

유한요소법과 등가회로 해석의 결합에 의한  
콘덴서 구동형 단상유도전동기의 특성분석

남 혁, 하경호, 강규홍, 홍정표, 정승규\*  
창원대학교 전기공학과, \*LG전자 디지털 어플라이언스 사업본부 연구소

Characteristic Analysis of Capacitor-Run Single Phase Induction Motor  
by Equivalent Circuit Coupled with Finite Element Method

Hyuk Nam, Kyung-Ho Ha, Gyu-Hong Kang, Jung-Pyo Hong, Seung-Kyu Jeong\*  
Dept. of Electrical Engineering, Chang-won Nat'l Univ., \*DA Lab(O)

**Abstract-** Capacitor-run single induction motors have the unbalanced elliptic rotating magnetic field so that it is difficult to analyze the characteristic and calculate the accurate slot leakage reactance of the rotor with the closed slot by using the lumped parameter. In this paper, the characteristic is analyzed by the symmetrical coordinate method in terms of the lumped parameter coupled with the numerical analysis. The secondary parameters are calculated by the one slot pitch boundary condition applying to Finite Element Method (FEM). The analysis results are compared with experimental ones.

1. 서 론

단상유도전동기는 상용화된 전원을 변환장치 없이 직접 사용할 수 있어 가전제품의 동력원으로 이용되고 있다. 특히 콘덴서 구동형 단상유도전동기는 다른 단상유도기에 비해 효율이 높고, 기동특성이 우수하여 경제적이면서도 고효율화를 위한 제품의 구현에 적합하다.

콘덴서 구동형 단상유도전동기는 주권선과 콘덴서가 직렬로 연결된 보조권선을 가지는 구조로서 평형 다상기와는 달리 주권선과 보조권선의 기차력차에 의해 불평형 타원자계가 형성된다. 폐슬롯의 회전자를 가지는 단상전동기를 해석하는 방법에 있어서 집중정수를 이용하는 경우 전반적인 특성해석이 용이하고, 계산 시간이 이 짧다는 장점을 가지고 있으나 2차축 도체에 유기되는 와류에 대한 정확한 계산이 어렵고, 슬롯에 따른 주파수 특성에 의한 표피효과 및 자기포화 현상을 고려하기 어렵다. 그리고, 2차축 슬롯누설리액턴스를 슬롯상수를 이용하여 등가회로에 반영할 수 있으나 2차축 코어의 투자율이 무한대이며 누설자속은 슬롯의 중심선을 수직으로 통과한다는 몇가지 가정을 두었기 때문에 해석의 정도(精度)를 높일 수 없다. 특히, 회전자의 슬롯이 폐슬롯인 경우 브리지 누설(bridge leakage)에 대한 정확한 평가가 어렵다. 따라서, 이에 대한 정확한 동작 특성 해석 및 국부특성 해석을 위해서는 유한요소 해석이 필수적이다.

본 논문에서는 콘덴서 구동형 단상유도전동기의 등가회로의 불평형 상태를 각각의 대칭성분으로 분해하여 해석하는 대칭좌표법(symmetrical-coordinate method)을 사용하였다 [1]. 1차축 회로 정수는 집중정수를 이용하였으며 2차축 회로정수는 One slot pitch boundary condition을 이용한 유한요소 해석을 통하여 추출하였다. 이것은 1,2차축 전체를 묘사하지 않고 2차축 슬롯 한 개만을 모델링하여 2차축 임피던스를 계산하는 방법으로 모델링의 간편하고 계산 시간을 단축시킬 수 있다 [2,3].

본 논문에서는 집중정수와 유한요소해석을 결합한 방법에 대한 해석 방법에 있어서의 타당성을 검증하기 위

하여 집중정수만을 이용한 방법과 집중정수와 유한요소 해석을 결합한 등가회로 해석방법을 통하여 실험치 해석치를 비교하였다.

2. 본 론

2.1 해석 모델 및 해석 방법

본 논문에서 제시하고 있는 단상유도 전동기는 고정자 및 회전자의 슬롯이 각각 24,34개이고 회전자는 농형으로 브리지의 폭이 0.25[mm]인 폐슬롯을 가진다.

2.1.1 해석 모델 및 해석 방법

등가회로와 결합된 슬롯 피치 경계를 이용한 유한요소 해석 방법에 대한 구성도를 그림 1과 같으며 등가회로와 수치해석이 결합된 특성해석 과정은 그림 2와 같다.

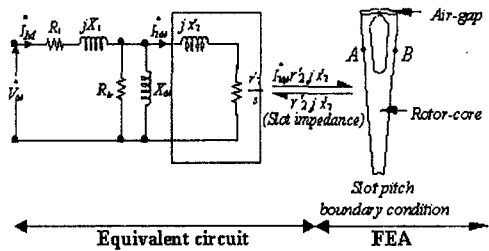


그림 1 슬롯피치 경계를 이용한 유한요소해석과 등가회로의 결합

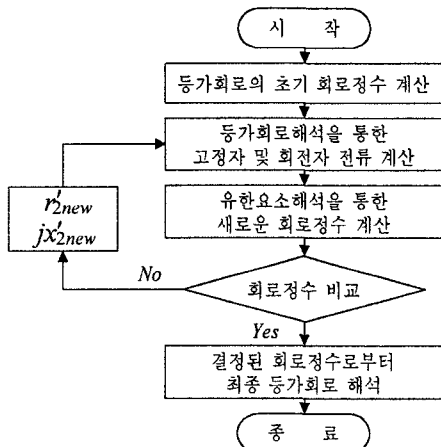


그림 2 해석과정의 흐름선도

유한요소 해석의 모델은 그림 1과 같이 2차측 도체의 한 슬롯 피치(one slot pitch)만을 모델링하였으며, 고정자 슬롯을 고려하여 카터 계수에 의하여 보정된 공극을 포함하고 있다

그림 2에서 초기 등가회로의 회로정수는 집중정수를 이용하여 구하고 등가회로를 해석한다. 등가회로 해석으로부터 계산된 2차측 입력전류는 유한요소 해석 모델의 고정자 내경 표면에 전류원으로 부여하여 유한요소해석을 행한다. 이 결과로부터 새로 구한 2차측 회로정수를 해석전의 회로정수와 비교하여 수렴여부를 판단한다. 수렴하지 않은 경우에는 새로운 2차측 회로정수를 이용하여 등가회로해석과 유한요소 해석을 수렴할 때까지 반복 수행한다. 수렴시 회로정수를 이용하여 최종 등가회로 해석을 행한다.

유한요소해석시 한 슬롯피치만으로도 전체를 해석한 것과 동일한 결과를 얻기 위하여 그림 1에서 좌변의 A 선상과 우변의 B선상은 유도전동기의 극수  $p$ 와 회전자의 수  $N_r$ 에 의하여 식 (1)과 같은 경계조건을 부여한다.

$$A = B e^{-j \frac{2\pi p}{N_r}} \quad (1)$$

### 2.1.2 해석 이론

One slot pitch boundary condition을 이용한 유한요소해석에서 필요한 고정자 내경 표면의 전류를 계산하기 위한 수식의 도출과정과 유한요소 해석으로부터 2차측 회로정수를 산출하는 방법은 다음과 같다.

(Step 1) 2차측 도체의 유기기전력과 공극자속밀도는 각각 식 (2),(3)과 같다.

$$\vec{E}_b = \vec{I}_b \vec{Z}_b = \vec{I}_b (R_b + j\omega L_b) = \vec{I}_b \vec{Z}_b \quad (2)$$

$$\vec{B} = \frac{2p}{w d \omega} \vec{E} = \frac{2p}{w d \omega} \vec{I}_b \vec{Z}_b \quad (3)$$

$$b(\theta, t) = \sqrt{2} B e^{j(\omega t - p\theta)}$$

여기서,  $R_b$ 와  $L_b$ 는 한 도체의 저항과 누설 인덕턴스로 고전적 방법으로 초기치를 설정한다. 도체에 흐르는 전류  $\vec{I}_b$ 는 실효치 전류를 나타낸다.  $\omega$ 는 회전자의 회전 주파수,  $\theta$ 는 회전자의 공간적 위치,  $w$ 는 회전자 유효 적층폭,  $p$ 는 극 쌍수,  $d$ 는 평균 공극 직경을 나타낸다.

(Step 2) 고정자 내경 표면에 분포하는 고정자 전류밀도는 식 (4)와 같이 시간·공간적으로 정현적으로 분포한다고 가정할 때, 고정자 표면전류 밀도  $\vec{J}_s$ 를 Ampere's law으로부터 식 (5)와 같이 유도할 수 있다.

$$j_s(\theta, t) = \sqrt{2} J_s e^{j(\omega t - p\theta)} \quad (4)$$

$$\vec{J}_s = -\frac{\vec{I}_b N_b}{\pi d} - j \frac{2p g_e}{d \mu_0} \vec{B} \quad (5)$$

여기서,  $g_e$ 는 카터 계수로 보정한 공극의 길이이고, 초기 단계시 도체의 임피던스  $Z_b$ 와 도체의 전류  $I_b$ 는 집중정수 회로를 이용한 등가회로로부터 계산된 값이다.

(Step 3) 고정자 표면 전류를 해석 모델에 인가하여 비선형 해석을 수행하는데 해석을 위한 지배 방정식은 식 (6)과 같다.

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} = \vec{J}_s - j\omega \vec{A} \quad (6)$$

(Step 4) 비선형 해석의 전자계 해석으로부터 해석모델

영역내의 투자율과 도체 내부의 국소적인 전류밀도  $\vec{J}_b$ 를 계산한다. 비선형 해석으로부터 결정된 2차측 도체 내부의 각 요소에서의 전류밀도와 해석 영역의 각 요소에서의 투자율을 이용하여 선형해석을 다시 수행한 후 도체의 저항과 슬롯 누설리액턴스를 계산한다.

도체 1개에 대한 저항과 총 누설리액턴스의 계산 위치는 다음과 같다.

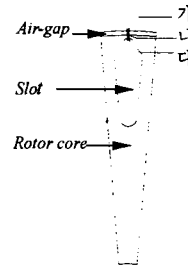


그림 3 슬롯누설의 계산 위치

- 슬롯 누설 :  $L_{slot} = \frac{w}{\mu_0 I_b^2} \int_{S_s} \vec{B}^2 dS$
- 브리지 누설 :  $L_{bridge} = \frac{w}{I_b} \text{Re}(\vec{A}_a - \vec{A}_c)$
- 공극 누설 :  $L_{air} = \frac{w}{I_b} \text{Re}(\vec{A}_a - \vec{A}_c)$
- 총 누설 :  $L_b = L_{slot} + L_{bridge} + L_{air} \quad (7)$
- 저항 :  $R = \frac{\int_v \frac{1}{2} \vec{J}^2 \cdot dv}{I_b^2} \quad (8)$

(Step 5) 한 상에 대한 임피던스는 식 (9)과 같다.

$$Z_{phase} = m \frac{Z_{eff}^2}{N_r} Z_b \quad (9)$$

여기서,  $Z_{eff}$ 는 주권선의 유효 직렬 도체수,  $N_r$ 은 회전자 슬롯수이며 상수  $m$ 은 2가 된다.

이상의 해석 방법으로부터 초기 집중정수로 설정된 2차측 임피던스는 산정할 수 있다. 이 결과의 슬롯누설리액턴스는 등가회로에서 정확히 산출할 수 없는 2차측 폐슬롯의 브리지 누설을 포함하고 재질의 비선형성과 와전류의 분포 특성을 고려하여 얻은 해석 결과가 된다.

## 2.2 해석 결과 및 분석

### 2.2.1 단상유도기의 제원

유한요소해석에 적용한 단상유도전동기의 제원은 표 1과 같다.

표 1 해석모델에 대한 제원

세부항목	치수	단위
인가전압	115	V
극수	2	
주 파 수	60	Hz
캐패시터 용량	12	$\mu F$
고정자/회전자 슬롯수	24/34	
공극의 길이	0.3	mm
회전자 외경	60	mm
고정자 적층길이	48	mm

### 2.2.1 2차측 회로정수 산정

누설의 종류 중 지그재그 누설과 스큐누설을 2차측 도체의 개구폭의 함수로 주어진다. 그래서 슬롯 상수를 이용한 집중정수 해석 방법만으로는 2차측 도체에 야기되는 브리지의 포화를 예측할 수 없으므로 초기 해석 시에는 브리지의 포화를 고려하여 임의로 2차측 개구폭을 설정하여 두 누설성분을 계산하게 된다.

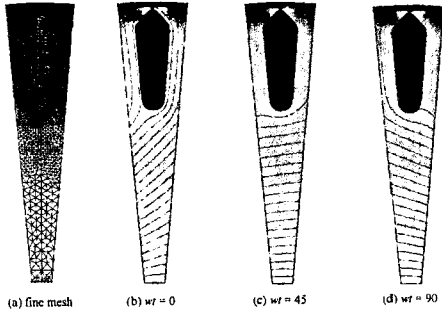


그림 4 회전자 슬롯의 등포텐셜 분포도(정격시)

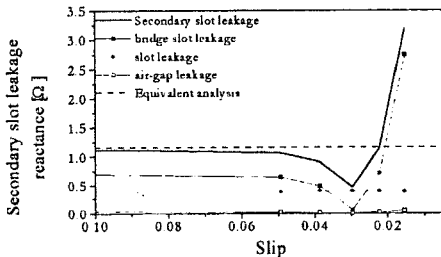


그림 5 2차측 슬롯 누설 리액턴스

표 2 정격슬림에 대한 2차측 회로정수 비교

	등가회로			등가회로 + FEM
	1	0.25	0.02	
개구폭 [mm]	1	0.25	0.02	-
2차측 저항 [Ω]	3.48	3.48	3.48	3.09
누설리액턴스 [Ω]	1.91	2.30	6.69	2.27

그림 4는 슬롯피치 경계조건을 적용한 경우 정격에서의 해석모델의 요소분할도와 등포텐셜 및 에너지 밀도 분포를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 브리지 부분이 심하게 포화됨을 알 수 있다. 그림 5은 슬림에 따른 2차측 누설리액턴스의 변화를 나타내고 있다. 집중정수를 이용하는 경우 슬림의 변화에 관계없이 그 값이 일정한 것에 비해 유한요소해석의 경우 정격 슬림 부근에서는 급격한 값의 차이를 보이다가 슬림이 커짐에 따라 일정한 값을 가짐을 알 수 있다.

표 2는 2차측 회로정수를 비교한 것인데 개구폭에 따라 누설값이 변화한다. 따라서, 집중정수만으로 해석하는 경우 브리지 누설을 고려한 개구폭의 선정의 중요성을 알 수 있다.

### 2.2.3 특성 해석 및 결과 분석

2차측 폐슬롯의 개구폭을 0.25[mm]인 경우의 집중정수를 이용한 방법과 FEM을 이용한 방법을 저슬림 영역에서 토크, 효율, 선전류에 대하여 실험치와 비교하였다. 그림 6, 7, 8에서 보는 바와 같이 집중정수 회로를 이용하는 방법에 비해 집중정수와 유한요소해석을 결합한 방법이 실험치에 가깝다는 것을 알 수 있다.

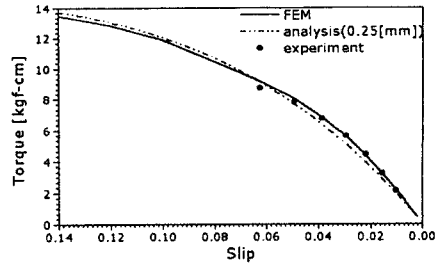


그림 6 토크 변화 곡선

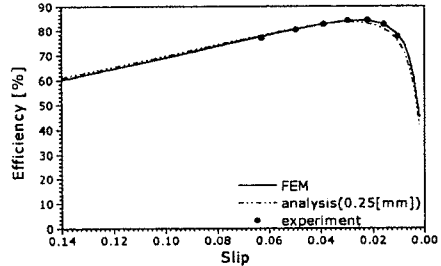


그림 7 효율 변화 곡선

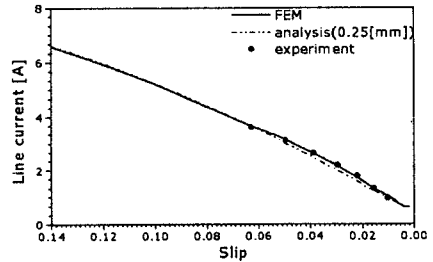


그림 8 선전류 변화 곡선

## 3. 결 론

본 논문에서는 대칭좌표법을 이용한 등가회로법과 이 등가회로와 유한요소 해석을 결합하여 콘덴서 구동형 단상유도전동기의 회로정수 산정 및 특성해석을 수행하였고 유한요소해석으로부터 2차측 도체에 야기되는 브리지의 포화를 고려한 누설 성분을 계산하였다. 그리고, 슬롯 누설의 정확한 평가를 통하여 2차측 개구폭을 유추하고 2차측 도체의 개구폭의 함수로 주어지는 지그재그 및 스큐 누설도 보다 정확하게 평가할 수 있었다.

집중정수와 유한요소해석을 결합하여 구한 회로정수를 이용하여 특성해석을 수행하였고, 토크, 효율 및 선전류를 실험치와 비교시 집중정수를 이용한 방법에 비해 오차가 많이 줄었음을 알 수 있었다. 따라서 본 논문에서 제안한 회로정수 산정 방법에 대하여 그 타당성을 입증하였다.

### (참 고 문 헌)

- [1] Cyle G. Veinott, *Theory and Design of Small Induction Motors*, McGRAW-HILL Book Company, Inc., 1959
- [2] 윤상백, 홍정표, "콘덴서구동형 단상유도전동기의 등가회로 구성 및 특성해석", *전기학회 논문지* 45-9, pp.1247-1254, 1996
- [3] S. Williamson and M. J. Robinson, "Calculation of cage induction motor equivalent circuit parameters using finite elements", *IEEE Proc.-B*, Vol. 138, No. 5, pp. 264-276, Sep. 1991