

능동 소음제어를 위한 안정한 적응 IIR 필터

홍순철, 양동성, 남일룡, 남현도  
단국대학교 전기공학과

STABLE ADAPTIVE IIR FILTERS FOR ACTIVE NOISE CONTROL

Sun-chul Hong, Dong-sung Yang, Ill-ryong Nam, Hyun-do Nam  
Department of Electrical Engineering, Dankook University

**Abstract** - In this paper, a stable IIR adaptive filter for active noise control is proposed. The IIR filter structure is more effective when acoustic feedback exists, in which case an order of a FIR filter must be very large if some of the poles of the ideal control filter are near the unit circle. But the IIR filter may have stability problems especially when the adaptive algorithm is not converged.

A stabilizing procedure for IIR adaptive filter is presented in this paper, and computer simulation is performed to show the effectiveness of proposed schemes.

1. 서 론

능동 소음제어는 1930년대에 소개되었으나 큰 주목을 받지 못했으나 최근들어 반도체 기술의 비약적 발전과 환경에 대한 관심의 고조로 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 능동 소음제어시스템은 제어용 필터와 적응제어 알고리즘 두 부분으로 이루어져 있다. 일반적으로 필터의 계수추정 알고리즘이 간단하고 안정성을 감안하여 능동 소음제어용 필터로 FIR 구조가 많이 사용되고 있으며, 알고리즘으로는 FXLMS 알고리즘이 사용되어왔다 [1]. FIR 필터는 IIR 필터에 비해 비슷한 성능을 얻기 위해 필터의 차수가 커져야 하므로 계산량이 많아지는 단점이 있어 IIR 필터를 사용하는 능동소음 제어 시스템이 제안되고 있다[2]. 그러나 시스템의 작동 초기에 IIR 필터의 극점이 z평면에서 단위 원 밖으로 나가는 경우 시스템 자체가 불안정해질 수 있다.

본 논문에서는 시스템의 작동 초기에는 IIR 필터의 극점을 원점방향으로 끌여당겨 안정도를 개선하고 정상 상태에는 원위치로 보내 필터성능에는 영향을 미치지 않는 안정도가 강화된 적응 IIR 필터 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘의 성능을 시험하기 위해서 실제 화력발전소의 소음을 제어하는 능동소음 제어 시스템을 구성하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 안정도가 개선된 적응 IIR 필터

능동 소음제어 시스템의 실시간 처리를 위한 적응 알고리즘으로는 계산량이 적으면서 성능도 비교적 우수한 LMS 알고리즘이 많이 사용되어 왔다. 지금까지 대부분의 LMS 알고리즘은 FIR 필터 구조를 기본으로 하여 수렴계수의 크기를 변화시켜 성능을 개선한 알고리즘들이 많이 제시되었다. FIR 구조를 사용하는 경우 좋은 성능을 얻기 위해서는 높은 차수의 필터를 필요로 하므로 실시간 처리에 어려움이 많으나 IIR 필터를 사용하면 같은 차수의 FIR 구조에 비해 성능도 우수하고 계산량이 적기 때문에 실시간 처리에 유리하다. IIR 필터의 경우에는 극점을 가지고 있어 극점의 위치에 따른 안정도 문제가 야기된다. 특히 적응 필터의 계수가 완전히 수렴

하기 전에 극점이 단위원 밖으로 나가는 경우가 많이 생겨 불안정해지는 경우가 많으므로 이를 개선한 새로운 형태의 IIR 필터를 제안하였다.

2.1 IIR LMS 알고리즘의 전개

IIR 필터구조를 이용한 적응 필터는 1976년 Feintuch 에 의해서 소개 되었으나 [3] 능동소음제어를 위한 IIR LMS 알고리즘은 1985년 Eriksson에 의해 제안 되었다[2]. IIR LMS 알고리즘을 위한 간단한 블록 다이어그램은 아래의 그림1과 같이 나타낼수 있다 [1]. 여기서  $x(n)$ 과  $y(n)$ 은 각각 기준 입력값과 제어필터의 출력값이고,  $d(n)$ 과  $e(n)$ 은 각각 제어할 하지않을 때의 소음신호와 제어시의 오차값을 의미한다.

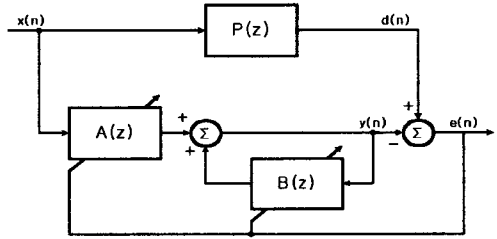


그림 1. IIR LMS 알고리즘 블록 다이어그램

$x(n)$ 과  $y(n)$ 을 입력과 출력으로 하는 전달함수  $H(z)$ 은

$$H(z) = \frac{A(z)}{1 - B(z)} \tag{1}$$

이 되며, L,M차의  $A(z)$ 과  $B(z)$ 이라 하면

$$H(z) = \frac{a_0(n) + a_1(n)z^{-1} + a_2(n)z^{-2} + \dots + a_{L-1}(n)z^{-L-1}}{1 - [b_1(n)z^{-1} + b_2(n)z^{-2} + \dots + b_{M-1}(n)z^{-M}]} \tag{2}$$

라고 할수 있다.

또한, IIR 필터의 계수 벡터  $A(n)$ 과  $B(n)$ 를

$$A(n) \equiv [a_0(n) \ a_1(n) \ \dots \ a_{L-1}(n)]^T \tag{3}$$

$$B(n) \equiv [b_1(n) \ b_2(n) \ \dots \ b_M(n)]^T \tag{4}$$

라고 한다면,

실제 시스템의 출력값은 아래와 같이 나타낼수 있다.

$$y(n) = W^T(n)U(n) \tag{5}$$

$$W(n) \equiv \begin{bmatrix} A(n) \\ B(n) \end{bmatrix}, U(n) = \begin{bmatrix} X(n) \\ Y(n-1) \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$X(n) = [x(n) \ x(n-1) \ x(n-2) \ \dots \ x(n-L+1)] \tag{7}$$

$$Y(n-1) \equiv [y(n-1) \ y(n-2) \ \cdots \ y(n-M)]^T \quad (8)$$

를 의미한다. 따라서 시스템의 출력값  $y(n)$ 은  $A(n)$ 과  $B(n)$ 의 함수라고 할 수 있다.

이때 시스템 오차를  $e(n) = d(n) - y(n)$ 라고 한다면  $e(n)$ 의 기울기를 아래와같이 쓸수 있다.

$$\nabla e(n) = - \left[ \frac{\partial y(n)}{\partial a_0(n)} \cdots \frac{\partial y(n)}{\partial a_{L-1}(n)} \frac{\partial y(n)}{\partial b_1(n)} \cdots \frac{\partial y(n)}{\partial b_M(n)} \right]^T \quad (9)$$

여기서 수렴계수가 충분히 작아서 수렴속도가 느리다면,  $\frac{\partial y(n-j)}{\partial a_i(n)} \approx \frac{\partial y(n-j)}{\partial a_i(n-j)}$  라고 말할 수 있다. 그러므로

$$y_a(n) = \frac{\partial y(n)}{\partial a_i(n)} \\ \approx x(n-l) + \sum_{j=0}^M b_j(n) y_a(n-j), \quad l=0,1,\dots,L-1 \quad (10)$$

같은 방법으로

$$y_b(n) \approx y(n-l) + \sum_{j=1}^M b_j(n) y_b(n-j), \quad m=1,2,\dots,M \quad (11)$$

임을 알수 있다. 따라서  $e(n)$ 의 기울기는

$$\nabla e(n) \approx -[y_{a_0}(n) y_{a_1}(n) \cdots y_{a_L}(n) y_{b_1}(n) \cdots y_{b_M}(n)]^T \quad (12)$$

라고 할수 있다. 이때의 순시 자승 오차값은 아래와 같이 쓸수 있으므로

$$\nabla e^2(n) = 2[\nabla e(n)]e(n) \\ = -2[y_{a_0}(n) y_{a_1}(n) \cdots y_{a_L}(n) y_{b_1}(n) \cdots y_{b_M}(n)]^T e(n) \quad (13)$$

최소경사법을 이용하여 계수들의 업데이트식을 구하면

$$W(n+1) = W(n) \\ + \mu [y_{a_0}(n) \ y_{a_1}(n) \ \cdots \ y_{a_L}(n) \ y_{b_1}(n) \ \cdots \ y_{b_M}(n)]^T e(n) \quad (14)$$

이 되며 이를 IIR LMS 알고리즘이라한다. 그러나 식 (14)의 경우 식(10)과 식(11)이 포함되어 있으므로 계산량이 많다. 이는 과거 출력의 기울기값을 무시함으로써 좀더 간단하게 표현할 수 있다. 즉,

$$y_a(n-j) = y_b(n-j) = 0, \quad j=1,2,\dots,M \quad (15)$$

이므로

$$W(n+1) = W(n) + \mu U(n)e(n) \quad (16)$$

라고 쓸 수 있다. 또한 윗식은 다시  $A(n)$ 과  $B(n)$ 각각의 업데이트식으로 나뉘어 쓸 수 있다.

$$A(n+1) = A(n) + \mu_a X(n)e(n) \quad (17)$$

$$B(n+1) = B(n) + \mu_b Y(n-1)e(n) \quad (18)$$

위의 식(17)과 식(18)을 이용하면  $\mu_a$ 와  $\mu_b$ 의 값을 각기 달리 줌으로써 분모항과 분자항을 각각 따로 제어가

가능하다.

## 2.2 안정한 IIR LMS 알고리즘을 위한 전처리

IIR LMS는 앞에서 전개한 것과같이 항상 극점이 존재하므로 안정성에 제한이 있다. 따라서 이 알고리즘을 안정되게 수행하기 위해서는 항상 극점이 단위 원 안쪽에 있도록 극점의 위치를 확인하여 조정해야한다. 극점의 위치를 추적하는 방법으로 Kharitonov의 이론이 주로 사용되고 있으나[4] 이의 방법으로 극점의 위치를 추적하는데 많은 계산량을 필요로 하므로 실시간으로 소음제어를 하는데에는 부적격하다. 따라서 본 논문에서는 실시간으로 소음제어를 위해서 극점의 위치를 추적하지 않고 안정하게 할 수 있는 간단한 방법을 제안한다[5].

일반적으로 적용신호처리 시스템에서 필터계수가 완전히 수렴하기 전에 큰 오차가 발생한다. 이 경우 수렴계수의 크기에 따라서 극점이 크게 변동한다. 따라서 소음 제어 초기에 극점이 z평면의 단위 원 밖으로 빠져 나가서 발산하는 경우가 많으므로 초기에 필터 계수의 분모항의 업데이트 식에서 극점의 위치를 단위 원쪽으로 조금 옮겨 주는 전처리 과정을 거침으로써 좀 더 안정된 IIR LMS를 적용할수 있다. 이를 위해 IIR 적응필터의 전달함수중 분모 즉  $1-B(z)$ 대신에 다음식을 대입한다.

$$F(z) = 1 + kb_1(n)z^{-1} + k^2 b_2(n)z^{-2} + \cdots + k^M b_M(n)z^{-M} \\ , 0 \leq k \leq 1 \quad (19)$$

IIR LMS의 분모항  $1-B(z)$ 의 근을  $z_1$ 이라 한다면

$$1-B(z_1) = 1 + b_1(n)z_1^{-1} + b_2(n)z_1^{-2} + \cdots + b_M(n)z_1^{-M} = 0 \quad (20)$$

을 만족시키는  $F(z)$ 의 근은  $kz_1$ 이 된다. 즉,

$$F(kz_1) = 1 + kb_1(n)(kz_1)^{-1} + k^2 b_2(n)(kz_1)^{-2} \\ + \cdots + k^M b_M(n)(kz_1)^{-M} = 0 \quad (21)$$

이 된다. 따라서  $1-B(z)$ 을 전처리 함으로써 극점을 k배 만큼 원점 방향으로 조정이 가능하다. 능동 소음제어 시에는 초기에 오차가 커서 극점이 크게 변동될 때에는 k를 0에 가까운 값으로 정해 원점으로 당겨주며, 정상 상태 시에는 k를 1로하여 원래의 극점값을 주어야한다. 즉,

$$k(n+1) = \lambda k(n) + (1-\lambda), \quad k(0) = 0, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (22)$$

따라서, k값을 위와같이 가변 시켜 가면서 IIR 필터의 분모항  $1-B(z)$ 의 업데이트식을 전처리 함으로써 안정된 소음제어가 가능하다.

## 3 컴퓨터 시뮬레이션

제안된 안정된 IIR LMS 알고리즘을 실제 화력발전소의 소음을 이용하여 컴퓨터상에서 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션을 위한 블록다이어그램은 아래의 그림2와 같다.

그림2에서 점선안의 부분이 데이터를 받아서 컴퓨터로 시뮬레이션을 수행하는 부분을 나타낸다. 실제 화력발전소의 발전실 소음을 측정하여 기준 입력 신호  $x(n)$ 값으로 사용하였다.

IIR 필터 모델은  $A(z)$ 의 차수를 2차,  $B(z)$ 의 차수를 4차로 하였다. 또한  $\mu_a$ 와  $\mu_b$ 값을 고정값으로 주면 오차의 수렴 특성이 기준 입력 신호  $x(n)$ 의 파워에 따라 크게 변하므로  $\mu_a$ 와  $\mu_b$ 를 각각  $x(n)$ 과  $y(n)$ 의 파워,

$x_b$ 와  $y_b$ 로 normalization하여 LMS 알고리즘에 적용시켰다. 즉,

$$\mu_a = \frac{\mu}{1+x_b} \quad (23)$$

$$\mu_b = \frac{\mu}{1+y_b} \quad (24)$$

$$\text{여기서 } x_b = (1-\gamma)x_b + \gamma x(n)^2, \quad 0 < \gamma < 1 \quad (25)$$

$$y_b = (1-\gamma)y_b + \gamma y(n)^2, \quad 0 < \gamma < 1 \quad (26)$$

을 이용하여 각각의 파워값을 추정하였다.

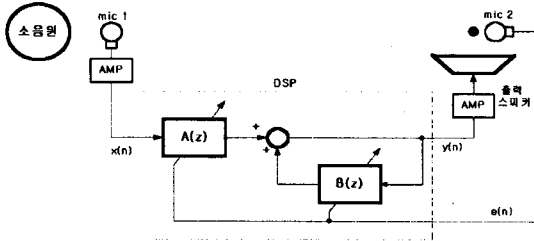


그림2. 안정된 IIR LMS 알고리즘을 이용한 능동소음제어

제안된 IIR LMS 알고리즘의 안정성을 확인 하기 위하여 일반적인 IIR LMS와 비교 실험하였다. 먼저 이번 실험에 사용한 각 파라미터의 값으로는  $\mu_a=0.01$ ,  $\gamma=0.5$ 로 하였고  $\mu_b$ 의 값을 0.1, 0.2, 0.3으로 변화시켜 가며 두 알고리즘을 비교 하였다. 이때 제안된 IIR LMS 알고리즘에서는 능동 소음제어 시스템의 안정성을 고려하여  $\lambda=0.999$ 로 주어 시뮬레이션을 수행 하였다. 시뮬레이션을 수행한 결과 일반적인 IIR LMS 알고리즘의 경우  $\mu_b$ 값을 0.2 이상인 경우 시스템이 불안정하였으나 제안된 IIR LMS 알고리즘의 경우에는 0.3값을 주어도 안정된 상태를 유지하며 소음제어가 가능하였다.

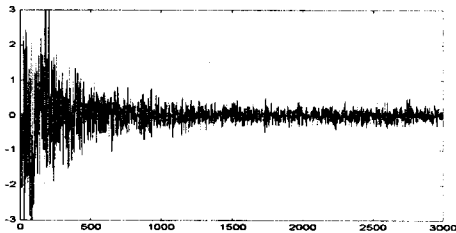


그림 3. IIR LMS ( $\mu_b=0.2$ 인 경우의 오차)

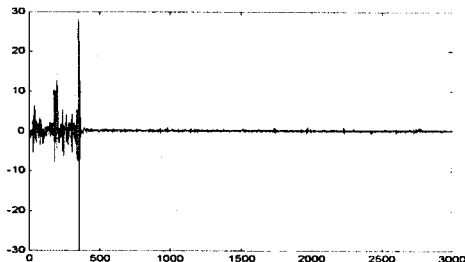


그림4. IIR LMS ( $\mu_b=0.3$ 인 경우의 오차)

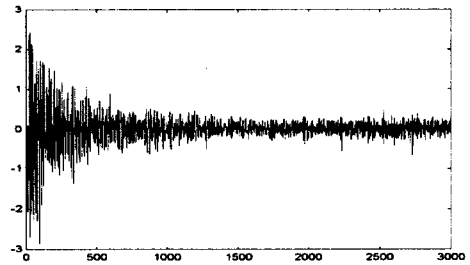


그림5. 안정된 IIR LMS ( $\mu_b=0.3$ 인 경우의 오차)

그림3은 일반적인 IIR LMS 경우  $\mu_b$ 값을 0.2로 하였을 때의 오차이고 그림4는  $\mu_b$ 값을 0.3로 했을 경우의 결과를 나타낸다. 그림4에서 보는 바와 같이  $\mu_b$ 값이 0.3인 경우에는 소음제어 시스템 자체가 불안정하게 된다. 그림5는 안정된 IIR LMS 알고리즘에서  $\mu_b$ 값을 0.3으로 준 경우인데 안정된 상태로 소음제어가 잘 되고 있음을 알 수 있다. 또한  $\mu_b$ 값을 0.2로 하고 일반적인 IIR LMS 알고리즘을 적용한 결과 보다 빠른 수렴 특성을 가지면서도 소음제어 초기에 오차의 변동이 크지 않음을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 실시간 능동 소음제어를 위해서 안정된 IIR LMS 알고리즘을 제안하였다. 제안된 IIR LMS 알고리즘은 IIR 필터의 극점을 z평면의 단위 원 안쪽으로 끌어 당겨서 소음제어를 안정적으로 하기 위함이다. 실제 제안된 IIR LMS 알고리즘이 일반적인 IIR LMS 알고리즘 보다 우수하게 안정한 능동 소음제어가 가능함을 시뮬레이션을 통해 알 수 있었다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] S.M.Kuo and D.Morgan, "Active Noise Control System," John Wiley and Sons, Inc, New York, 1996.
- [2] L.J.Eriksson, "Active sound attenuation using adaptive digital signal processing techniques," 1985.
- [3] P.L Feintuch, "An adaptive recursive LMS filter," Proc.IEEE, vol.64, no.11, pp.1622-1624, 1976.
- [4] T.Brennan, "Bounding adaptive filter poles using Kharitonov's theorem," Proc. 22nd Asilomar conf. Signals, Systems, Computers, Pacific Grove, California, pp.658-662.
- [5] B.Friedlander, "A modified prefilter for some recursive parameter estimation algorithms," IEEE Transactions on automatic control, vol.AC-27, no.1, 1982.