt와 short shunt 그리고 long shunt는 모두 부하변화에 따라 거의 일정한 부하선간전압을 가졌다. 그러나 long shunt의 경우는 long shunt 커패시턴스에 의한 전압강하 때문에 다른 두 가지의 경우에 비해 전압값이 작았다. 그리고 shunt와 short shunt를 비교했을 경우에는 short shunt가 모든 부하조건을 고려해 볼 때 shunt보다 부하변화에 따른 부하선간전압이 일정하게 유지되어 보다 안정적인 전압보상역할을 수행함을 확인하였다.

### (참 고 문 헌)

- [1] A. S. Mostafa, A. L. Mohamadein and E. M. Rashad, "Analysis of Series-Connected Wound-Rotor Self-Excited Induction Generator", IEE PROCEEDINGS-B, Vol. 140, No. 5, pp. 329-336, 1993.
- [2] A. S. Mostafa, A. L. Mohamadein and E. M. Rashad, "Application of Floquet's Theory to The Analysis of Series-Connected Wound-Rotor Self-Excited Synchronous Generator", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 8, No. 3, pp. 369-376, 1993.
- [3] Adel L. Mohamadein and Ezzat A. Shehata, "Theory and Performance of Series Connected Self-Excited Synchronous Generators", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 10, No. 3, pp. 508-515, 1995.
- [4] Li Wang and Jian-Yi Su, "Effects of Long-Shunt and Short-Shunt Connections on Voltage Variations of A Self-Excited Induction Generator", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 12, No. 4, pp. 368-374, 1997.