

## 감쇠회전 벡터법과 상 분리법에 의한 농형 유도전동기의 과도현상해석

정 종 호<sup>✉</sup> 이 은 웅 최 재 영  
서초전자공고<sup>✉</sup> 충남대

### Analysis of the Transient Phenomena of a Squirrel-Cage Induction Motor by means of the Spiral Vector method and the Phase Segregation method

Jong-Ho Jeong<sup>✉</sup>, Eun-Woong Lee, Jae-Young Choi  
Seocho Electronics Technical High School<sup>✉</sup>, Chungnam National University

**Abstract** - An induction motor can be controlled like a separately excited dc motor by field oriented control( or vector control). In vector control, Because the transformation of the stator's 3-phase current into two orthogonal current is required, the control scheme is complicated. But, Yamamura proposed a field acceleration method(FAM) without the phase transformation. FAM simplify an implementation control scheme for induction motors. In this paper, the analysis of transient phenomena of a squirrel-cage induction motor was achieved by the spiral vector method and the phase segregation method. It simplified control schemes more than those of vector control.

### 1. 서 론

유도전동기의 동특성을 높여 준 벡터제어는 Hasse의 2차 자속을 일정하게 유지하는 슬립주파수 제어방식과 Blaschke의 자속검출 방식이 있다. Hasse는 2차 쇄교자속의  $q$ 축성분을 0으로 하여 토크식을 구하였지만 초기값을 정상상태 값으로 가정한다. Blaschke도 자속제어를 고려한 슬립주파수제어 방식의 벡터제어에 대해서 미분방정식과 초기값을 같게 하여 제어모델과 실제값을 일치하게 하여 토크 과도현상을 일어나지 않도록 하는 것이다. 그러나, 일반적으로 토크식을 얻는 데에는 임의의 초기값에 대해서 회로정수의 변동을 고려해야 한다. 따라서 정상동가회로로 그 개념을 설명할 수는 있어도 과도시를 고려한 제어법을 도출하는 것은 매우 어렵다.[1][2]

그러므로 유도전동기의 전자기적 과도현상의 적합한 이론적 해석이 없다면 유도전동기 뛰어난 특성을 활용할 수 없다. 유도전동기 과도해석에서 등가 2상 전동기 이론 또는 2축이론이 있다. 등가2상법은 3상에서 2상으로 상수를 줄여주지만 패포먼스 식의 해석적 해를 구하기 위한 미분항을 많이 포함한다.[3][4]

이 논문에서는 전자기적 과도 해석을 위해서 Yamamura씨가 제안한 감쇠회전벡터법(spiral vector method)과 상분리법(phase segregation method)[5]을 유도전동기의 과도해석에 적용하여 좌표변환을 하지 않고 기존의 벡터제어법과 같은 제어특성을 가지면서 제어구조가 간단한 제어법의 가능성을 제시하고자 한다.

### 2. 감쇠회전벡터법에의 유도전동기의 과도해석

인버터기술의 진보에 의해 교류전원의 전압, 전류와 주파수의 제어가 가능해 지면서 교류전동기 제어기술도 진보하여 제어성능 현저히 향상되었다. 실제로 교류전동

기의 제어가 어려웠던 것은 전동기의 파라미터가 비선형이기 때문이지만 교류전원의 제어가 어려웠던 데에도 원인이 있다. 교류는 벡터량이기 때문에 교류전동기의 제어도 벡터적인 제어이어야 한다. 그런데 파워트랜지스터와 IGBT, GTO 등을 사용한 펄스폭변조형 인버터기술이 급속하게 향상되면서 순시적으로 벡터량의 제어가 가능하게되어 교류전동기의 제어가 매우 진보되었다.

그러나, 3상의 상태변수를 직류 2상좌표로 변환하는 교류전동기를 해석방법은 과도현상의 해석이 얻어지지 않는다. 다행히 1981년 Yamamura씨는 감쇠회전 벡터법과 상분리법을 제안하여 교류전동기의 정상상태 해석과 과도상태 해석을 할 수 있는 길을 열어주었다.[6] 상분리법은 3상 기기의 정상상태 해석에는 오래동안 사용되어 왔지만 과도현상의 해석에는 적용되지 않았으나 감쇠회전 벡터법이 교류전동기의 과도해석에 상분리법을 적용할 수 있도록 해주었다.

#### 2.1 감쇠회전벡터법의 개요

교류이론에 주로 사용되는 페이저와 벡터는 과도상태 변수를 표현할 수 없는 정지벡터이다. 그런데 과도상태 변수는 순시 실수값으로 표현된다. 따라서 정상상태 해석과 과도상태 해석을 결합할 필요가 있다. 이러한 문제를 풀어주고 해석적 해를 제공하는 것이 감쇠회전벡터법이다.

전기회로나 전기기계는 미분방정식의 형태로 쓸 수 있다. 이러한 미분방정식의 일반해는 식(1)과 같이 시간의 지수함수로 나타낼 수 있다.

$$i = Ae^{\delta t}, \quad \delta = -\lambda + j\omega \quad (1)$$

감쇠회전벡터( $i$ )는 시간이 지남에 따라 복소평면상에 나선을 그린다.  $\lambda = 0$ 일 때 감쇠회전벡터는 복소평면상에 원벡터로서 정상교류변수를 표현하며,  $\delta = 0$ 일 때는 정상직류를 표현한다.

#### 2.2 감쇠회전벡터법을 이용한 유도전동기 해석

해석을 위한 유도전동기의 모델은 그림1과 같으며 1차에 대칭 3상 권선 a, b, c가 있고, 2차에도 대칭 3상인 r, s, t가 있다. 1차축을 대표하는 a상과 2차축을 대표하는 r상의 회로방정식은 식(2)와 식(3)이다.[7][8]

$$v_a = R_1 i_a + l_1 p i_a + p \lambda_a \quad (2)$$

$$0 = R_2 i_r + l_2 p i_r + p \lambda_r \quad (3)$$

$v_a$  : a상 단자전압,

$i_a$  : a상 전류,  $i_r$  : r 상전류,

$R_1$  : 1차저항,  $R_2$  : 2차저항,

$l_1$  : 1차누설인덕턴스,  $l_2$  : 2차 누설인덕턴스,

$\lambda_a$  : a상 권선의 공극쇄교자속,

$\lambda_r$  : r상 권선의 공극쇄교자속,

$p$  : 미분연산자.

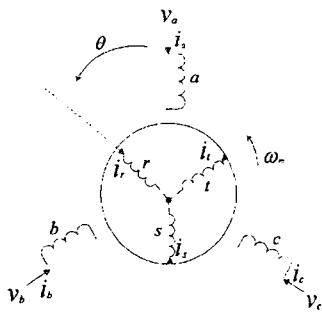


그림1. 3상 유도전동기 해석모델

정상상태에서는 3상전류는 대칭이기 때문에 고정자와 회전자 전류를 감쇠회전벡터로 식(4)와 식(5)로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} i_a &= \sqrt{2}|I_1|e^{j(\omega_1 t + \phi_1)} \\ i_b &= \sqrt{2}|I_1|e^{j(\omega_1 t + \phi_1 - 2\pi/3)} \\ i_c &= \sqrt{2}|I_1|e^{j(\omega_1 t + \phi_1 + 2\pi/3)} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} i_r &= \sqrt{2}|I_2|e^{j(\omega_2 t + \phi_2)} \\ i_s &= \sqrt{2}|I_2|e^{j(\omega_2 t + \phi_2 - 2\pi/3)} \\ i_t &= \sqrt{2}|I_2|e^{j(\omega_2 t + \phi_2 + 2\pi/3)} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ 는 각각 1차, 2차 전류의 각주파수이고 고정자 축과 회전자 축은 서로 독립이다. 3상 권선이 Y 결선이고 중성점에 전류가 흐르지 않으면 고정자 전류의 합과 회전자 전류의 합은 영(零)이므로 식(6)과 식(7)의 관계가 성립한다.

$$i_b - i_c = \sqrt{2}|I_1|e^{j(\omega_1 t + \phi_1)}[e^{-j2\pi/3} - e^{j2\pi/3}] = -j\sqrt{3}i_a \quad (6)$$

$$i_s - i_t = -j\sqrt{3}i_r \quad (7)$$

위식(6), (7)의 관계에서 a상과 r상의 공극쇄교자속  $\lambda_a$ 와  $\lambda_r$ 은 식(8)과 식(9)와 같이 된다.

$$\lambda_a = \frac{3L_m}{2}i_a + \frac{3L_m}{2}i_r e^{j\theta} \quad (8)$$

$$\lambda_r = \frac{3L_m}{2}i_r + \frac{3L_m}{2}i_a e^{-j\theta} \quad (9)$$

2차전류를 식(10)으로 전동기의 각속도  $\omega_m$ 을 식(11) 관계로 놓는다.

$$i_2 = pi_r e^{j\theta} = (pi_r)e^{j\theta} + j\omega_m i_r e^{j\theta} \quad (10)$$

$$\omega_m = \frac{d\theta}{dt} = p\theta \text{ [rad/s]} \quad (11)$$

식(2)와 식(3)에 식(8)~식(11)을 적용하고 고정자축과 회전자축을 대표하는 각 첨자 a를 1로, r을 2로 하면 식(12)과 식(13)이 얻어지며, 행렬형태로 나타내면 식(14)와 같이 된다.

$$v_1 = R_1 i_1 + \left(I_1 + \frac{3}{2}L_m\right)pi_1 + \frac{3}{2}L_m pi_2 \quad (12)$$

$$0 = R_2 i_2 \left(I_2 + \frac{2L_m}{2}\right)(p - j\omega_m)i_2 + \left(\frac{3L_m}{2}\right)(p - j\omega_m)i_1 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + p\left(I_1 + \frac{3L_m}{2}\right) & p\frac{3L_m}{2} \\ \frac{3L_m}{2}(p - j\omega_m) & R_2 + \left(I_2 + \frac{3L_m}{2}\right)(p - j\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

식(12)와 식(13)은 3상의 다른 두상과는 분리되어 있어서 이를 상분리법(phase segregation method)이라

하며, 정상상태와 과도상태에 적용할 수 있는 회로방정식이다. 속도기전력  $e_s$ 가 식(15)과 같다면 유도전동기의 T형도 등가회로는 그림2와 같이된다.

$$e_s = -j\omega_m \left\{ \frac{3}{2}L_m i_1 + \left(I_2 + \frac{3}{2}L_m\right)i_2 \right\} \quad (15)$$

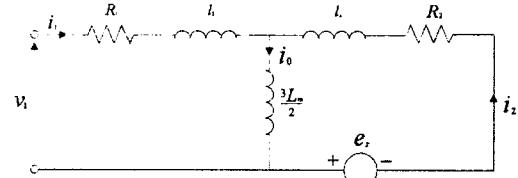


그림2 유도전동기의 T형 과도등가회로

변환행렬을 이용하여 식(14)를 식(16)과 같이 변수변환 한다.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2^a \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2^a \end{bmatrix} \quad (16)$$

이와같이 변수변환을 함으로써 여러 가지 과도등가회로를 얻을 수 있다.

1차 전류  $i_1$ 은 그대로 두고 2차 전류를  $i_2^a = i_2/\alpha$ 로 변환한다. 임피던스행렬 [Z]를  $C_i^* [Z] C$ 에 의해서 변환하면 전력불변이고 토크도 불변인 변수변환이 된다. 그 결과는 식(17)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + I_1 p + \frac{3}{2}L_m p & \frac{3}{2}L_m \alpha p \\ \frac{3}{2}L_m \alpha(p - j\omega_m) & R_2 \alpha^2 + \alpha^2 \left(I_2 + \frac{3}{2}L_m\right)(p - j\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2^a \end{bmatrix} \quad (17)$$

또한, 속도기전력  $e_s^a$ 이 식(18)과 같다면 일반적인 과도 등가회로는 그림3과 같이 된다.

$$e_s^a = -j\omega_m \frac{3}{2}L_m \alpha i_1 - j\omega_m \alpha^2 \left(I_2 + \frac{3}{2}L_m\right) i_2^a \quad (18)$$

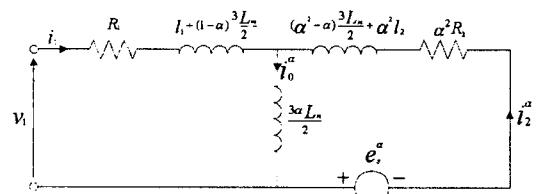


그림3 유도전동기의 일반과도등가회로

그림3에서  $\alpha$ 가 1인 경우에는 그림2와 같이 대칭 T형과도등가회로로 되지만,  $\alpha$ 를 식(19)과 같이 놓으면 2차 누설인덕턴스가 영(零)으로 되며 이에 따른 과도등가회로를 비대칭 T-I형 과도등가회로라하고 그림4와 같이 나타낼 수 있으며, 식(20)과 같이 놓으면 1차 누설 인덕턴스가 영(零)으로 되어 이때의 과도등가회로를 비대칭 T-II형 과도등가회로라 한다.

$$\alpha = \frac{\frac{3}{2}L_m}{I_2 + \frac{3}{2}L_m} \quad (19)$$

$$\alpha = \frac{I_1 + \frac{3}{2}L_m}{\frac{3}{2}L_m} \quad (20)$$

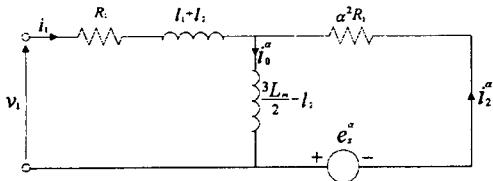


그림4 T-I형 과도등가회로

전류제어에 의한 일반과도등가회로의 해는 식(21)이며, 과도현상이 발생하지 않을 조건은 식(22)이다.

$$i_0(t) = \frac{R_2 a + j\omega \left\{ aI_2 + \frac{3}{2} L_m(a-1) \right\}}{a(R_2 + j\omega \left\{ I_2 + \frac{3}{2} L_m \right\})} \sqrt{2} I_1 e^{j\omega t} - \frac{\frac{R_2}{a(R_2 + j\omega \left\{ I_2 + \frac{3}{2} L_m \right\})}}{\frac{3}{2} L_m} \frac{\sqrt{2} I_1 e^{j\omega t} + I_{00} e^{j\omega t}}{I_2 + \frac{3}{2} L_m} \quad (21)$$

$$\frac{R_2}{a(R_2 + j\omega \left\{ I_2 + \frac{3}{2} L_m \right\})} \frac{\frac{3}{2} L_m}{I_2 + \frac{3}{2} L_m} \sqrt{2} I_1 = I_{00} \quad (22)$$

식(21)과 식(22)에 식(19)를 대입하면 그림4의 비대칭 T-I형 과도등가회로에 대한 여자전류의 해는 식(23)과 식(24)로 주어진다.

$$i_0(t) = \frac{R_2}{R_2 + j\omega \left\{ I_2 + \frac{3}{2} L_m \right\}} \sqrt{2} I_1 e^{j\omega t} - \frac{R_2}{R_2 + j\omega \left\{ I_2 + \frac{3}{2} L_m \right\}} \sqrt{2} I_1 e^{j\omega t} + I_{00} e^{j\omega t} \quad (23)$$

$$\frac{R_2}{R_2 + j\omega \left\{ I_2 + \frac{3}{2} L_m \right\}} \sqrt{2} I_1 = I_{00} \quad (24)$$

여기서,  $I_{00}$ 은 여자전류의 초기값이다. 식(24)의 초기값을  $\sqrt{2} i_0^* e^{j(\omega t + \phi_0)}$ 라 하면  $t=0$ 에서 여자전류의 초기값이 정상상태 여자전류와 같으므로 과도가 발생하지 않는다. 1차 입력전류는 식(25)로 나타낸다.

$$i_1 = \sqrt{I_1} e^{j(\omega t + \phi_1)} \quad (25)$$

그림4에서 여자전류  $i_0^*$ 은  $i_1$ 과  $i_2^*$ 의 합이며 1차 전류  $i_1$ 은 식(25)와 같은 제어입력이라 할 때 여자전류  $i_0^*$ 은 정격으로 고정되며 토크 지령  $T_c$ 에 비례하는 2차 전류  $i_2^*$ 는 벡터합으로 인가되어 1차전류  $I_1 e^{j\phi_1}$ 을 발생한다.  $I_1 e^{j\phi_1}$ 과 슬립주파수  $\omega_s$ 와 전동기 각주파수  $\omega_m$ 의 합인 전원주파수  $\omega$ 는 3상 인버터를 구동하기 위한 단위 벡터 발생기로 입력되어 1차전류  $i_1$ 의 순시값을 얻는다. 이때, 여자전류  $i_0^*$ 은 일정하게 유지되므로 과도는 발생하지 않는다. 이렇게 구성한 제어계는 벡터제어의 2차 자속 일정 벡터제어와 일치한다. 이러한 시스템의 블록도는 그림5와 같이 된다.

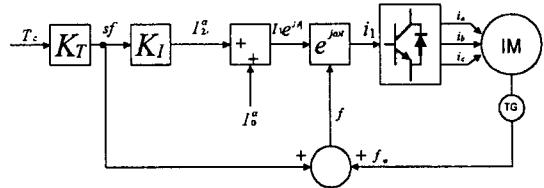


그림5 3상 유도전동기의 T-I형 모델 제어계통도

### 3. 결 론

감쇠회전벡터법과 상분리법을 이용하여 유도전동기의 과도현상을 검토하였다. 등가 2상 전동기이론과 2축이론은 상수를 줄여주지만 특성의 해석적 해를 구하기는 어려운 기존 유도전동기 해석법의 단점을 보완하기 위해 Yamamura씨가 제안한 감쇠회전벡터법과 상분리법을 적용하였다. 그러므로해서 과도해석도 가능하고 좌표변환을 하지 않아도 벡터제어이론이 성립하게 되어 훨씬 간단히 제어기를 구현할 수 있을 것으로 생각된다.

### (참 고 문 헌)

- [1] Kenji Hirose, Atsuo Kawamura, Richard Hoft, "Comparison of field oriented and field acceleration methods of induction motor control", PESC'84, 170-180, 1984
- [2] Mineo Tsuji, Eiji Yamada, Katsuhiro Izumi, Jun Oyama, "A Consideration on field acceleration method and vector control of induction motor", T.IEE Japan, Vol.112, 136-144, 1992
- [3] Sakae Yamamura, Satoko Nakagawa, "Equivalent circuit and field acceleration method of AC servomotor by means of induction motor", T.IEE Japan, Vol 102, 439-444, 1982
- [4] Sakae Yamamura, Hua Zhong Xiang, Satoko Nakagawa, "Equivalent circuit of induction motor as servomotor of quick response", T.IEE Japan, Vol 103, 133-138, 1983
- [5] Sakae Yamamura, "Spiral vector theory of AC circuit and machine", Proc. Japan Acad. vol 65, 142-145, 1989
- [6] Sakae Yamamura, "Spiral vector theory of AC circuit and Machines", Oxford press, 1992
- [7] Sakae Yamamura, Hua Zhong Xiang, Satoko Nakagawa, Atsuo Kawamura, "Analysis of transient phenomena and field acceleration control of induction motor as AC servomotor of quick response", T.IEE Japan, Vol.103, 491-497, 1983
- [8] Sakae Yamamura, "Theory of analysis of transient phenomena of AC machines by means of phase segregation method and decaying vector symmetrical component method", T.IEE Japan, Vol.105, 581-588, 1985