

전하 중첩법을 이용한 표면 저항 또는 체적 저항을 고려한 유전체의 전계 분포 해석

민석원 김용준
순천향 대학교 정보 기술 공학부 전기공학 전공

Analysis on Electric Field Distribution of Dielectric Considering Surface or Volume Resistivity By Charge Simulation Method

S. W. Min Y. J. Kim
Soonchunhyang University

Abstract - In this paper, electric field distribution of dielectric sphere considering surface or volume resistivity is analysed by the use of rotational symmetric charge simulation method. We applied three methods such as α , β , modified β method to check electric field calculation error. We find β method and modified β method are suitable to simulate volume and surface resistivity respectively.

1. 서 론

최근 인구의 대도시 집중화 현상 및 산업의 발달로 인해 신뢰도 높은 대용량 장거리 전력 수송 설비가 필요함에 따라 765kV 송전선로가 건설 중에 있으며 GIS 설비의 사용이 전국적으로 증가하는 추세이다. 이로 인해 고전압 기기의 사용은 증가되었고, 이를 지지하는 절연체가 안정한 상태를 유지하는 것은 신뢰도 높은 전력을 공급하는데 중요한 요소이므로 절연체에 과도한 전계가 집중하여 절연 파괴 현상이 발생하는 것을 사전에 검토하여 사고를 미연에 방지하여야 한다.

따라서 본 논문에서는 절연체가 유전을 뿐만 아니라 저항 성분을 포함하고 있으므로 절연체 주변의 정확한 전위 및 전계의 세기를 구하기 위하여 체적 저항 또는 표면 저항을 고려한 회전대칭 전하 중첩법의 계산 방법을 검토하였다.

오차를 검증하기 위하여 해석해가 존재하는 형상에 체적 저항과 표면 저항의 여러 가지 경계 조건[1]-[3]을 적용하고 전위, 전계를 계산하여 해석해와 비교하였다.

유전체 경계조건으로 전하 중첩법의 일반적 방법인 α 법을 적용하였는데 이 방법은 유전체 내부의 오차를 크게 하였다. 따라서 내부오차를 줄이기 위해 유전체 내부 계산을 주변전하만을 이용하는 β 법을 경계조건으로 적용하였다. 그러나 이 방법 역시 유전체의 표면 저항을 고려한 경우 유전체 내부에서 매우 큰 오차가 발생하여 이를 줄이고자 β 법을 수정한 경계조건을 적용하였다.

2. 계산 원리

회전대칭 전하 중첩법은 이미 잘 알려진 이론이기 때문에 여기서는 회전대칭 전하 중첩법에 사용되는 경계조건만을 기술한다.

2.1 회전대칭 전하 중첩법의 α 법

그림 1과 같이 균등한 전계하에서 유전체 내, 외부에 가상전하를 위치시켰을 때, α 법의 경계 조건은 균등전계 E_0 와 ϵ_B 측의 가상전하에 의한 영향을 합하여 ϵ_A 측 전위, 전계를 계산하고 또한 균등전계 E_0 와 ϵ_A 측의 가상전하의 영향을 합하여 ϵ_B 측의 전위, 전계를 계산한다.

체적저항 또는 표면저항의 특성을 모의하기 위해 복소 유전율과 복소 가상전하량이 절연체 경계면에 적용되었고 각각의 경우 경계 조건은 다음과 같다.

2.1.1 체적 저항

유전체 경계면 전위 연속조건

$$\sum P_A(i, j)(Q_{Ave}(j) + Q_{Aim}(j)) = \sum P_B(i, j)(Q_{Bve}(j) + Q_{Bim}(j)) \quad (1)$$

유전체 경계면 전속밀도 연속조건

$$\begin{aligned} & (\epsilon_A \epsilon_0 + 1/j\omega\rho_A) \{ (E_{nove}(i) + jE_{noim}(i)) + \sum F_{nB}(i, j)(Q_{Bve}(j) + jQ_{Bim}(j)) \} \\ & = (\epsilon_B \epsilon_0 + 1/j\omega\rho_B) \{ (E_{nove}(i) + jE_{noim}(i)) + \sum F_{nA}(i, j)(Q_{Ave}(j) + jQ_{Aim}(j)) \} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\sum P_A(i, j)$, $\sum P_B(i, j)$: 윤곽점 i 번째와 j 번째 가상전하 간의 전위계수,

$Q_{Ave}(j)$, $Q_{Bve}(j)$: 각각 유전체 A와 B의 j 번째 가상전하량의 실수부,

$Q_{Aim}(j)$, $Q_{Bim}(j)$: 각각 유전체 A와 B의 j 번째 가상전하량의 허수부,

ϵ_A , ϵ_B : 각각 유전체 A, B의 비유전율,

ϵ_0 , ω : 각각 진공중의 유전율과 각속도,

ρ_A , ρ_B : 각각 유전체 A, B의 유전율,

$E_{nove}(i)$, $E_{noim}(i)$: 각각 균등 전계에 의한 i 번째 윤곽점의 법선 방향 전계 실수부와 허수부,

$\sum F_{nA}(i, j)$, $\sum F_{nB}(i, j)$: 각각 유전체 A와 B의 j 번째 가상전하에 의한 i 번째 윤곽점의 법선 방향 전계 실수부와 허수부이다.

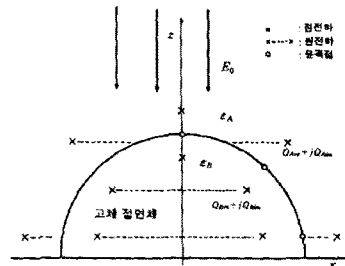


그림 1 균등 전계하의 유전체 반구

2.1.2 표면 저항

유전체 경계면 전위 연속조건

식 (1) 와 동일

유전체 경계면 전속밀도 연속조건

$$\begin{aligned} & \epsilon_A \epsilon_0 \{ (E_{nove}(i) + jE_{noim}(i)) + \sum F_{nB}(i, j)(Q_{Bve}(j) + jQ_{Bim}(j)) \} \\ & - \epsilon_B \epsilon_0 \{ (E_{nove}(i) + jE_{noim}(i)) + \sum F_{nA}(i, j)(Q_{Ave}(j) + jQ_{Aim}(j)) \} \\ & = \frac{1}{j\omega S(i)} \left[\frac{(E_{ore} + jE_{oim})z(i-1) + \sum P(i-1, j)(Q_{Ave}(j) + Q_{Aim}(j))}{R(i)} \right. \\ & \quad \left. + \frac{(E_{ore} + jE_{oim})z(i+1) + \sum P(i+1, j)(Q_{Ave}(j) + Q_{Aim}(j))}{R(i+1)} \right] \\ & - \left\{ \frac{1}{R(i)} + \frac{1}{R(i+1)} \right\} (E_{ore} + jE_{oim})z(i) + \sum P(i, j)(Q_{Ave}(j) + Q_{Aim}(j)) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 E_{ore} , E_{oim} : 각각 균등 전계의 실수부와 허수부,

$R(i)$, $z(i)$: 각각 i 번째 윤곽점의 표면저항과 높이,

$S(i)$: i 번째 윤곽점의 단면적이다.

식(3)에서 i 번째 윤곽점의 전류밀도를 구할 때 $i-1$ 윤곽점과 $i+1$ 윤곽점이 관계를 갖고 있어 윤곽점의 시작점과 끝점에서 전속밀도 연속조건을 만족시키기 어려워 본 논문에서는 윤곽점의 시작점과 끝점에서는 표면 저항을 성분은 고려하지 않고 유전체만을 고려하였다.

2.2 회전 대칭 전하 중첩법의 β 법

그림 1와 같은 조건에서 β 법의 경계 조건은 α 법과 같이 절연체 내, 외부에 가상전하를 위치시키지만 절연체 내부의 전위, 전계를 구할 때는 주변 전하만을 가지고 계산한다. 즉 ϵ_A 측의 전위, 전계를 구할 때는 α 법과 같이 균등전계 E_0 와 ϵ_B 측의 가상전하에 의한 영향을 합하여 계산하지만 ϵ_B 측의 전위, 전계 계산은 ϵ_A 측의 가상전하만을 가지고 계산한다. 이의 경계조건은 다음과 같다.

2.2.1 체적 저항

유전체 경계면 전위 연속조건

$$\sum P_A(i, j)(Q_{A_{nr}}(j) + Q_{A_{im}}(j)) = \sum P_B(i, j)(Q_{B_{nr}}(j) + Q_{B_{im}}(j)) + (E_{nr} + jE_{im})z(i) \quad (4)$$

유전체 경계면 전속밀도 연속조건

$$(\epsilon_A \epsilon_0 + 1/j\omega\rho_A) \{ (E_{nr}(i) + jE_{im}(i)) + \sum F_{nB}(i, j)(Q_{B_{nr}}(j) + jQ_{B_{im}}(j)) \} = (\epsilon_B \epsilon_0 + 1/j\omega\rho_B) \sum F_{nA}(i, j)(Q_{A_{nr}}(j) + jQ_{A_{im}}(j)) \quad (5)$$

2.2.2 표면 저항

유전체 경계면 전위 연속조건

식(4)과 동일

유전체 경계면 전속밀도 연속조건

$$\begin{aligned} & \epsilon_A \epsilon_0 \{ (E_{nr}(i) + jE_{im}(i)) + \sum F_{nB}(i, j)(Q_{B_{nr}}(j) + jQ_{B_{im}}(j)) \} \\ & - \epsilon_B \epsilon_0 \sum F_{nA}(i, j)(Q_{A_{nr}}(j) + jQ_{A_{im}}(j)) \\ & = \frac{1}{j\omega S(i)} \left[\frac{\sum P(i-1, j)(Q_{A_{nr}}(j) + Q_{A_{im}}(j))}{R(i)} \right. \\ & \left. + \frac{\sum P(i+1, j)(Q_{A_{nr}}(j) + Q_{A_{im}}(j))}{R(i+1)} \right] \\ & - \left[\frac{1}{R(i)} + \frac{1}{R(i+1)} \right] \sum P(i, j)(Q_{A_{nr}}(j) + Q_{A_{im}}(j)) \end{aligned} \quad (6)$$

본 논문에서는 α 법과 마찬가지로 식(6)에서 윤곽점의 시작점과 끝점에서는 표면 저항성분을 고려하지 않았다.

2.2.3 표면 저항 경계 조건의 수정

표면 저항 경계조건의 수정은 β 법의 기본 원리에 식(6)의 우변을 수정한 것이다. 즉 각 윤곽점의 표면 전하밀도가 전위를 이용하여 표현된 것을 접선 방향 전계값을 이용하여 표현한다.

유전체 경계면 전위 연속 조건

식(4)과 동일

유전체 경계면 전속밀도 연속조건

$$\begin{aligned} & \epsilon_A \epsilon_0 \{ (E_{nr}(i) + jE_{im}(i)) + \sum F_{nB}(i, j)(Q_{B_{nr}}(j) + jQ_{B_{im}}(j)) \} \\ & - \epsilon_B \epsilon_0 \sum F_{nA}(i, j)(Q_{A_{nr}}(j) + jQ_{A_{im}}(j)) \\ & = \frac{1}{j\omega S(i)^2} \frac{2\pi \{ (E_{B_{nr}}(i) + E_{B_{im}}(i)) \}}{R_T} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $E_{B_{nr}}(i)$, $E_{B_{im}}(i)$: 각각 균등 전계에 의한 i 번째 윤곽점의 접선 방향 전계 실수부와 허수부.

R_T, l : 각각 총 표면 저항과 i 번째 윤곽점이 호의 길이이다.

3. 적용 결과

3.1 α 법의 가상 전하의 위치 변화에 의한 전위 계산오차

표 1은 그림 2와 같은 형상에 1kV/cm의 균등전계를 주고 유전체 반구의 반지름 1cm, 유전율이 각각 $\epsilon_A=1$, $\epsilon_B=4$, 주파수 60Hz 일 때 체적저항을 $\rho_A=\infty$, $\rho_B=10^{12} \Omega\text{-cm}$, 표면저항 $2 \times 10^{12} \Omega$ 일 때 가상전하 위치의 변화에 따라 유전체 외부 (r, z) = (0.0cm, 1.5cm)에서 계산한 전위의 실수부와 허수부의 오차를 나타낸 것이다.

가상전하의 수는 9개, 가상전하의 위치는 그림 1과 같이 가상전하 반지름 (r_A, r_B)를 (20.0cm, 0.5cm),

(1.1cm, 0.1cm), (20.0cm, 0.9cm), (1.1cm, 0.9cm), (20.0cm, 0.1cm)로 변화시켜 전위의 오차를 나타낸 것이다. 경계 조건에서 알 수 있듯이 체적 저항을 고려할 때는 저항율($\Omega\text{-cm}$)을 사용했으며, 표면 저항을 고려할 때는 저항값(Ω)을 사용하였다. 저항율과 저항값이 수치적으로 2배 차이를 준 것은 수치적으로 2배 차이가 날 때 두 경우의 해석해가 같아 오차 검증용 쉽게 하기 위해서이다.

표 1. α 법의 가상전하 위치 (r_A, r_B) 변화에 따른 (0.0, 1.5)에서의 전위 상대오차

모의전하 반경	오차 분류	체적 저항 오차(%)	표면 저항 오차(%)
(20.0 0.5)		0.126	0.126
		-0.185	40.0
(1.1 0.1)		28.33	10.93
		-588	58436
(20.0 0.9)	실수부 오차	11.35	8.669
	허수부 오차	-4.996	-2×10^5
(1.1 0.9)		1.794	1.787
		14.20	3146
(20.0 0.1)		-0.002	-0.008
		0.056	-97.37

표 1에서 두 경우 모두 계산오차가 가장 작게 나온 가상 전하 위치는 반경이 (20.0cm, 0.1cm)로 유전체 경계면에서 멀리 떨어진 위치일수록 오차가 작게 나옴을 알 수 있다. 표면 저항을 고려한 경우 반경이 (20.0cm, 0.5cm)일 때 허수부의 오차가 약간 작게 나오지만 허수부의 전위 값이 매우 작은 값이므로 실수부의 오차가 더 작은 (20.0cm, 0.1cm) 위치에서 오차가 더 작음을 알 수 있다. 또한 표 1과 표 2에서 알 수 있듯이 한쪽의 가상전하라도 유전체 경계면에 근접하면 오차가 커짐을 알 수 있다. 이후 모든 계산은 이 위치를 가지고 계산하였다.

3.2 α 법을 이용한 유전체 전계해석

표 2는 표1의 조건에서 체적 저항을 $\rho_A=\infty$, $\rho_B=10^{-2} \sim 10^{15} \Omega\text{-cm}$, 표면 저항을 $2 \times 10^{-2} \sim 2 \times 10^{15} \Omega$ 로 변화시켰을 경우 유전체의 외부 (0.0cm, 1.5cm)와 유전체 내부 (0.0cm, 0.5cm)에서의 전계의 오차를 나타내었다.

체적 저항을 고려한 경우 유전체 외부에서는 체적 저항율의 변화에 따라 오차가 작은 반면 유전체 내부에서는 체적 저항율이 $10^7 \Omega\text{-cm}$ 이상의 높은 저항을에서만 작은 오차가 발생하고 $10^3 \Omega\text{-cm}$ 이하의 낮은 체적 저항율에서는 매우 큰 오차가 발생하였다.

표 2. 유전체 B의 저항의 변화에 따른 α 법의 (0.0, 0.5)와 (0.0, 1.5)에서의 전계 절대치의 상대오차

체적저항율 ($\Omega\text{-cm}$)	체적저항 오차(%)		표면저항 오차(%)	
	(0.0, 1.5)	(0.0, 0.5)	(0.0, 1.5)	(0.0, 0.5)
10^{15}				
2×10^{15}	0.0027	-0.0128	0.0027	-0.012
10^{12}				
2×10^{12}	0.0079	-0.0128	-0.001	0.0048
10^7				
2×10^7	0.0163	0.0228	-18.06	409
10^3				
2×10^3	0.0171	4819	-18.6	5×10^6
10^{-2}				
2×10^{-2}	0.0171	4×10^6	-18.6	5×10^{11}

표면 저항을 고려한 경우는 유전체 내부, 외부에서 모두 $10^{12} \Omega$ 이상의 높은 표면 저항에서만 작은 오차를 나타냈고, 표면 저항이 $10^7 \Omega$ 이하의 낮은 표면 저항에서는 매우 큰 오차가 발생했다.

유전체의 체적 저항과 표면 저항을 고려하면 유전체 내, 외부는 매질 특성이 매우 다른 다매질장이 된다. 이러한 유전체에 α 법을 적용하면 체적 저항의 경우 외부에서는 전위, 전계가 해석해와 오차가 작은 반면 내부에서는 상당히

큰 오차가 발생하는 것을 알았고 표면 저항을 고려한 경우는 유전체 내, 외부에서 모두 낮은 표면 저항에서는 오차가 크게 나온 것을 알았다.

표 3. 가상 전하수 변화에 의한 유전체 내부 오차

가상 전하수	체적저항 오차(%)		표면저항 오차(%)	
	(0.0, 1.5)	(0.0, 0.5)	(0.0, 1.5)	(0.0, 1.5)
9개	0.0172	4826	-18.6	5×10^6
25개	0.0171	4819	-18.6	5×10^6
50개	-0.0815	4844	-18.6	5×10^6

표 3은 표 1의 계산 조건에서 체적저항을 $\rho_A = \infty$, $\rho_B = 10^3 \Omega \cdot \text{cm}$, 표면저항 $2 \times 10^3 \Omega$ 일 때 가상 전하수를 9개, 25개, 50개로 변화를 주어 유전체 내, 외부의 전계 오차를 나타내었다. 체적저항의 경우 외부에서는 가상전하수의 변화에 따라 해석해와 거의 일치하는 계산값을 얻을 수 있었지만 내부에서는 오차가 줄어들지 않았다. 표면 저항의 경우도 가상전하의 수와 상관없이 유전체 내, 외부에서 전계값이 변화가 없었다.

α 법에서는 가상 전하수를 최대 5배 늘려도 체적 저항의 경우 유전체 내부와 표면 저항의 경우 유전체 내, 외부의 오차를 줄일 수 없었다.

3.3 β 법을 이용한 유전체 전계해석

표 4는 표 2의 계산조건에 β 법을 적용하여 전계의 오차를 나타낸 것으로 $10^3 \Omega \cdot \text{cm}$ 의 경우 유전체 외부에서 α 법의 경우에 0.071% 였으나, 0.0001%로 오차가 더욱 더 줄었으며 내부에서도 4819%에서 -0.077%로 해석해와 거의 일치하는 계산결과가 나왔다. 체적 저항율이 $10^{-2} \Omega \cdot \text{cm}$ 인 경우에 내부에서 오차가 -2.2%로 조금 큰 수치가 나오고 있으나 해석해의 값이 1.02×10^{-10} 의 매우 작은 값이기 때문에 큰 문제가 없을 것으로 생각된다.

표 4. 유전체 B의 저항의 변화에 따른 β 법의 (0.0, 0.5)와 (0.0, 1.5)에서의 전계 절대치의 상대오차

체적저항 ($\Omega \cdot \text{cm}$)	체적저항 오차(%)		표면저항 오차(%)	
	(0.0, 1.5)	(0.0, 0.5)	(0.0, 1.5)	(0.0, 0.5)
10^{15} 2×10^{15}	0.0101	-0.048	0.094	-0.44
10^{12} 2×10^{12}	0.0102	-0.048	0.063	-0.29
10^7 2×10^7	0.0007	-0.081	-0.0071	711
10^3 2×10^3	0.0001	-0.077	0.125	2.3×10^4
10^{-2} 2×10^{-2}	-0.004	-2.2	0.129	2.3×10^8

표면 저항의 경우도 표면 저항이 $2 \times 10^3 \Omega$ 일 때 유전체 외부에서 α 법의 경우 -18.6% 였으나 0.125%로 매우 많이 감소하였으며 전체적으로 표면 저항의 변화에 따라 유전체 외부에서 1% 미만의 오차가 발생했다. 그러나 유전체 내부에서는 α 법과 마찬가지로 표면 저항이 $2 \times 10^{12} \Omega$ 이상에서는 해석해와 비슷한 전계가 나왔으나 $2 \times 10^7 \Omega$ 이하에서는 오차가 매우 컸다.

β 법은 유전체의 체적 저항 고려시 체적 저항율의 변화에 따라 유전체 내부의 오차를 줄일 수 있는 적당한 방법임을 알았고, 표면 저항 고려시는 유전체 외부에서 오차를 줄일 수 있지만 내부에서는 오차를 줄일 수 없음을 알았다.

3.4 β 법 표면 저항 경계조건식 수정에 의한 유전체 전계해석

표 5는 β 법을 수정하여 표4의 조건에서 전계 크기를 해석해와 비교하여 나타낸 것이다. 가상 전하수와 위치는 각각의 표면저항에 값에 따라 변화를 주었는데 가상전하수가 5개이고 유전체 외부의 가상전하는 유전체에 매우 가깝게

위치시키고, 유전체 내부의 가상전하는 유전체에 매우 멀리 위치시킬수록 오차가 작게 나왔다.

표 5에서 해석해와 비교하여 오차는 대부분 1% 미만으로 나왔지만 표면저항이 $10^7 \Omega$ 일 때 유전체 내부에서 약 2.1%의 오차가 나왔다. 표면 저항이 $10^{-2} \Omega$ 일 때 유전체 내부에서 크기가 차이가 나지만 전계의 크기가 0에 가까워 무시할 수 있는 정도이었다. 따라서 표면 저항을 고려한 경우 β 법의 표면 전류 밀도 식을 전위로 표현하는 것 보다 접선 방향 전계를 이용하는 식을 사용하는 것이 유전체 내부에서 정확한 전계의 세기를 구할 수 있음을 알았다.

표 5. β 법 표면저항 경계 조건식 수정에 의한 유전체 B의 표면 저항의 변화에 따른 (0.0, 0.5)와 (0.0, 1.5)에서의 해석해와 전계 크기 비교

체적저항 (Ω)	해석값(kV/cm)		계산값(kV/cm)	
	(0.0, 1.5)	(0.0, 0.5)	(0.0, 1.5)	(0.0, 0.5)
10^{10}	1.2962	0.4999	1.295	0.5219
10^{12}	1.2962	0.4999	1.295	0.5021
10^7	1.5821	9.819×10^{-2}	1.5969	9.604×10^{-2}
10^3	1.5925	1.001×10^{-9}	1.5922	9.995×10^{-9}
10^{-2}	1.5925	1.001×10^{-9}	1.5925	1.5296×10^{-8}

4. 결 론

유전체에 체적저항 또는 표면저항을 고려한 유전체 내, 외부의 전위, 전계를 회전 대칭 전하 중첩법의 3가지 경계 조건을 이용하여 계산하였고 해석해가 존재하는 균등 전계 하의 유전체와 오차를 비교, 검토하였다.

전하 중첩법의 일반적인 경계 조건인 α 법에서는 체적 저항을 고려한 경우, 유전체 외부에서는 오차가 작은 반면 내부에서는 낮은 체적저항에서 오차가 매우 크게 발생했다. 표면 저항의 경우는 유전체 내, 외부 모두 낮은 표면 저항에서 오차가 매우 컸다. 이것은 가상 전하수를 5배 증가시켜도 같은 결과를 나타냈다.

유전체 내부의 오차를 줄이기 위해 주변 전하만을 이용하는 β 법을 적용하였는데 체적 저항의 경우 유전체 내, 외부와 표면 저항의 경우 유전체 외부에서는 오차가 작은 반면 유전체 내부에서는 낮은 표면 저항에서 매우 큰 오차가 발생했다. 따라서 유전체의 체적 저항을 고려하여 매질의 특성이 매우 다른 다매질장의 전위, 전계를 계산한 경우에 유전체 내부 오차는 β 법을 이용하여 줄일 수 있음을 알 수 있었다.

또한, 표면 저항의 경우는 내부의 오차를 줄이기 위해 β 법의 표면 전류 밀도 식을 전위로 표현하는 것 보다 접선 방향 전계를 이용하는 식이 유전체 내부에서 오차가 작아지는 것을 알 수 있었으며, 가상 전하의 위치를 결정함에 있어 많은 경험이 필요했다.

본 연구는 한국전력공사에서 지원한 기초전력공학 연구소 98-중-01 과제에 수행되었음.

(참 고 문 헌)

- [1] 민 석원, "주변전하 및 이중전하를 이용한 표면 전하법", 순천향 대학교 산업기술연구소 논문집, 제3권 3호, PP.847-854, 1998.
- [2] 민 석원, 타쿠마, "매질 특성이 크게 상이한 다매질 유전체 내부의 전계 계산을 위한 표면 전하법 기법", 대한전기학회, 제 47권 5호, PP. 666-672, 1998.
- [3] T.Kouno, T.Takuma, "Numerical Calculation Method of Electric Fields", Corona Pub.Co.,Tokyo, 1980, Chap. 16, PP. 224-225.