

출력제어를 이용한 마찰력이 존재하는 로봇의 강인한 위치제어

최은석*, 김승준, 안병하
 광전과학기술원 기전공학과(E-mail: choies@geguri.kjist.ac.kr)

Output Feedback Control for the Regulation of Uncertain robot manipulators with Friction

Eun-Seok Choi, Seung-Jun Kim, and Byung-Ha Ahn
 Department of Mechatronics, Kwangju Institute of Science and Technology(K-JIST)

Abstract - 본 연구에서는 [1]에서 제안된 알고리즘을 마찰력이 존재하는 로봇 매니퓰레이터에 적용하여 위치 제어를 수행하였다. 제안된 제어 알고리즘은 로봇의 위치 정보만을 이용하는 반복적 제어구조를 가지고 있다. 또한 제어기 설계 시, 로봇의 파라미터를 이용하지 않기 때문에 파라미터 불확실성이 있는 시스템에 강인한 특징을 보인다. 제안된 제어기의 성능을 검증하기 위하여, 마찰력이 존재하는 2축 SCARA형 로봇에 적용하여 시뮬레이션 수행하였다..

차가 나타난다. 이 오차는 [1]의 선형 출력 제어기를 이용하여 로봇의 중력항을 보상하지 않았을 때는 나타나는 정상상태의 오차와 같다. 이에 착안하여, 본 논문에서는 [1]에서 중력항을 보상하는 반복적 제어기법을, 마찰력이 존재하는 시스템에 적용하여 로봇 마찰력으로 인해 나타나는 오차를 보상한다. 2축 SCARA형 로봇의 시뮬레이션을 통하여, 쿨롱 마찰력의 영향과 제안된 제어 알고리즘의 성능을 보인다.

1. 서 론

대부분의 기계시스템(구동시스템, 고정밀 서보시스템, 로봇틱스 등)에서 마찰력은 정상상태 오차, limit cycles 등의 원인이 되어 전체 시스템에 악영향을 준다. 정밀 제어시스템에서 큰 문제를 야기하는 이 마찰력은, 필요에 따라 간단한 마찰력 모델에서부터 복잡한 모델까지 다양한 모델이 제시되었다 [2]. 마찰력의 다양한 모델은 크게 정적 모델과 동적 모델로 구분 가능하다. 동적 모델이 마찰력을 좀 더 잘 묘사하기는 하지만, 복잡성에 비해 효율적이지 못하고 측정하기도 힘들다. 반면, 정적 모델의 경우 시스템 해석과 설계에 중요한 역할을 한다 [3].

정밀 제어를 위해서 비선형성이 강한 마찰력을 보상하기 위해 다양한 마찰력 보상방법이 제시되었다[2]. [4]에서는 정적 마찰력 모델인 쿨롱 마찰력이 있는 2차 SISO 시스템에 대하여, 쿨롱 마찰력의 계수를 추정하는 보상기를 제안하였다. 본 논문에서는 [4]에서 언급한 마찰력의 특징을 이용하여 전체 시스템을 분석하고, 제어기를 설계한다.

로봇의 위치제어를 위해서, 전통적으로 PD 제어기와 같이 로봇의 모든 상태(즉, 위치와 속도)를 이용하는 피드백 제어가 사용되어져 왔다. 하지만 다음의 두 가지 이유로 로봇의 모든 상태를 피드백 하기는 어렵다. 첫째, 로봇 시스템에서는 엔코더와 같은 위치센서는 고정밀도이지만, 타코미터와 같은 속도 센서는 잡음에 상당히 민감하여 제어 시스템의 성능저하를 가져온다. 두 번째, 로봇 시스템에 고정밀 속도 정보를 얻기 위해 로봇에 속도 센서를 장착하는 것은 경제적으로 부담을 줄 뿐만 아니라, 로봇 전체의 부피도 커지게 되어 좋지 못하다[5]. 위와 같은 이유로, 위치 정보만을 이용하여 로봇의 위치제어 문제를 해결하는 제어기법들이 제안되었다. 중력 보상기를 갖는 전역적 안정성을 보장하는 출력 제어기(즉, 위치 정보만을 이용하는 제어기)가 강체(rigid) 로봇 모델([5])과 유연 관절(flexible-joint) 로봇 모델([6])에 대하여 제안되었다.

[1]에서는 불확실 파라미터를 갖는 유연 관절 로봇에 대하여, 출력 제어기를 이용하여 반복적 방법으로 중력항을 보상하는 제어기가 제안되었다. 이 제어기법은 본 논문을 전개하는데 근간이 된다. [1]의 선형 제어기를 이용하여 쿨롱 마찰력이 존재하는 SCARA형 로봇의 위치 제어를 수행하면 쿨롱 마찰력으로 인해 정상상태 오

2. 시스템 모델링 및 제어알고리즘

2.1 로봇시스템의 모델링

본 연구에서는 간단하지만 로봇 시스템에서 많이 사용되고 있는 정적 마찰력 모델, 점성(viscous) 마찰력과 쿨롱(Coulomb) 마찰력을 로봇 시스템의 마찰력으로 고려하여 [7], n -자유도를 갖는 강체 SCARA형 로봇 모델의 운동방정식을 다음과 같이 유도한다 [8].

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) = u \quad (1)$$

여기서 $q \in R^n$ 은 관절 각의 벡터이고, $D(q) \in R^{n \times n}$ 은 로봇의 관성행렬이며, $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$ 은 코리올리스(Coriolis)력과 원심력이고, $u \in R^n$ 은 외부 입력 토크 벡터이다. $F(\dot{q}) = F_v\dot{q} + F_C\text{sgn}(\dot{q})$ 는 관절의 마찰력이다. 여기서 F_v 와 F_C 는 각각 점성과 쿨롱 마찰계수 행렬이고, $\text{sgn}(\dot{q}) = [\text{sgn}(\dot{q}_1), \dots, \text{sgn}(\dot{q}_n)]^T$, $\text{sgn}(\cdot)$ 은 sign 함수이다.

2.2 출력제어기

식 (1)에 대하여, [1]에서 제안된 다음의 선형 제어기를 고려하자.

$$\dot{z} = -S(z - q) - Rz + v \quad (2)$$

그리고

$$u = -S(q - z) \quad (3)$$

여기서 상수 행렬 $S = S^T > 0$, $R = R^T > 0$ 이고 상수 벡터 v 는 다음에 결정될 상수벡터이다.

제어기 설계의 편리성을 위해, 페투프 시스템, 식(1) ~ 식(3), 을 상태 변수 $x_1 = q, x_2 = \dot{q}$ 에 대하여, 다음의 상태방정식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= D^{-1}(x_1)(-C(x_1, x_2)x_2 - F(x_2) + u) \\ \dot{z} &= -S(z - x_1) - Rz + v; u = -S(x_1 - z) \end{aligned} \quad (4)$$

이 된다.

$F_C=0$ 인 경우에 식 (4)를 고려하여, 다음의 스칼라 함수를 정의하자.

$$H(x_1, x_2, z) = \frac{1}{2} [x_2^T D(x_1)x_2 + (x_1 - z)^T S (x_1 - z) + (z - R^{-1}v)^T R (z - R^{-1}v)] \quad (5)$$

위 식을 이용하여 페루프 시스템(식 (4))의 평형점 방정식을 구하기 위하여, $\partial H / \partial x_r |_{x_2=0} = 0$ (여기서 $x_r = [x_1^T, z^T]^T$)을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S(x_1 - z) &= 0 \\ -S(x_1 - z) + R(z - R^{-1}v) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)으로부터 우리는 다음을 얻는다.

$$z = x_1 \quad (7)$$

따라서 모든 주어진 \bar{x}_1 에 대하여 유일 벡터 v 는 다음처럼 주어진다.

$$v = R \bar{x}_1 \quad (8)$$

이제 다음과 같이 리아프노프(Lyapunov) 후보 함수를 생각하자.

$$V(x_1, x_2, z) = H(x_1, x_2, z) - H(\bar{x}_1, 0, \bar{z}) \quad (9)$$

여기서 $\bar{x}_1 = x_{1d}$ 이고, 식 (7)로부터 $\bar{z} = \bar{x}_1$ 이다. 식 (4)의 궤적을 따라서 $V(x_1, x_2, z)$ 를 시간에 대해서 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V}(x_1, x_2, z) = -\dot{z}^T \dot{z} - \dot{x}_2^T F_1 \dot{x}_2 \quad (10)$$

여기서 $\dot{V}(x_1, x_2, z)$ 가 negative semi-definite이라 할지라도, LaSalle's invariance 이론((9))에 의해서 전영역 점근 안정성(global asymptotic stability)이 보장된다. 결과적으로, $\{S, R\}$ 의 어떤 값과 $v = R \bar{x}_1$ 을 가지고, 식 (4) 페루프 시스템은 점근적으로 평형점 $[\bar{x}_1^T, \bar{x}_2^T, \bar{z}^T]^T = [\bar{x}_1^T, 0, \bar{z}^T]^T$ 으로 수렴한다.

2.3 반복적 제어입력을 갖는 제어기

이제 $F_C \neq 0$ 인 경우에 식 (4)를 고려하자. [4]에서 제시한 쿨롱 마찰력의 성질로부터 다음과 같은 페루프 시스템의 평형점 방정식을 갖는다.

$$\begin{aligned} f_C + S(x_1 - z) &= 0 \\ -S(x_1 - z) + R(z - R^{-1}v) &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $f_C \neq 0$ 는 정상상태에서의 마찰력 벡터이다.

이때 만약 $v = R x_{1d}$ 이라면, 페루프 시스템의 정상상태 오차는 다음과 같다.

$$e = x_1 - x_{1d} = -(R^{-1} + S^{-1})f_C \quad (12)$$

여기서 $S > 0, R > 0$ 이고 $f_C \neq 0$ 이므로, 식 (12)의 e 는 마찰력 보상이 없이는 0으로 수렴하지 않는다. $\{S, R\}$ 의 값이 커지면 정상상태 오차가 줄어들기는 하지만, $\{S, R\}$ 의 큰 값은 큰 오버슈트와 진동을 야기하고, 큰 토크 값이 필요하므로, 실제 로봇 시스템의 오차를 줄이기 위한 좋은 방법이 아니다 [10].

쿨롱 마찰력은 마찰력 보상이 없는 페루프 시스템에서 정상상태 오차를 야기한다 [4]. 이 오차는 중력항 보상이 없는 로봇에서 중력이 야기하는 오차와 성질이 같다. 이 특징은 [1]에서 제시한 중력 보상방법을 쿨롱 마찰력이 있는 로봇 시스템에 적용할 수 있는 가능성을 제시한다.

쿨롱 마찰력이 존재하는 상황에서 식 (8)의 v 대신, 주어진 x_1^i 에 대하여 다음의 연속적인 $\{v_i\}$ 를 정의한다.

$$v_{i+1} = T(v_i) = v_i - R(x_1^i - x_{1d}), n = 0, 1, \dots, (13)$$

식 (13)에 있는 벡터 v 는, 다음의 조건을 만족하는 $t_a \geq 0$ 가 존재할 때 갱신된다.

$$\|x_1^i(t) - x_1^i(t_a)\| \leq \delta, \forall t \in [t_a, t_a + \tau] \quad (14)$$

여기서 δ 와 τ 는 임의로 선택 가능한 상수로써, v 의 갱신 시간에 영향을 준다. 그리고, $\|\cdot\|$ 는 벡터 p 의 유클리드의 놈(Euclidean norm)이다.

이제 다음의 알고리즘을 이용하여, 로봇 시스템의 출력이 임의의 원하는 값 x_{1d} 으로 점근적으로 수렴하도록 한다.

$$\begin{aligned} v_0 &\xRightarrow{\text{motion}} x_1^0 \xRightarrow{\text{comp}} v_1 = T_r(v_0) \xRightarrow{\text{motion}} x_1^1 \dots \\ &\xRightarrow{\text{comp}} v_n = T_r(v_{n-1}) \xRightarrow{\text{motion}} x_1^n \dots \end{aligned}$$

여기서 ($\xRightarrow{\text{motion}}$)는 v_i 에 대하여 식 (2)와 식 (3)에 의하여, 임의의 평형점으로 향하는 페루프 시스템의 동작을 나타내고, ($\xRightarrow{\text{comp}}$)는 식 (13)과 식 (14)에 의하여 v_i 가 갱신되는 것을 나타낸다 [1].

3. 모의 실험

제한된 제어기의 성능을 테스트하기 위해서, 시뮬레이션 방법을 통하여, 마찰력이 존재하는 2관절 SCARA형 로봇 매니플레이터에 [1]에서 제시한 반복적인 제어기를 적용해보았다. 2관절 SCARA형 로봇 매니플레이터의 모델의 $D(q)$ 와 $C(q, \dot{q})$ 는 [8]에서 제시한 모델을 이용하였다.

$$D(q) = \begin{bmatrix} d_{11}(q) & d_{12}(q) \\ d_{21}(q) & d_{22}(q) \end{bmatrix}, \quad (15)$$

여기서

$$\begin{aligned} d_{11}(q) &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2 \\ d_{12}(q) &= d_{21} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2 \\ d_{22}(q) &= m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{aligned}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} c_{11}(q, \dot{q}) & c_{12}(q, \dot{q}) \\ c_{21}(q, \dot{q}) & 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} c_{11}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_2 \sin(q_2) \dot{q}_2, \\ c_{12}(q, \dot{q}) &= m_2 l_1 l_2 \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2), \\ c_{21}(q, \dot{q}) &= m_2 l_1 l_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \end{aligned}$$

또한 식 (1)의 F_v 와 F_C 는 각각 다음과 같다.

$$F_v = \begin{bmatrix} f_{v1} & 0 \\ 0 & f_{v2} \end{bmatrix}, F_C = \begin{bmatrix} f_{c1} & 0 \\ 0 & f_{c2} \end{bmatrix}$$

시뮬레이션을 위해서 사용된 식 (15)와 식 (16)에서
의 파라미터는, 실제 제작된 로봇으로부터 얻은 값으로
(표 1)과 같다.

[표 1] 로봇 파라미터

$m_1 = 32.7$	$l_1 = 0.39$	$l_{c1} = 0.270$	$I_1 = 1.071$
$m_2 = 7.7$	$l_2 = 0.27$	$l_{c2} = 0.123$	$I_2 = 0.109$

또한 마찰계수 행렬은 $F_v = \text{diag}(7.9, 3)$ 과 $F_C = F_v$ 이
다. 여기서 사용된 모든 파라미터 값의 단위는 SI 단위
를 따른다.

식 (4)의 페루프 시스템에서 쿨롱 마찰력의 영향을
보기 위해서 쿨롱 마찰력이 존재할 때와 존재하지 않을
때에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이를 위해 원하는
위치 $x_{1d} = [1, -1]^T$ 에 대하여, 식 (8)의 상수 벡터
 v 와 제어기 상수 행렬 $R = \text{diag}(30, 30)$ 과 $S = R^2$ 를
이용하였다. [그림 1]은 수행된 결과를 보여준다. 쿨롱
마찰력이 없는 경우, 식 (2)와 식 (3)의 제어기와 식
(8)의 상수 벡터 v 를 이용하여 로봇의 출력이 원하는
값으로 수렴해 감을 볼 수 있었으나, 쿨롱 마찰력이 있
는 경우, 정상상태 오차가 발생함을 볼 수 있다.

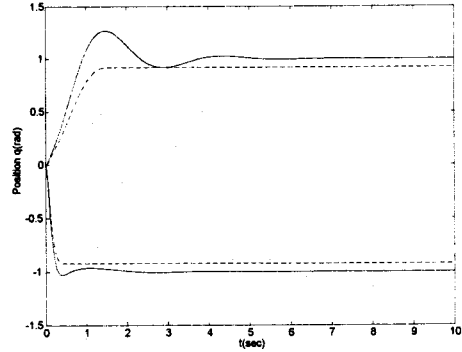
이제, 쿨롱 마찰력이 존재하는 식 (4)의 페루프 시스
템에 대하여, 식 (8)의 상수 벡터 v 대신, 식 (13)과 식
(14)의 알고리즘을 이용하여 반복적으로 갱신되는 벡터
 v 를 이용하여 시뮬레이션을 수행한다. 여기서 원하는
위치 x_{1d} 와 제어기 상수 행렬 $\{S, R\}$ 는 앞에서 사용한
값을 그대로 이용하였고, 식 (14)의 $\delta = 5 \times 10^{-4}$,
 $\tau = 0.25$ 이다. [그림 2]는 이를 수행한 결과로써, 로봇
의 출력 위치 x_1 이 x_{1d} 로 점근적으로 잘 수렴함을 보여
준다.

4. 결 론

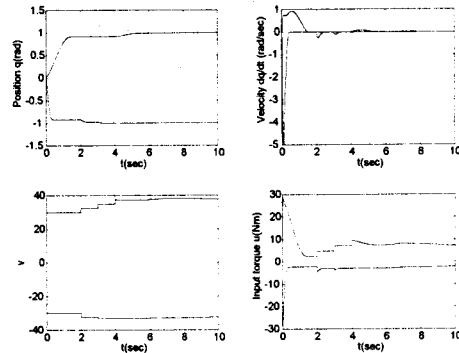
본 논문에서는 마찰력이 존재하는 로봇에 대하여, [1]
에서 제시한 제어기법을 적용하여 전체 시스템의 안정성
을 증명하였다. 특히 쿨롱 마찰력이 있는 시스템에 대하
여 제어기 이득과 정상상태 오차와의 관계를 보였고, 이
오차를 보상하기 위한 반복적 제어기법을 제시하였다.
또한 2관절 SCARA형 로봇에 대한 모의 실험을 통하여,
쿨롱 마찰력이 로봇 시스템에 미치는 영향과 제안된 제
어 기법의 성능을 보였다.

[참 고 문 헌]

[1] A. Ailon, "Output controllers based on iterative schemes for set-point regulation of uncertain flexible-joint robot models," *Automatica*, vol. 32, no. 10, pp. 1455-1461, 1996.
[2] B. Armstrong-Helouvy, P. Dupont, C. Canudas De Wit, "A survey of models, analysis tools and



(그림 1) 쿨롱 마찰력이 존재할 때(점선)와 존재하지 않을 때(실선)의 위치제어 수행 결과



(그림 2) 쿨롱 마찰력이 존재하는 페루프 시스템에 제안된 제어기법 적용 결과

compensation methods for the control of machines with friction," *Automatica*, vol. 30, no. 7, pp. 1083-1138, 1994.
[3] B. Friedland and S. Mentzlopoulou, "On estimation of dynamic friction," *Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control*, San Antonio, Texas, pp. 1919-1924, 1993.
[4] B. Friedland and Y.-J. Park, "On Adaptive friction compensation," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, No. 10, pp. 1609-1612, 1992.
[5] H. Berghuis and H. Nijmeijer, "Global regulation of robots using only position measurements," *Systems and Control Letters*, vol. 21, pp. 289-239, 1993.
[6] A. Ailon and R. Ortega, "An observer-based set-point controller for robot manipulators with flexible joints," *Systems and Control Letters*, vol. 21, pp. 329-335, 1993.
[7] H. G. Sage, M. F. De Mathelin, and E. Ostertag, "Robust control of robot manipulators: a survey," *International Journal of Control*, vol. 72, no. 16, pp. 1498-1552, 1999.
[8] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot dynamics and control*, New York: Wiley, 1989.
[9] Hassan K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 2nd edition, Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
[10] Eun-Seok Choi, *Implementation of a dual-mode controller in a rigid robot manipulator*, Master dissertation, Dept. of Mechatronics, K-JIST, Kwangju, South Korea, 1997.