10 mH 인덕턴스 표준기 정밀측정용 Maxwell-Wein Bridge 개발

*김한준, *이래덕, *강전홍, *유광민 **Yu.P.Semenov, ***한상옥
*한국표준과학연구원, **러시아 멘델레프연구소, ***충남대학교 전기공학과

Development of a Maxwell-Wein Bridge for Precise Measurement of a 10 mH Inductance Standard

*KIM Han Jun, *LEE Rae Duk, *KANG Jeon Hong, Yu kwang min, **Yu.P.Semenov, ***HAN Sang Ok
*Korea Reasearch Institute of Standards and Science, **VNIIM, ***Chung Nam National University

Abstract - 저 주파수에서 인덕턴스를 정밀하게 측정하는 방법은 *RLC*를 이용한 resonance 방법과 교류브리지를 이용한 방법이 있다. 현재 선진 국가표준기관에서의 인덕턴스 표준유지는 약 5 ppm정도이고, 인덕턴스 측정브리지는 국가에 따라 자체 개발하여 사용하며 평균적으로 약 20 ppm의 불확도로 보급을 하고 있다. 이러한 세계적 수준으로 인덕턴스 표준을 유지, 보급하기 위하여 10 nF의 전기용량 표준으로부터 10 mH의 인덕턴스를 유도할 수 있는 Maxwell-wein bridge가 개발이 되었다. 이 브리지가 개발됨으로서 10 mH의 경우 400 Hz~5 kHz의 주파수 범위내에서 약 8 ppm(2σ)의 불확도로서 인덕턴스 표준을 유지할 수가 있게 되었다.

1. 서 론

저 주파수에서 인덕턴스 값을 유도해 내는 방법은 크게 3가지가 있다. 첫째는 정밀 솔레노이드를 제작하여 제작된 솔레노이드의 기하학적 구조로부터 계산에 의해 유도하는 방법[1], 둘째는 표준 전기용량기(C)와 저항기(R)를 사용한 *RLC* 공진회로에서 알고 있는 전기용량으로부터 유도하는 법, 마지막으로 교류회로 브리지 즉 Maxwell-Wein 브리지를 이용하여 전기용량표준으로부터 인덕턴스 값을 유도해 내는 방법이다. 첫 번째의 솔레노이드에 의한 방법은 1960년대 이전까지 사용하던 것으로 그 기하학적인 구조로부터 발생하는 오차가 크기 때문에 1956년과 1957년에 A. M. Thomson과 D. G. Lampard에 의하여 cross capacitance 이론[2,3]이 발표되고 실제로 전기용량을 10^{-8} order의 불확도로 절대 측정할 수 있는 calculable cross capacitor가 개발이 되면서 전기용량으로부터 인덕턴스를 유도하게 되었다. 한편 *RLC* 공진회로를 이용하는 경우는 측정하고자하는 일정한 주파수에서 높은 정확도로 측정값을 얻기 위해서는 인덕턴스 표준기의 Q(이득계수)값이 아주 커야만 한다. 따라서 특수한 인덕턴스 표준기가 제작이 되어야 하는 단점으로 인하여 영국 NPL, 중국 NIM 등 몇 나라의 국가 표준연구기관에서만 사용이 되고 있다. Maxwell-Wein 브리지는 전기용량으로부터 인덕턴스를 측정하기 위하여 Maxwell에 의해서 디자인이 되었고 Wein에 의해서 처음 사용이 되었다. 브리지의 평형을 이루기 위하여 복잡한 평형회로가 필요하기 때문에 브리지의 제작이 비교적 어려우나 잘 만들어진 상용화 된 인덕턴스 표준기를 사용할 수가 있고, 측정하고자 하는 정확한 주파수에서 높은 정확도로 측정이 가능하기 때문에 현재 세계 여러나라의 국가 표준기관에서 사용을 하고 있다. 현재 선진 국가표준기관에서의 인덕턴스 표준유지 능력은 best accuracy인 경우 약 5 ppm정도이고, 사용하고 있는 인덕턴스 측정브리지는 국가에 따라 자체 개발하여 사용하고 있으며 표준보급 불확도는 평균적으로 약 20 ppm 수준이 된다. 따라서 한국표준연구원에서도 이러한 국제적 수준으로 인덕턴스의 표준유지와 보급을 이하여 10 nF로부터 10 mH를 유도할 수 있는 Maxwell-ewin 브리지를 개발하였으며 본 연구논문에서는 개발된 브리지의 제작법과 측정불확도에 관하여 기술한다.

2. 브리지 제작

2.1 브리지 설계

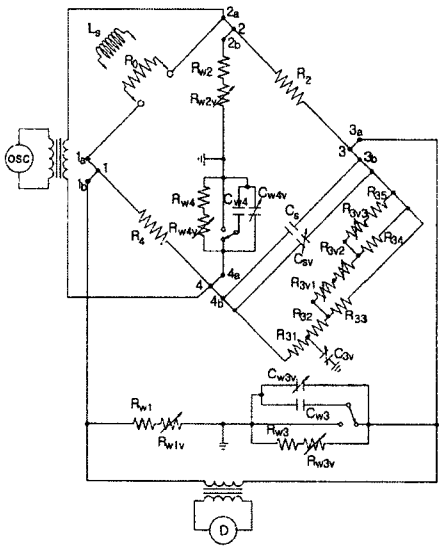

그림1. 제작된 브리지의 회로

인덕턴스 10 mH를 10 nF의 전기용량으로부터 측정하기 위하여 설계 제작된 Maxwell-Wein의 회로는 그림 1과 같다. 그림에서 L_s는 측정하고자하는 인덕턴스 표준기로서 잘 제작된 상용의 인덕터 표준기를 사용하였다. R_2, R_4는 비례 arm의 정밀 교류 저항 표준기이며, C_s는 전기용량표준기로서 10 nF ceramic 전기용량 표준기를 사용하였다. 한편 전기용량 C_{sv}는 가변전기용량 표준기로서 Cs로서 Ls를 유도할 때 모자라는 Cs의 양 만큼을 공급하는 역할을 하는 전기용량 표준기로서 air type 가변전기용량 표준기이다. R_0 는 치환용 저항기로서 인덕턴스 표준기가 가지고 있는 고유의 저항과 저항값을 일치시키되, 인덕턴스의 값은 계산에 의하여 산출할 수 있는 구조로 제작이 되었다.

2.2 브리지 평형 및 평형방정식

상기 그림 2는 그림 1을 브리지 평형 방정식을 유도하기 위하여 간략화한 그림이다. 정밀한 측정을 위하여 아래 치환법을 사용하여야만 한다.

치환 1: 인덕턴스 10 mH(L_s, r_s)를 arm12사이에 연결하고 arm 34 의 "a" 와 "b" 사이의 컨덕턴스를 조절하는 방법으로 브리지의 평형을 잡는다.

치환 2: 인덕턴스 10 mH(L_s, r_s) 대신 치환용 저항 R_0를 arm12사이에 연결하고 arm 34 의 "a" 와 "b" 사이의 컨덕턴스를 조절하는 방법으로 브리지의 평형을 잡는다.

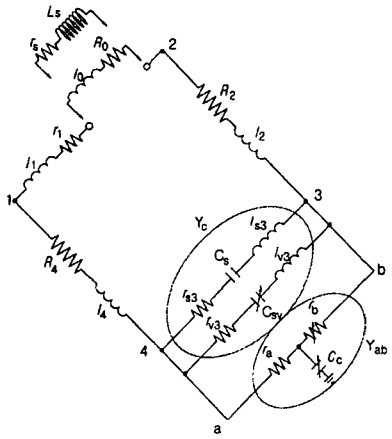

그림 2. 그림 1을 간략화 한 Maxwell-wein 브리지 회로.

브리지 arm의 impedance로부터 브리지 방정식을 풀어서 간단히 정리하면

$$L_s = R_2 \cdot R_4 \cdot (C_s + C_{sv}) \cdot (1+\varepsilon) - l_1 \qquad (1)$$

여기서 ε: 브리지 오차, l_1: standard inductor 10 mH를 연결하는 lead cable의 인덕턴스이다. 여기서 사용한 치환용저항(equal resistance Substitution method)이란 인덕턴스 표준기 L_s가 갖는 저항값과 가능한 접근된 저항을 가지고 최소의 stray 인덕턴스 값을 갖는 저항 R_0를 arm 1의 "1"과 "2"사이에 연결하여 인덕턴스 표준기 L_s와 치환하는 것이다. 이 치환법을 사용하려면 아래의 조건이 필요하다.

(1) 저항기 R_0를 인덕턴스 표준기의 저항 값 r_s와 같도록 조절할 수 있도록 분해능이 0.1 mΩ이하가 되어야 한다. 저항 값을 조절 시 저항기의 residual inductance는 0.5 nH 이내의 변화를 가지고 있어야 한다.

(2) 저항기 R_0의 residual inductance를 계산에 의하든 직접측정에 의하든 그 값을 0.5 nH 이하로 추산할 수 있어야 한다.

(3) Arm 3의 컨덕턴스(120 kΩ order)를 해상도 0.5 ppm으로 가변 할 수 있어야 한다.

arm 3에 의해서 브리지가 적절히 평형이 이루어진다면 lead 선 저항은 거의 무시할 수 있으므로 식 1은 저항의 시정수 τ 와 전기용량기의 손실계수 $\tan\delta$항을 사용하여 아래의 식으로 단순화 할 수 있다.

$$L_s + l_1 \approx R_2R_4\left[C_s + C_{sv} + \frac{\mathrm{Im}(Y_{ab})}{\omega}\right][1-\varepsilon] + \frac{R_2R_4}{\mathrm{Re}\left(\frac{1}{Y_{ab}}\right)}(\tau_2+\tau_4) - (R_0+r_1)\tau_{ab} \qquad (2)$$

여기에서 τ_{ab}: 브리지 node "a"와 "b"사이의 T-circuit 저항의 시정수, $\tan\delta_{3\Sigma}$: C_s, C_{sv} 와 r_a, r_b, C_c 로 이루어진 T회로의 손실계수.

여기서 오차항 ε 은

$$\varepsilon = \omega^2\tau_2\tau_4 - \omega^2\tau_4\tau_{ab} - \omega^2\tau_2\tau_{ab} + \omega\tau_2\tan\delta_{3\Sigma} + \omega\tau_4\tan\delta_{3\Sigma} + \omega\tau_{ab}\tan\delta_{3\Sigma} - \tan^2\delta_{3\Sigma} - \omega^3\tau_2\tau_4\tau_{ab}\tan\delta_{3\Sigma} \qquad (3)$$

이다. 따라서

$$L_s \approx R_2R_4\left[C_s + C_{sv} + \frac{\mathrm{Im}(Y_{ab})}{\omega}\right][1-\varepsilon] - l_0$$

에 서 $\varepsilon \le 1\cdot10^{-6}$(즉 불확도가 1 ppm 이하가 되기 위한 조건)가 되기 위해서는 브리지에 사용할 부품은

$$\tau_2 \approx \tau_4 \le 1\cdot10^{-8}\ \mathrm{sec}$$

$$\tan\delta_{3\Sigma} \le 1\cdot10^{-4}$$

$$\Delta l_1 \le 1\cdot10^{-8}\ \mathrm{H}$$

$$l_3 = \frac{(l_{sv}\cdot l_s)}{(l_{sv}+l_s)} \le 1\cdot10^{-7}\ \mathrm{H}$$

$$\Delta\tau_{ab} \le 1\cdot10^{-8}\ \mathrm{sec}$$

의 조건을 만족해야만 한다.

2.3 브리지 부품제작 및 그 특성

2.3.1 치환용 저항

제작된 Maxwell-Wein 브리지에 인덕턴스 표준기를 연결하여 인덕턴스를 측정하면 인덕턴스 표준기의 인덕턴스 값뿐 만 아니라 lead cable의 인덕턴스 값도 포함이 되어 함께 측정이 되어진다. 따라서 인덕턴스 표준기의 인덕턴스 값만을 측정하기 위해서는 반드시 lead cable의 인덕턴스를 보상해 주어야 한다. 본 연구에서 설계 제작된 브리지에서는 인덕턴스를 계산의 방법으로 구 할 수 있도록 제작된 특수의 저항을 치환법의 도구로 사용하여 치환저항을 브리지에 연결 시 단지 저항의 브리지로 되도록 단순화하였다.

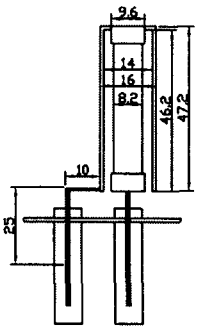

그림 3. 치환저항의 내부구조.

그림 3은 제작된 치환저항기의 구조를 그린 것이며 이 저항에서 유도되는 인덕턴스는 실린더 부분에서는

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\cdot l\ (\mathrm{H}) \qquad (5)$$

의 공식에 의해서 약 4.8×10^{-9} H 가 유도되게 된다. (여기서 a: 내부도체 외경, b: 외부도체의 내경, l: 실린더 길이) 한편 단자까지의 lead 선에서 나타나는 인덕턴스는

$$L = 2p(2.3\log_{10}\frac{p}{d} + 0.636)\times10^{-9}\ \ (\mathrm{H}) \qquad (6)$$

의 공식에 의해서 약 4.7×10^{-8} H 가 유도되게 된다. (여기서 p: lead 선 길이, d: 선경)

2.3.2 비례 arm용 정밀 교류저항

비례 arm에 사용되는 교류저항은 그 특성이 인덕턴스 측정에 직접적인 값으로 영향을 미치기 때문에 안정도가

우수하고 시정수가 아주 작은 것이어야만 한다. 비례 arm에 사용할 교류저항을 KRISS 실험실 조건에서 약 12시간 동안의 안정도를 측정한 결과는 12시간동안 약 1.5 ppm의 변화량을 보였다. 따라서 인덕턴스 측정시간을 약 30분 정도로 생각할 때 비례 arm에 사용되는 교류저항 값의 변화에 의해서 나타나는 영향은 ppm 이하로 추산이 되어져 무시가 가능하다. 표 1은 비례 arm용 교류저항의 특성이다.

표 1. 비례 arm용 교류 저항의 특성

Nominal value	100 Ω	10 kΩ
Serial No.	003	005
R_0, Ω	99. 997 8	9 999.74
α, ppm/K	2.3 ± 0.2	1.6 ± 0.2
τ, nS	0 ± 1	-4 ± 2
δ (0.4), ppm	-0.1 ± 0.1	0.2 ± 0.2
δ (1.0), ppm	-0.3 ± 0.2	0.3 ± 0.2
δ (1.6), ppm	-0.5 ± 0.2	0.5 ± 0.2
δ (20), ppm	-3 ± 1	11 ± 2

여기서 R_0: 20 ± 0.03 ℃에서 교정된 DC 저항 값.
α: 19~23 ℃ 범위에서의 저항 값의 온도계수.
τ: 1 kHz에서의 시정수.
$\delta_{(f)}$: 주파수 f에서의 주파수 보정 값,
$R_f = R_0 + \delta_{(f)} \cdot R_0$.

2.3.3 정밀 전기용량기

비례 arm에 사용하는 전기용량기는 그 값이 안정되어야 할 뿐 만 아니라 손실계수도 10^{-4} 이하가 되어야 브리지의 측정 불확도를 1 ppm 수준으로 맞출 수가 있다. 여기에서 사용한 전기용량 표준기는 ceramic 10 nF 로서 그 특성은 표 2와 같다. 한편 실험실 조건에서 16시간 동안의 전기용량 변화는 온도의 변화 0.6 ℃에서 약 1.9 ppm의 drift를 보였다. 따라서 1회 측정시간을 약 30분 정도로 추정하고 이때의 전기용량 값의 drift를 1 ppm으로 추산하면 인덕턴스에 미치는 값은 1 ppm이 된다.

표 2. 전기용량 표준기의 특성

	300 Hz	1 kHz	3 kHz	10 kHz
$D(\times 10^{-4})$	0.87	0.87	0.84	1.01
$C_{1\ kHz}$(pF)	9 999.80	9 999.68	9 998.81	9 998.18
$10^4 \log(C_f/C_{1\ kHz})$	+0.052	0	-0.378	-0.651

2.3.3 Wagner circuit용 정밀저항 및 전기 용량기

Wagner circuit에 사용되는 저항류와 capacitor는 그 값의 정확도 측면에서의 중요성은 덜하지만 측정시간 동안 값의 안정도는 매우 중요하다. 본 연구에서는 저항의 경우는 Vishay사의 정밀 저항을 주로 사용하였으며 가변저항의 경우 10 turn 가변저항과 정밀 분해가 가능한 dial을 사용하여 분해능을 가능한 한 높였다. 한편 가변 capacitor의 경우는 상품화되어 있는 15~100 pF를 사용하였으며 가능한 한 가변범위를 줄이고 고정 값이 크게 사용되도록 하여 가변 전기용량기의 drift로부터 나타나는 불확도를 줄이도록 하였다. Wagner arm에 사용한 Vishay 저항을 KRISS 실험실에서 14 시간동안의 drift를 측정한 결과 drift는 약 14시간동안 1 ppm이하를 보였다.

2.3.3 Isolation, Detection Transformer

Power supply와 브리지 사이, 브리지와 detector사이의 power coupling과 임피던스 matching을 위하여 사용하는 것이 isolation transformer와 detection transformer이다. 권선은 1차에 0.6 mm 선경의 에나멜선을 사용하여 50회의 권선을 하였으며 2차측에는 12가닥이 꼬인 선을 사용하여 50회의 권선을 하고 12개의 tap을 만들어 임피던스 matching시 적절한 권선비를 선택할 수 있도록 하였다.

2.4 브리지 불확도 분석

브리지 불확도 분석은 1회의 측정시간이 30분 정도 소요되는 것으로 가정을 하였고 이때 실험실의 온도는 약 0.5도의 drift가 있는 것으로 가정을 하고 분석하였다. 브리지의 불확도는 약 18 ppm 정도로 분석이 되었고 그 대부분이 온도 drift에 의한 10 mH inductor의 inductance 변화에서부터 나타나는 것으로 분석이 되었다. 따라서 10 mH standard inductor를 0.05 ℃ 정도로 유지 시켜주면 불확도를 약 7.1 ppm으로 향상시킬 수가 있다.

표 3. 제작된 브리지의 불확도 분석

	항 목	불확도(ppm)
1	온도 drift에 의한 10 mH inductor의 inductance 변화	0.23
2	치환저항기 및 lead 선의 인덕턴스 계산 불확도	1.50
3	온도 drift에 의한 비례 arm용 정밀 교류저항 값의 변화	2.13
4	비례 arm용 정밀 교류저항의 교정불확도	0.29
5	온도 drift에 의한 비례 arm용 전기용량기 값의 변화	0.58
6	비례 arm용 전기용량기의 교정불확도	2.89
7	Wagner circuit 부품 값의 drift	0.58
	RSS(1σ)	3.98

3. 결 론

1956년에 호주 NML의 A. M. Thompson과 D. G. Lampard에 의해 새로운 정전기 이론이 발표되면서 이를 이용한 calculable capacitor가 임피던스 분야의 표준으로 자리를 잡은 이후로 오늘날에는 세계적인 추세가 전기용량의 단위에서부터 Maxwell-Wien bridge, LC resonance method로 인덕턴스 단위를 유도해 내고 있다. 이와 같은 세계적인 추세에 적극적인 대처를 하기 위하여 본 연구에서 KRISS type Maxwell-Wein 인덕턴스 브리지를 설계하였고, 설계 값에 따른 적절한 부품을 선택하거나 설계 제작을 하였다. 브리지 제작에 필요한 모든 부품에 대하여 특성 검사를 하였으며 특성검사의 결과를 기본으로 한 브리지의 불확도 평가결과 7.96 ppm(k=2)의 불확도를 보이는 것으로 나타났다. 한편 본 브리지가 개발됨으로서 약 100 ppm이던 인덕턴스 표준 유지 및 보급능력이 약 8 ppm으로 향상되었으며, 향후 국제간의 상호비교에도 적극 참여할 수가 있게 되었다.

[참 고 문 헌]

[1] J. L. Thomas et al, "An Absolute Measurement of Resistance by the Wenner Method", J. Res., NBS, Vol. 43, p.291, 1949

[2] A. M. Thomson, D. G. Lampard, "A New Theorem in Electrostatics and its Application to Calculable Standatds of Capacitance", Nature, Vol. 177, p. 888, 1956

[3] D. G. Lampard, "A New Theorem in Electrostatics with Applications to Calculable Standatds of Capacitance", Pro. IEE, Mono, No. 216M, p. 271, 1957