

강인 PID 제어를 이용한 BLDC 모터의 속도제어 시스템 설계

김인수\*, 이영진\*, 박성준\*, 박한웅\*\*, 이만형\*\*\*

\* 부산대학교 대학원 지능기계공학과, \*\* 해군사관학교 전기공학과, \*\*\* 부산대학교 기계공학부

Speed Controller Design for BLDC Motors Using Robust PID Control

In-Soo Kim\*, Young-Jin Lee\*, Sung-Jun Park\*, Han-Woong Park\*\*, Man-Hyung Lee\*

\* Pusan National University, \*\* Korea Naval Academy

**Abstract** - 본 논문은 주파수역에서의 모델매칭을 이용하여 강인한 성능의 PID 제어기 튜닝법을 제안하였다. 이를 이용하여 부하토크 외란에도 강인한 성능의 BLDC 모터의 속도제어기를 설계하였다. 부하토크 외란이 존재하여도 주어진 기준명령을 강인하게 추종하도록  $H_\infty$  제어를 이용하여 속도제어기를 설계한 후, 설계할 PID 제어기의 루프 전달함수와 설계된  $H_\infty$  제어제의 루프 전달함수간의 오차가 주파수역에서 최소가 되도록 PID 제어기 파라미터를 튜닝하였다. BLDC 모터의 속도제어 시뮬레이션을 통하여 설계된 강인 PID 제어기의 성능을 평가하였다.

1. 서 론

PID 제어기는 그 구조가 단순하며 성능에 있어서 매우 실용적인 제어기로서 산업용 프로세스 제어계에서 널리 사용된다. PID 제어기는 그 설계방식에 있어서 종래의 유압식, 공기압식, 전기식 등의 아날로그 방식을 거쳐 마이크로 프로세서에 의한 디지털 방식으로 발전하였으며, 온라인 자동조정 방식의 PID 제어, I-PD 제어, 2 자유도 PID 제어 등의 다양하고도 새로운 설계방법들이 제안되어져왔다[1]. 현대 산업발전으로 인하여 플랜트는 더욱 복잡해지며, 이에 반하여 산업현장에서는 갈수록 고 정밀의 제어성능을 필요로 하게 된다. 따라서, 이를 위해서는 특히 시스템 성능에 큰 영향을 미치는 플랜트 파라미터의 변동으로 인한 모델링 오차나 외란 등의 불확실성에 대한 체계적인 PID 제어기 설계법에 대한 연구가 필수적이다 [2]-[4]. 본 논문에서는 플랜트에 외란이 존재하여도 주어진 성능을 만족하는 강인 PID 제어기 설계법에 관하여 연구하였다. 외란억제 성능 및 강인한 명령추종 성능을 만족하는 강인 PID 제어기 설계를 위하여  $H_\infty$  제어 [5][6]를 이용하여 설계된  $H_\infty$  제어기에 모델매칭법을 적용하여 PID 제어기의 각 파라미터를 계산하였다. 제안된 강인 PID 제어기 설계법으로부터 본 논문에서는 BLDC 모터의 속도제어기를 설계하여 제안된 제어기 설계법을 평가하였다. 시뮬레이션 결과로부터 설계된 강인 PID 제어기의 성능은 기준입력에 대한 명령추종 성능과 토크 외란에 대한 억제성능을 만족함을 보였으며, 본 논문에서 제안된 강인 PID 제어기 조정기법의 BLDC 모터 속도제어 시스템 설계에 대한 응용가능성을 확인하였다.

2. BLDC 모터 속도제어기 설계

2.1 강인 PID 제어

강인 PID 제어기 튜닝의 기본 개념은 설계된  $H_\infty$  제어기를 포함하는 루프 전달함수와 설계될 PID 제어기를 포함하는 루프 전달함수간의 오차함수에 대한 주파수 응답이 임의의 주파수역에서 최소가 되도록 PID 각 파라미터를 계산하는 것이다[7]. 그림 1과 같은 강인 PID 제어기  $K_P(s)$ 는 식 (1)과 같이 주어진다.

$$K_P(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (1)$$

여기서  $k_p, k_i, k_d$ 는 각각 비례게인, 적분게인, 미분게인을 가리킨다.

$H_\infty$  제어기에서 개루프 전달함수  $L_H(s)$ 를  $G(s)K_H(s)$ 로 표기하고, 임의의 주파수 대역  $[\omega_{min}, \omega_{max}]$ 에서의  $L_H(s), G(s), K_P(s)$ 의 주파수 응답  $L_H(j\omega), G(j\omega), K_P(j\omega)$ 의 실수부와 허수부를 각각  $G_r(\omega) + jG_i(\omega), L_{Hr}(\omega) + jL_{Hi}(\omega), K_{Pr}(\omega) + jK_{Pi}(\omega)$ 로 표현한다. 여기서,  $K_{Pr}(\omega)$ 와  $K_{Pi}(\omega)$ 는 각각 식 (2)와 같다.

$$K_{Pr}(\omega) = k_p$$

$$K_{Pi}(\omega) = k_d \omega - k_i \frac{1}{\omega} \quad (2)$$

이 때,  $L_H(j\omega)$ 와 강인 PID 제어기의 개루프 전달함수와의 오차함수  $E(j\omega)$ 를 식 (3)과 같이 나타낸다.

$$E(j\omega) = L_H(j\omega) - G(j\omega)K_P(j\omega) \quad (3)$$

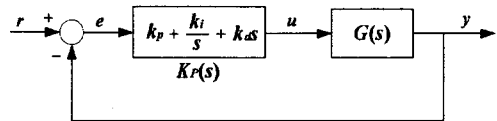


그림 1 PID 제어기  
Fig. 1 PID controller

모델매칭법은 임의의 주파수 대역  $[\omega_{min}, \omega_{max}]$ 에 대하여 각 주파수  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 에서의  $E(j\omega)$ 의 제곱의 합을 최소화하는 것을 의미하며, 이를 이용하여 PID 제어기의 각 매개변수를 선정한다. 즉,  $N$ 개의 주파수 대역에 대하여 식 (4)와 같이 주어지는 평가함수  $J$ 를 최소화하는 해를 구하면 된다.

$$J = \sum_{i=1}^N |E(j\omega_i)|^2$$

$$= \sum_{i=1}^N |L_{Hr}(j\omega_i) - G(j\omega_i)K_{Pr}(j\omega_i)|^2 \quad (4)$$

$E(j\omega)$ 의 주파수 응답을 실수부와 허수부인  $E_r(\omega)$ 과  $E_i(\omega)$ 로 구분하여 나타내면 식 (5)와 같다.

$$\begin{bmatrix} E_r(\omega) \\ E_i(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Hr}(\omega) \\ L_{Hi}(\omega) \end{bmatrix} - \Phi(\omega) \begin{bmatrix} k_p \\ k_i \\ k_d \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $\Phi(\omega)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\Phi(\omega) = \begin{bmatrix} G_r(\omega) & G_i(\omega)\frac{1}{\omega} & -G_i(\omega)\omega \\ G_i(\omega) & -G_r(\omega)\frac{1}{\omega} & G_r(\omega)\omega \end{bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)으로부터 식 (4)는 다음과 같이 전개된다.

$$J = \sum_{i=1}^N [E_r(\omega_i)^2 + E_i(\omega_i)^2] \quad (7)$$

$$= (\beta - \Lambda\alpha)^T (\beta - \Lambda\alpha)$$

여기서  $\Lambda$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 각각 아래와 같다.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Phi(\omega_1) \\ \Phi(\omega_2) \\ \vdots \\ \Phi(\omega_N) \end{bmatrix}, \beta = [L_{Hr}(\omega_1) \cdots L_{Hr}(\omega_N)] \quad (8)$$

$$\alpha = [k_p \quad k_i \quad k_d]^T$$

$J$ 를 최소화하는 강인 PID 제어기의 최적 매개변수  $\alpha$ 는 최소자승법으로 계산되며, 이는 다음 식 (9)와 같다.

$$\alpha = (\Lambda^T \Lambda)^{-1} \Lambda^T \beta \quad (9)$$

## 2.2 BLDC 모터의 강인 PID 속도제어기 설계

BLDC 모터의 속도제어를 위한 제어모델은 기존의 DC 모터와 유사하게 주어지며, 이는 그림 2와 같다.

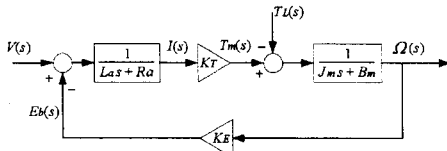


그림 2 BLDC 모터의 개략도  
Fig. 2 Block diagram of BLDC motor

속도제어기 설계를 위한 BLDC 모터의 상태공간 모델 식은 식 (10)과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -K_E/L_a \\ K_T/J_m & -B_m/J_m \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/L_a \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/J_m \end{bmatrix} w \quad (10)$$

여기서 상태변수  $x = [i_a \quad \omega_m]^T$ 는 전기자 전류  $i_a$ 와 모터의 각속도  $\omega_m$ 로 주어지며, 제어입력  $u$ 는 모터에 인가되는 전압  $V_a$ , 외란  $w$ 는 토크 외란  $T_L$ 을 나타낸다.

### 2.2.1 $H_\infty$ 속도제어기

제어기 설계를 위한 BLDC 모터 사양은 표 1은 같다.

표 1 BLDC 모터 사양  
Table 1 Specifications of BLDC motor

정격 출력	400 W
정격 회전속도	3000 rpm
관성 모멘트	$3.7 \times 10^{-4} \text{ kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$
점성 마찰계수	$0.7 \text{ kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$
토크 상수	$4.9 \text{ kgf} \cdot \text{cm/A}$
전자기 저항	$1.07 \Omega$

BLDC 모터의  $H_\infty$  속도제어기를 설계를 위하여 LMI에 기초한  $H_\infty$  제어 기법[3]을 적용하였다. 제어기 설계를 위한 일반화 플랜트는 그림 3과 같이 구성된다. 여기서,  $G(s)$ 는 BLDC 모터의 공칭모델,  $W_{z1}(s)$ 와  $W_{z2}(s)$ 는 가중함수,  $K_H(s)$ 는  $H_\infty$  속도제어기를 가리킨다.  $W_{z1}(s)$ 와  $W_{z2}(s)$ 는 각각 주파수역에서 안정한 유리함수로 주어지며, 이는 그림 4와 같이 주어진다.

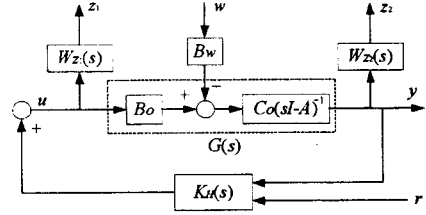


그림 3  $H_\infty$  제어를 위한 일반화 플랜트  
Fig. 3 Generalized plant for  $H_\infty$  controller

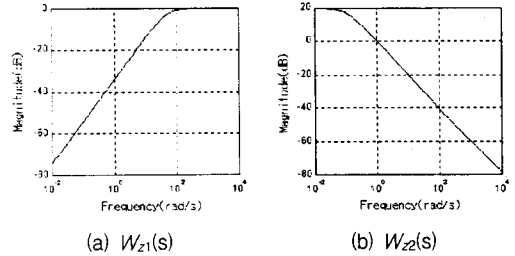


그림 4  $H_\infty$  제어를 위한 일반화 플랜트  
Fig. 4 Generalized plant for  $H_\infty$  controller

### 2.2.2 강인 PID 속도제어기

설계된  $H_\infty$  속도제어기로부터 모델매칭을 이용하여 계산된 PID 제어기의 각 매개변수는 표 2와 같다.

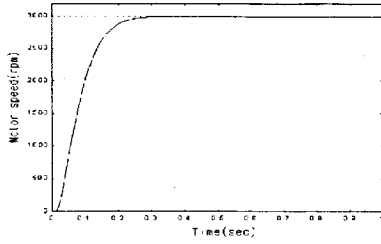
표 2 PID 제어기 파라미터  
Table 2 PID controller parameters

매개변수	계산된 값
$k_p$	0.036
$k_i$	2.340
$k_d$	0.000027

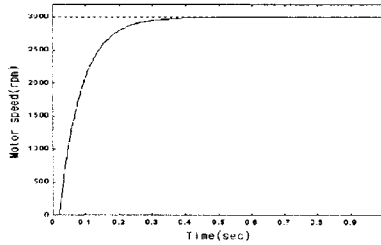
## 3. 시뮬레이션 결과

설계된  $H_\infty$  및 강인 PID 속도제어기에 대하여 부하토크 외란이 없는 경우의 3000rpm이 기준속도에 대한 추종성능을 그림 5에서 나타내었다.  $H_\infty$  제어기의 모터 속도응답은 0.2초에서 정상상태에 도달하였으며, 정상상태 응답이 기준속도에 대하여 0.1%의 오차를 가지는 매우 정확한 추종성능을 나타내었다. 강인 PID 제어기의 정상상태 응답은  $H_\infty$  제어기에 비하여 늦은 0.48초에서 도달하였으나, 기준속도에 대한 정상상태응답과의 오차는 0.1% 이내로  $H_\infty$  제어기보다 정확한 명령추종 성능을 나타낼 수 있었다.

부하토크 외란에 대한 억제성능을 나타내기 위하여, 일반적으로 모터에 인가되는 부하토크 형태로써 스텝형 부하토크를 고려하였다. 그림 6(a)와 같이 3초에서 크기가  $5 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$ 인 부하토크가 발생하여 6초에서 크기가 다시  $13 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$ 로 증가하였을 때의  $H_\infty$  제어기와 강인 PID 제어기의 속도응답을 각각 그림 6(b)와 그림 6(c)에서 나타내었다. 그림 6(b)에서 부하토크가 발생한 시점인 3초에서 2607rpm으로 감소하였으나, 기준속도와의 오차가 0.1% 이내로 줄어드는 시점은 0.34초 이후였으며, 6초에서 모터속도는 다시 2373rpm으로 감소하였으나, 역시 0.34초 이후에서 기준속도와의 오차가 0.1% 이내로 줄어들었다.



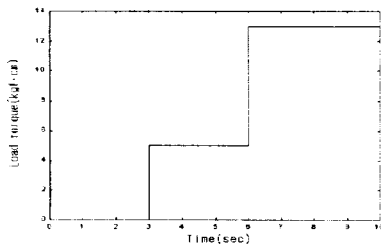
(a) Motor speed( $H_{\infty}$  controller)



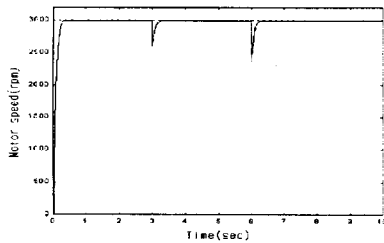
(b) Motor speed(robust PID controller)

그림 5 무부하시 스텝응답

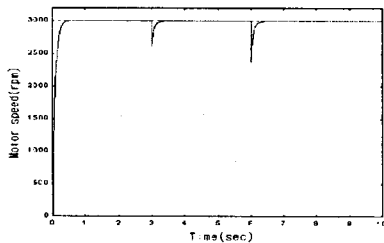
Fig. 5 Step response without load torque



(a) Step change load torque



(b) Motor speed( $H_{\infty}$  controller)



(c) Motor speed(robust PID controller)

그림 6 스텝형 부하 토크 발생시 스텝응답

Fig. 6 Step response under step change load torque

그림 6(c)에서는 부하토크 발생 시점인 3초에서 모터 속도는 2603rpm으로 감소하였으나, 기준속도와의 오차가 0.1% 이내로 감소하는 시점은 0.34초 이후였으며, 6초에서 모터속도가 2366rpm으로 감소하였으나, 0.37초 이후에서 기준속도와의 오차가 역시 0.1% 이내로 줄어들어 매우 우수한 외란억제 성능을 나타내었다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 모델매칭법을 이용하여 외란억제 성능 및 명령입력 추종성능을 만족하는 강인 PID 제어기 조정 기법에 관하여 연구하였다.  $H_{\infty}$  제어기와 동일한 성능의 강인 PID 제어기를 설계하기 위하여, 주어진 사양을 만족하는  $H_{\infty}$  제어기를 설계한 후, 주파수영역에서 루프 전달 함수의 주파수 응답 비교를 통하여, 설계된  $H_{\infty}$  제어기와 동일한 성능을 가지는 PID 제어기를 구성하였다. 이러한 강인 PID 제어기 조정기법을 이용하여 BLDC 모터의 속도제어를 설계하였으며, 설계된 강인 PID 속도제어기가 부하토크에 대한 억제성능 및 기준속도에 대한 강인한 명령추종 성능을 만족함을 시뮬레이션 결과로부터 나타내었다. 결론적으로 본 논문에서 제안된  $H_{\infty}$  제어기에 기초한 강인 PID 제어기 조정기법은 BLDC 모터의 속도제어기 설계에 있어서 그 유용성과 응용가능성이 있음을 확인하였다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] 山本重彦, *PID制御の基礎と應用*, 朝倉書店, 1997.
- [2] Tan, W., Liu, J., and Tam, P. K. S., "PID Tuning Based on Loop-Shaping  $H_{\infty}$  Control", IEE Proceedings - Control Theory and Applications, Vol. 145, No. 6, pp. 485-490, 1998.
- [3] Matsuo, T., and Nakano, K., "Robust Stabilization of Closed-Loop Systems by PID+Q Controller", International Journal of Control, Vol. 70, No. 4, pp. 631-650, 1998.
- [4] Ho, W. K., Hang, C. C., and Cao, L. S., "Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications", Automatica, Vol. 31, No. 3, pp. 497-502, 1995.
- [5] 多美 勉,  *$H_{\infty}$  制御*, 昭晃堂, 1994.
- [6] Gahinet, P., "Explicit Controller Formulas for LMI Based  $H_{\infty}$  Synthesis", Automatica, Vol. 32, No. 7, pp. 1007-1014, 1996.
- [7] Yukitomo, M., Iino, Y., Hino, S., Takahashi, K., and Nagata, K., "A New PID Controller Tuning System and its Application to a Flue Gas Temperature Control in a Gas Turbine Power Plant", Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications, Trieste, Italy, 1998.