

이동 매니플레이터 시스템의 운동성 해석과 유연한 동작 제어

임미섭\*, 오상록\*, 김광배\*, 이병주\*, 임준홍\*

\*: 한국과학기술연구원 지능제어연구센터, +: 한양대 전자컴퓨터공학부

Mobility Analysis and Flexible Motion Control of Mobile Manipulator System

Mee-Seub Lim\*, Sang-Rok Oh\*, Kwangbae Kim\*, Byungju Yi+, and Joonhong Lim\*

\*: Intelligent System Control Research Center, KIST, +: Div. of Elec. Computer Hanyang Univ.

**Abstract** - In this paper, we deal with modeling and analysis for mobile manipulator systems. In order to avoid the difficulties occurring due to slippage or unevenness of the terrain, we propose the utilization of minimum actuators. In this case, the resulting systems typically possess kinematic redundancies which can be beneficially employed for correcting the position error. A simple PD control method along with kinematic redundancy is employed to recover position errors for trajectory control in task space. Several primary and secondary criteria utilizing kinematic redundancy of the mobile manipulator system are tested through graphic animation.

1. 서 론

본 연구에서는 이동 플랫폼위에 매니플레이터가 탑재된 이동 매니플레이터 시스템 [1]에 대하여 여유자유도 시스템의 특성을 해석하고 이동 플랫폼과 매니플레이터의 운동에 따른 이동 로봇시스템의 상호간 영향을 알아보기 위하여 일반적인 기구학/동역학 모델을 구하며, 여유 자유도를 활용한 다양한 알고리즘을 정의하고 이에 대한 시뮬레이션을 통해 성능 해석을 수행한다.

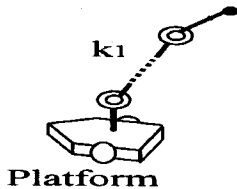


그림 1. 이동 매니플레이터 시스템  
Fig. 1. Mobile manipulator systems

일반적인 이동 매니플레이터 시스템은 그림 1.과 같이 1개의 이동 플랫폼과 N축의 매니플레이터로 구성되어 있다. 작업 공간에서 6 자유도를 충족하기 위하여 몇 개의 액추에이터가 필요한가는 운동성 해석을 통하여 가능하다. 일반적으로 기저가 고정되어 있는 매니플레이터 시스템에 비하여 이동 매니플레이터 시스템은 이동 플랫폼의 추가적인 운동으로 좀 더 많은 운동성을 가지게 된다. 예를 들어, 세대의 이동 플랫폼과 매니플레이터로 구성된 시스템의 경우, 이동 플랫폼의 운동성을 3으로, 매니플레이터의 운동성을 6이라고 가정한다면, 전체 시스템의 운동성은 15가 된다. 따라서 이 시스템은 기구학적 여유자유도 시스템(Kinematically hyper-redundant system)임을 알 수 있다. 실제로 시스템이 평면에서 운동하기 위해서는 3 자유도(DOF)가 필요하지만, 시스템이 가지는 운동성(Mobility)은 5 자유도의 운동성을 가지므로 2 만큼의 여유 자유도를 가지게 되는 여유자유도 시스템임을 알 수 있다. 여기서 말하는 시스템의 운동성은 액추에이터를 붙이는 개수를 의미하므로 5개의 액추에이터를 부착시킨다고 가정한다.

2. 운동성 해석

먼저 본 연구에서 고려하는 이동 매니플레이터 시스템은 다음과 같이 가정한다. 이동 플랫폼은 미끄러짐이 없는 평면에서 왕복 직선 운동을 하고, 매니플레이터는 이동 로봇이 움직이는 평면에 수직인 X-Y평면에서 움직인다고 가정한다. 그리고 잡고 있는 물체의 질량은 무시한다. 시스템의 구성은 그림 2.와 같다.

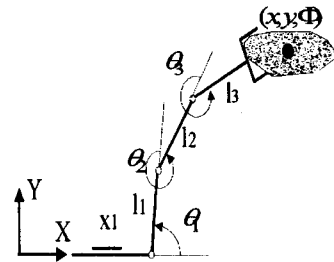


그림 2 평면형 이동 매니플레이터 시스템의 기구학 모델.  
Fig. 2. Kinematic model of mobile manipulator system.

위 시스템에서는  $\dot{x}_1, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ 를 액추에이터가 부착되는 독립변수로 정한다. 물체의 중심점과 매니플레이터의 말단의 위치를 같은 점으로 가정하면,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \dot{x}_1 - l_1 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ &\quad - l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3), \\ \dot{y} &= l_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ &\quad + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ \dot{\phi} &= \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{aligned} \tag{1}$$

과 같이 정리할 수 있다.

$$\vec{u} = [{}_1G_a^y] \vec{\phi}_1 \tag{2}$$

여기서,  $[{}_1G_a^y] : (3 \times 4)$ ,  $\vec{u} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\phi}]^T$ ,  $\vec{\phi}_1 = [\dot{x}_1 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$ 이다.  $\vec{\phi}_1$ 를 독립변수에 대하여 나타내면

$$\begin{aligned} \vec{\phi}_1 &= [{}_1G_a^x] \vec{\phi}_a \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & [G_a^2]_1 & \end{bmatrix} \vec{\phi}_a \end{aligned} \tag{3}$$

로 나타낼 수 있으므로, 말단의 속도 벡터  $\vec{u}$ 는 한 개의 체인에 대하여 독립변수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{u} = [G_a^y] \vec{\phi}_1 = [G_a^y][G_a^x] \vec{\phi}_a = [G_a^y] \vec{\phi}_a \quad (4)$$

여기서,  $[G_a^y]$  : (3x5)이다.

한편, 역기구학적 해석을 하기 위해, 정의된  $\vec{u}$ 에 대하여 관절의 속도에 관한 일반해는 다음과 같이 구해진다.

$$\vec{\phi}_a = [G_a^y]^+ \vec{u} + ([I] - [G_a^y]^+ [G_a^y]) \vec{\epsilon}, \quad (5)$$

여기서,  $[G_a^y]^+ = [W]^{-1} [G_a^y]^T ([G_a^y] [W]^{-1} [G_a^y]^T)^{-1}$ 이며, 각 관절의 각도는 식 (5)를 시간에 관하여 적분하여 얻는다.

식(5)의 particular solution에서  $[W]$ 는 가중치(weighting)에 해당하며 다음 두 가지 경우를 고려해 본다. 첫 번째 경우는 각 링크의 관성질량에 상관없이 일정하게 가중치를 적용한 예이고, 두 번째의 경우는 각 링크의 관성질량을 고려한 가중치이다.  $[I_{aa}^y]$ 는 시스템의 최소 좌표계에 대한 관성행렬을 의미하고 다음과 같이 구해진다.

$$[I_{aa}^y] = \sum_{i=1}^2 [i G_a^y]^T [i I_{\phi\phi}^y] [i G_a^y]: 5 \times 5, \quad (6)$$

여기서,  $[i I_{\phi\phi}^y]$ 는 각각의 관절공간에서의 관성행렬을 나타낸다.

식(5)에서 일반해 중의 homogeneous solution은 매니퓰레이터의 말단의 움직임에는 상관없이 관절공간의 자가운동(self motion)을 나타내는 항에 해당한다. 주어진 궤적을 따라 이동하면서 자신의 자세를 원하는 목적으로 달성하기 위하여 만들어지게 된다. 조정성은 다음과 같이 나타내어진다.

$$P = \sqrt{\det [G_a^y] [G_a^y]^T} \quad (7)$$

그리고 식 (7)을 시간에 관하여 미분하면,

$$\dot{P} = B(\phi_a) \dot{\phi}_a, \quad (8)$$

로서, 여기에 식 (6)을 대입하고  $P$ 의 증분  $\dot{P}$ 을  $r_0$ 로 정하면 다음과 같이 정리되고

$$\dot{P} = B(\phi_a) [G_a^y]^+ \vec{u} + B(\phi_a) ([I] - [G_a^y]^+ [G_a^y]) \vec{\epsilon} = r_0 \quad (9)$$

식 (9)로부터 차원이 (1x5)로 주어진 벡터  $B(\phi_a)$ 를 구하고,  $B(\phi_a) ([I] - [G_a^y]^+ [G_a^y])$ 를  $[C]$ 로 정의하여  $\vec{\epsilon}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[C] \vec{\epsilon} = r_0 - B(\phi_a) [G_a^y]^+ \vec{u}, \quad (10)$$

$$\vec{\epsilon} = [C]^{-1} (r_0 - B(\phi_a) [G_a^y]^+ \vec{u}),$$

여기서,  $[C] = B(\phi_a) ([I] - [G_a^y]^+ [G_a^y])$  (1x5)이며 적당한  $r_0 > 0$ (양의 상수)을 정하여  $\dot{P}$ 가  $r_0$  이상으로 되는  $\vec{\epsilon}$ 를 얻어  $\dot{\phi}_a$ 를 구하게 된다.

### 3. 유연한 동작제어

모의 실험은 평면에서 이동 매니퓰레이터가 일정한 속도로 주어진 궤적을 따라 이동할 때 각각의 알고리즘을 적용하였다. 각 관절들의 초기 위치는  $x_1 = 0$ ,  $\theta_1 = 150^\circ$ ,  $\theta_2 = 300^\circ$ ,  $\theta_3 = 270^\circ$ 로서 주어진 작업은

이동 매니퓰레이터의 end-effector의 peg-in-hole 작업을 수행하도록 하였다. 이를 위하여 end-effector의 작업 궤적은 먼저 x-축으로의 수평 이동 후에 y-축으로의 수직 이동과 다시 x-축으로의 pack-in-hole 작업을 수행하도록 하였으며 이때 pack-in-hole 순간의 friction force는 고려하지 않았다. 주어진 작업은 그림 3에 주어졌다.

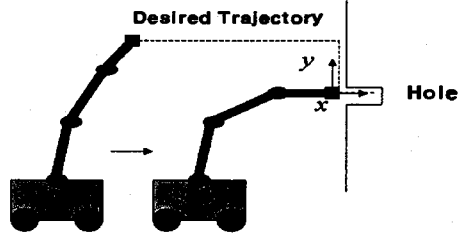


그림 3 이동 매니퓰레이터의 pack-in-hole task.  
Fig. 3. Pack-in-hole task of mobile manipulator.

3.1 조정성과 가중치를 적용하지 않은 경우, 역기구학에서 구한 독립변수의 속도 벡터의 particular solution으로부터 일정한 가중치의 경우만 고려하면,

$$\vec{\phi}_a = [G_a^y]^+ \vec{u}_1, \quad (11)$$

이며,

$$[G_a^y]^+ = [G_a^y]^T ([G_a^y] [G_a^y]^T)^{-1}, \quad (12)$$

$$\vec{u}_1 = \dot{u} - [K_P] \delta u - [K_D] \delta \dot{u}. \quad (13)$$

이다. 식(13)에서  $\delta u$ 와  $\delta \dot{u}$ 는 end-effector의 작업 공간(task space)에서 각각 위치와 속도 에러를 의미한다. 그리고  $[K_P]$ ,  $[K_D]$ 는 각각 위치 이득(gain), 속도 이득 행렬을 나타낸다. 이러한 간단한 PD 제어 법칙은 이동 매니퓰레이터가 갑작스런 경사나 굴곡을 만났을 때 효과적이다. 이 모의실험에서는 물체를 잡고 있는 부분의 각도의 제어에 중점을 둔다. 다음 그림 4는 일정한 가중치를 부여하여 수행한 모의 실험 결과를 애니메이션한 것이다.

초기상태에서 주어진 궤적에 대하여 기구학적 동작을 고려한 궤적에 의하여 동작이 이루어짐을 알 수 있다.



그림 4 등가-가중치에서 자세.  
Fig. 4. Posture of equal-weighting.

3.2 가중치만을 적용한 경우,

시스템의 운동에너지를 최소화하는 가중치를 적용한 경우 독립변수의 속도 벡터의 해는

$$\vec{\phi}_a = [G_a^y]^+ \vec{u} \quad (14)$$

$$[G_a^y]^+ = [I_{aa}^y]^{-1} [G_a^y]^T ([G_a^y] [I_{aa}^y]^{-1} [G_a^y]^T)^{-1} \quad (15)$$

이다. 그림 5는 이동 플랫폼의 질량이 각 링크의 질량과 같은 경우이다. 매니퓰레이터가 주어진 궤적을 따라 먼저 움직이고 후에 이동 플랫폼이 움직인다는 점은 이동 플랫폼의 질량이 링크 보다 클 때와 같지만, 그림 6의

경우는 이동 플랫폼이 움직이기 시작하는 시간이 더 빠르다. 즉, 이동 플랫폼의 질량이 작아지므로 그 만큼 일찍 움직이는 것이다. 그림 6은 이동 플랫폼의 질량이 링크의 질량보다 큰 경우이다. 이동 플랫폼의 질량이 크기 때문에 가벼운 매니플레이터가 먼저 주어진 궤적을 따라 움직이고, 더 이상 매니플레이터가 궤적을 따라가지 못하는 한계에 접하면 이동 플랫폼이 움직이기 시작하여 주어진 궤적을 따라간다.



그림 5 Equal-weighting에서의 pack-in-hole 작업의 자세



그림 6. 가중치를 둔 상태에서의 peg-in-hole 작업의 자세

### 3.3 조정성만을 적용한 경우,

조정성만을 고려한 경우에 대한 독립변수의 속도 벡터의 해는

$$\vec{\phi}_a = [G_a^*]^+ \vec{u} + ([I] - [G_a^*]^+ [G_a^*]) \vec{\epsilon} \quad (16)$$

$$[G_a^*]^+ = [G_a^*]^T ([G_a^*] [G_a^*]^T)^{-1} \quad (17)$$

그림 7은  $r_0$ 이 0인 경우에 대하여 조정성을 적용한 결과이다. 30초를 전후로 하여 작업에 적합치 않은 자세를 만들어 간다. 그림 8의 경우 그림 7의 경우보다  $r_0$ 을 0.01로 하였을 경우에도 불안정한 자세를 유지하였다.



그림 7.  $r_0$ 이 0.0인 경우의 조정성만을 고려한 peg-in-hole작업의 자세



그림 8  $r_0$ 이 0.01인 경우의 조정성만을 고려한 peg-in-hole작업의 자세

### 3.4 가중치와 조정성을 적용한 경우

가중치와 조정성을 고려한 경우에 대한 독립변수의 속

도 벡터의 해는

$$\vec{\phi}_a = [G_a^*]^+ \vec{u} + ([I] - [G_a^*]^+ [G_a^*]) \vec{\epsilon} \quad (18)$$

$$[G_a^*]^+ = [J_{aa}]^{-1} [G_a^*]^T ([G_a^*] [J_{aa}]^{-1} [G_a^*]^T)^{-1} \quad (19)$$

로 주어진다. 가중치 항에 해당하는 particular solution과 조정성에 해당하는 homogeneous solution이 모두 적용된 경우에 있어서, 초기에는 조정성에 의해 안정된 자세를 만들어 가려고 하지만 결국에는 기구학적 운동에너지를 최소화하려는 형상으로 진행된다. 따라서 두 알고리즘간의 충돌로 인하여 제어가 힘들어지는 것을 그림 9를 통하여 알 수 있다.

일정한 가중치와 조정성을 고려한 경우에 대한 독립변수의 속도 벡터의 해는

$$\vec{\phi}_a = [G_a^*]^+ \vec{u} + ([I] - [G_a^*]^+ [G_a^*]) \vec{\epsilon} \quad (20)$$

$$[G_a^*]^+ = [J_{aa}]^{-1} [G_a^*]^T ([G_a^*] [J_{aa}]^{-1} [G_a^*]^T)^{-1} \quad (21)$$

$$[G_a^*]^+ = [G_a^*]^T ([G_a^*] [G_a^*]^T)^{-1} \quad (22)$$

Particular solution에는 가중치를 주고 homogeneous solution에는 일정한 가중치와 조정성을 최대화하는 경우에 있어서는, 그림 9에서 볼 수 있듯이 가중치와 조정성을 적용한 경우와는 다르게 좀 더 안정된 형상으로 진행하지만, particular solution의 가중치가 조정성보다 강력한 우선적 역할을 하게 되어 조정성을 유지하지 못하고 결국에는 기구학적 운동에너지를 최소화하려는 형상으로 진행되는 것을 알 수 있다.



그림 9 가중치와 조정성을 적용한 경우의 peg-in-hole task.

## 4. 결 론

본 연구에서는 여유구동을 지니는 세 바퀴를 갖는 형태의 이동로봇에 대한 기구학/동역학 모델링, 해석을 수행하고, 이동 플랫폼 위에 매니플레이터가 탑재되어 있는 이동 매니플레이터에 대하여 여유자유도 시스템을 확인하였고 이동 플랫폼과 매니플레이터의 운동에 따른 이동 로봇 시스템의 각각의 관절과 자세에 대한 상호간 영향을 알아보기 위하여 일반적인 기구학/동역학 모델을 구하며, 여유 자유도를 활용한 가중치와 조정성을 정의하고 이들 알고리즘의 적용한 시뮬레이션을 통해 성능 해석을 수행했다. 특별한 작업공간에서의 end-effector의 위치제어가 이루어짐을 시뮬레이션을 통하여 확인하였으며 다양한 알고리즘을 적용하여 이동매니플레이터의 자세의 변화와 효율적인 제어 성능에 대하여 비교 분석하였다. 그리고 이를 평가하기 위하여 그리고 3 자유도를 갖는 이동 로봇 위에 3 자유도를 갖는 매니플레이터가 탑재되어 있는 이동 매니플레이터의 기구학 모델을 제시하였으며 다양한 제어 알고리즘을 peg-in-hole task에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 그 성능을 비교 분석하였다.

### [참고 문헌]

- [1] Agullo, J., Cardona, S., and Vivancos, J., "Kinematic of vehicles with directional sliding wheels", Mech. and Mach. TH. Vol 22. No. 4. pp. 295-301. 1987.