

RVEGA SMC를 이용한 비선형 시스템의 안정화 제어

김 태우*, 조 현우*, 송 호신**, 이 오걸***, 이 준택*
 *동아대학교 전기공학과, ** 부산정보대 전기전자계열, ***동의공업대 전기과

A Study on the Stabilization Control of Nonlinear Systems using RVEGA SMC

*Tae-Woo Kim, *Hyun-Woo Jo, **Ho-Shin Song, ***Oh-Keol Lee, *Joon-Tark Lee.
 *Dong-A Univ., **Pusan Info. College, ***Dong-Eui Tech. College.

Abstract - The stabilization controls of coupled tank system and ball-beam system are difficult control tasks because of their high order time delay, nonlinearity and structural unstability. Furthermore, a series of classical methods such as a conventional PID and a full state feedback controller(FSFC) based on the local linearizations have narrow stabilizable regions.

Therefore, in this paper, in order to stabilize two representative nonlinear system mentioned above, a Sliding Mode Controller based on a Real Variable Elitist Genetic Algorithm(RVEGA SMC) was proposed.

1. 서 론

이중 탱크 수위제어 및 Ball-Beam과 같은 비선형 시스템은 고차의 지연시간과 구조적 불안정성 및 비선형성으로 인해 종래의 제어기법으로 안정화 제어를 행한다는 것은 어려운 과제 중의 하나이다. 그러므로, 선형화된 모델에 대해 종래의 PID 제어나 FSFC(Full State Feedback Controller)를 적용할 경우, 안정 범위가 협소해져서, 미소한 구조적 변동이나 내·외부 외란에 의해 쉽게 불안정해지게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여, 슬라이딩 모션이라는 독특한 스위칭 특성으로 인해, 넓은 범위의 동작 모드에 대응하여 적응성이 높고, 파라미터의 변동과 외란에 강인한 SMC와 2진 스트링 표현에 의한 염색체 길이의 장대화 및 우수 염색체가 되도록 종래의 GA와는 달리 SMC의 파라미터를 최적화시킬 수 있는 RVEGA를 결합한 RVEGA SMC를 제안하였다. 이중 탱크 수위 제어시 RVEGA에 의해 SMC의 이득 파라미터들이 최적화되어 지면 유입되는 유량의 급격한 변화를 방지할 수 있고, 외란 부가 시에도 탱크 내로의 유입량을 제어하여 목표 수위에 신속·정확하게 도달시켜 화학 플랜트 및 냉각조에서 오버 플로우나 고갈 현상이 발생하지 않도록 하는 것이다. 또한, Ball-Beam 시스템은 Ball의 위치 및 Beam의 경사각을 속응성 및 건실성을 갖고, 정확하게 목표 위치 및 각도에 추종할 수 있도록 FSFC의 파라미터가 RVEGA에 의해 최적화된다.

2. RVEGA SMC의 설계

비선형 시스템을 식 (2.1)과 같이 정의한다.

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.1)$$

여기서, $x \in R^n$: 상태 벡터, $u \in R^m$: 입력 벡터, n : 시스템의 차수, m : 입력 수를 각각 나타낸다. 이 때, 상태 x 의 요구궤적 x_d 에 대한 오차 벡터 $e = x - x_d = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T$ 로 두면, 발생되는 슬라이딩 평면 $s(e, t)$ 는 식 (2.2)로 정의될 수 있다.

$$s(e, t) = \{e | s(e, t) = G_a^T e(t) = 0\} \quad (2.2)$$

여기서, $G_a \in R^n$ 은 슬라이딩 평면의 기울기 또는 제

수 벡터를 나타내며, 상태공간 R^n 에서 다음과 같다.

$$s(e, t) = \left(\frac{d}{dt} + g_a\right)^{n-1} \cdot e = 0 \quad (2.3)$$

여기서, g_a 는 슬라이딩 평면의 기울기인 양의 상수이며, 식 (2.3)으로부터 n 차 상태 궤적의 문제는 다음의 Lyapunov함수 V 에 의해 식 (2.4)와 같다. 즉,

$$V = \frac{1}{2} s^2 > 0 \quad (2.4)$$

$$\dot{V} = s \cdot \dot{s} \leq 0$$

와 같은 조건을 만족하며, $s \rightarrow 0$ 이 되는 1차 안정화 문제로 간략화할 수 있으며, 식 (2.5)와 같이 쓸 수 있다.

$$s \cdot \dot{s} \leq -\lambda |s| \quad (2.5)$$

여기서, λ 는 양의 상수이며, $s \cdot \dot{s}$ 의 최대값 즉, β 를 구하기 위해 스위칭 평면 s 를 슬라이딩 영역으로 변환하면,

$$|s| \geq \frac{\beta}{\lambda} = \delta \quad (2.6)$$

이며, 슬라이딩 모드의 제어입력은 식 (2.7)과 같다.

$$u = -k \cdot \text{sgn}(s \cdot \dot{s}) + u_{smc} \quad (2.7)$$

$$\text{sgn}(s \cdot \dot{s}) = \begin{cases} +1, & s \cdot \dot{s} > 0 \\ 0, & s \cdot \dot{s} = 0 \\ -1, & s \cdot \dot{s} < 0 \end{cases}$$

이며, 슬라이딩 영역으로 진입하게 되면, 식 (2.7)의 두 번째 항 u_{smc} 는 PID 제어기 또는 FSFC에 의해 발생되는 등가 제어 입력 u_{eq} 로 변환된다.

본 논문에서는 스위칭 조건으로 s 를 사용한 경우 보다 \dot{s} 의 승산치를 사용하게 되면, 상태에 따라 구조의 변화가 더욱 빨라지므로 고속의 양호한 응답특성이 기대될 수 있다. 즉, RVEGA에 의해 이득 파라미터들과 $G_a^T = [g_a \ 1]$ 에 의해 결정되는 식 (2.2)의 슬라이딩 평면을 구성하는 제어기 파라미터 g_a 를 탐색하는 문제로 요약된다.

$$P = \{P_i | \|P_i\|_{L2} < \infty, \forall i \in R^m\} \quad (2.8)$$

여기서, R^m 은 식 (2.8)의 슬라이딩 모드의 실수 스위칭 파라미터 집합을 의미한다.

3. 이중탱크 시스템의 수위제어

3.1 이중탱크 시스템의 수학적 모델링

그림 1은 본 논문에서 사용된 이중 탱크 시스템을 나타내고 있다[1].

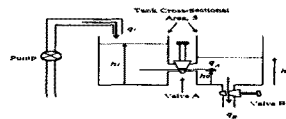


Fig. 1 Coupled tank system

그림 1에서 탱크 1 및 2에서의 유량 변화율은

$$q_i - q_A = \frac{dv_1}{dt} = S \frac{dh_1}{dt} \quad (3.1)$$

$$q_A - q_B = \frac{dv_2}{dt} = S \frac{dh_2}{dt} \quad (3.2)$$

로 각각 구해진다. 여기서,

$v_{1,2}$: 탱크 1 또는 2의 액체 용적 [cm³]

$h_{1,2}$: 탱크 1 또는 2의 수위 [cm]

S : 탱크 1과 탱크 2의 단면적 [cm²]

$q_{A,B}$: 밸브 A 또는 B를 통한 유출율 [cm³/sec]

q_i : 탱크 1로의 유입율 [cm³/sec]

이며, 각 밸브를 통한 유출량 q_A 와 q_B 는

$$q_A = f(h_1 - h_2) = a_{AC} \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (3.3)$$

$$q_B = f(h_2) = a_{BC} \sqrt{2g(h_2 - h_0)} \quad (3.4)$$

로 된다. 또한, $v_1 = Sh_1$ 및 $v_2 = Sh_2$ 이고, 탱크 2로 유입되는 외부 외란 d [cm³/sec]를 고려하면, 식 (3.1) 및 식 (3.2)로부터 식 (3.5)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} S\dot{h}_1 = u - a_{AC} \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \\ S\dot{h}_2 = a_{AC} \sqrt{2g(h_1 - h_2)} - a_{BC} \sqrt{2g(h_2 - h_0)} + d \end{cases} \quad (3.5)$$

3.2 이중탱크 시스템의 RVEGA SMC의 설계

그림 2는 본 논문에 사용된 이중 탱크 수위제어에 대한 RVEGA SMC의 구성도를 나타내었다.

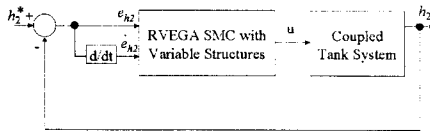


Fig. 2 Architecture of RVEGA SMC

그림 2에서 탱크 2의 목표 수위 h_2^* 와 현재 수위 h_2 와의 수위 오차 e_{h2} 로부터 RVEGA에 의해 SMC의 파라미터 u_0, K_P, K_I 및 K_D 를 각각 최적화하며, 적합도 $F(P)$ 는 식 (3.6)과 같이 t_i 시간 동안에 취득한 오차와 오차의 변화율에 대한 각각의 제곱의 합에 대한 평균의 역수를 취하였다.

$$F(P) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{t_i} (e_{h2}^2 + \dot{e}_{h2}^2) \quad (3.6)$$

RVEGA SMC의 최적 파라미터들은 식 (3.7)과 같다. $g = 0.18$,

$$\begin{aligned} u_0 &= \begin{cases} 0.253, & s < 0 \\ 77.250, & s > 0 \end{cases} & K_P &= \begin{cases} 5.802, & e_{h2} \cdot s < 0 \\ 99.051, & e_{h2} \cdot s > 0 \end{cases} \\ K_I &= \begin{cases} 98.863, & \dot{s} < 0 \\ 60.024, & \dot{s} > 0 \end{cases} & K_D &= \begin{cases} 72.616, & \dot{e}_{h2} \cdot \dot{s} < 0 \\ 2.454, & \dot{e}_{h2} \cdot \dot{s} > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.7)$$

4. Ball-Beam 시스템의 안정화 제어

4.1 Ball-Beam 시스템의 수학적 모델링

Ball-Beam 시스템은 그림 3과 같다[2].

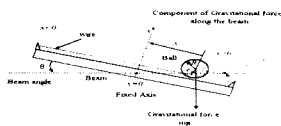


Fig. 3 Ball-Beam system

그림 3으로부터 Ball-Beam 시스템의 Lagrangian L 은 다음과 같이 정의된다.

$$L = U^* - T \quad (4.1)$$

여기서, U^* 는 운동에너지이고, T 는 시스템의 위치 에너지를 나타내며, 식 (4.2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$L = U^* = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (4.2)$$

여기서, m 은 Ball의 질량, I 는 관성모멘트, v 는 Ball의 속도, ω 는 Ball의 각속도를 의미한다. 따라서, Euler-Lagrange 방정식으로부터 다음과 같다.

$$\left(1 + \frac{2R^2}{5r^2}\right) \ddot{x} + \frac{2R^2}{5r^2} \ddot{\theta} - x(\ddot{\theta})^2 = g \sin \theta \quad (4.3)$$

따라서, Ball-Beam 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{A} (x_1 x_4^2 + g \sin x_3) \\ x_4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{A} \frac{2R^2}{5r^2} G_m \\ 0 \\ G_m \end{bmatrix} u \quad (4.4)$$

여기서, $A = (1 + \frac{2R^2}{5r^2})$ 이며, $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]$ 이다.

4.2 Ball-Beam 시스템의 RVEGA SMC의 설계

그림 4는 시뮬레이션에 사용된 Ball-Beam 상호간의 동특성을 고려한 RVEGA SMC의 구성도를 나타내었으며, 그림에서, Ball의 목표 위치 x^* 와 현재 위치 x 와의 위치 오차 e_x 와 속도 \dot{x} 및 Beam의 목표 경사각 θ^* 와 현재 경사각 θ 와의 경사각 오차 e_θ , 그 각속도 $\dot{\theta}$ 로부터 RVEGA에 의해 FSFC의 최적 파라미터 k_1, k_2, k_3, k_4 를 각각 결정한다.

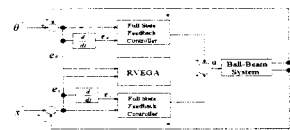


Fig. 4 Architecture of RVEGA SMC

RVEGA SMC 최적 파라미터들은 식 (4.5)와 같다.

$$\begin{aligned} g_u &= 0.35, \\ k_1 &= \begin{cases} 11.5687, & x_1 \cdot s_x < 0 \\ 13.9138, & x_1 \cdot s_x > 0 \end{cases} & k_2 &= \begin{cases} 9.595, & x_2 \cdot \dot{s}_x < 0 \\ 14.0378, & x_2 \cdot \dot{s}_x > 0 \end{cases} \\ k_3 &= \begin{cases} 36.0629, & x_3 \cdot s_\theta < 0 \\ -0.737, & x_3 \cdot s_\theta > 0 \end{cases} & k_4 &= \begin{cases} 19.751, & x_4 \cdot \dot{s}_\theta < 0 \\ 6.1375, & x_4 \cdot \dot{s}_\theta > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.5)$$

5. 시뮬레이션 결과 및 고찰

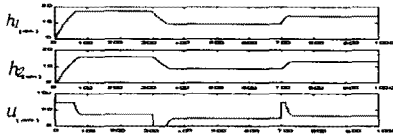
5.1 이중탱크 시스템의 수위제어

시뮬레이션에 사용된 탱크 1 및 2의 단면적 $S = 100$ [cm²]이고, 밸브 A 및 B의 오리피스 단면적은 각각 $a_A = 0.886$ [cm²] 및 $a_B = 0.396$ [cm²]이며, 탱크의 유출계수는 $c_A = c_B = 0.58$, offset는 $h_0 = 3$ [cm]이다. 그리고, 0~300 [sec], 300~700 [sec] 및 700~1000 [sec]의 시간 축을 구간 I, II, III으로 설정하였으며, 이들 각 구간의 목표 수위는 18 [cm], 10 [cm], 15 [cm]로 각각 설정하였다. 또한, 외란 $d = 20$ [cm³/sec]는 구간 I, II, III에서 150~250 [sec], 350~650 [sec], 750~950 [sec]인 각각의 시점에서 탱크 2내로 부가되는 외부로부터의 유입을 의미한다. 본 시스템의 사양은 표 1과 같다.

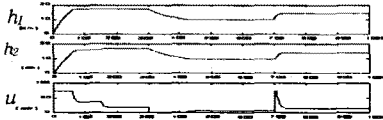
Table 1. Specification of the coupled tank system

Parameter	Value
Height	25(cm)
Orifice Cross Sectional Area of Valve A : a_A	0.886(cm^2)
Orifice Cross Sectional Area of Valve B : a_B	0.396(cm^2)
Tank Cross Sectional Area : S	100(cm^2)
Max. Flow-in rate : q_{imax}	73.3(cm^3/sec)
Gravitational constant : g	981(cm/sec^2)
Discharge Coefficient : C_A, C_B	0.58
Pump Drive Voltage U(V)	Max. 10(V), Min. 0(V)

또한, 이중 탱크 시스템의 제어 입력 u 즉, 유입율 q_i 는 모터 펌프 구동전압 U 의 7.33배와 같으므로, U 가 10(V)일 때 최대 유입율은 73.3(cm^3/sec)로 된다



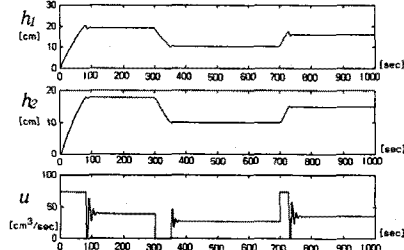
(a) without Disturbance



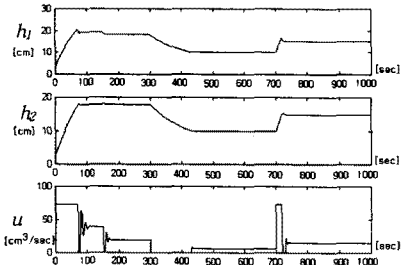
(b) with Disturbance

Fig. 5 Results of PID control

그림 5의 종래의 PID 제어에 의한 시뮬레이션 결과를 고찰해 보면, 외란이 없는 경우, 구간 I, III에서는 목표 수위에 2[cm] 미치지 못하는 결과를 나타내었으며, 외란을 부가한 경우, 구간 I에서는 도달시간 및 정정시간이 158.75(sec), 166.65(sec)로 관측되었다.



(a) without disturbance



(b) with disturbance

Fig. 6 Results of proposed RVEGA SMC

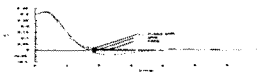
그림 6은 제안된 RVEGA SMC의 시뮬레이션 결과를 나타내며, 외란 미부가시, 구간 I에서 도달시간 및 정정시간은 종래의 PID 제어기에 비해, 각각 약 100(sec), 101(sec) 빨라짐을 알 수 있었으며, 외란 부가시에도 정확하게 목표수위에 도달함을 확인하였다.

5.2 Ball-Beam 시스템의 안정화 제어

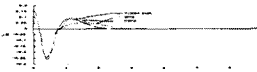
본 논문의 Ball-Beam 시스템 사양은 표 2와 같다.

Table 2. Specifications of the Ball-Beam system

Parameter	Description	Value	Unit
m	Mass of the Ball	0.02818	kg
g	Gravitational constant	9.81	m/s^2
θ	Beam angle	-	rad
x	Ball Position	-	m
R	Ball radius	0.0095	m
r	Radius of Rolling Ball	0.006833	m
I	Inertia Moment of Ball	1.0172×10^{-6}	$kg \cdot m^2$
v	Velocity of Ball	-	m/s



(a) Ball position x



(b) Beam angle θ

Fig. 7 Simulation Results with Bounded Input Conditions

그림 7은 시뮬레이션 결과이며, Ball의 위치와 Beam의 경사각에 대한 초기치와 목표치는 각각 [0.3m, 0.15rad], [0 m, 0 rad]으로 두었다. DPIDC 및 FSFC의 결과를 살펴보면, 1% 이내의 정정시간은 6.17(sec), 6.27(sec), 최대 오차는 0.041[m], 0.022[m]를 각각 나타내고 있다. 그러나, 본 논문에서 제안된 RVEGA SMC의 경우, 1% 이내로의 정정시간이 3.29(sec)임을 알 수 있으며, 이는 FSFC 보다 정정시간이 2.88(sec), DPIDC시 보다는 2.78(sec) 빠르게 목표치에 도달한다는 사실을 보여준다.

6. 결론

본 논문에서는 이와 같은 비선형 시스템의 제어를 위해 넓은 범위의 동작 모드에 대응하여 적응성이 높고, 파라미터의 변동과 외란에 강한 RVEGA에 의해 스워칭 파라미터들이 최적화되어진 SMC를 설계하였다. RVEGA에 의해, 종래의 GA에서 지적되던 2진 표현에 의한 염색체 길이의 장대화 및 우수 염색체 퇴조에 따른 국부적 최적치 도달 가능성 등의 문제점도 극복되었다. 특히, 시뮬레이션 결과, RVEGA SMC를 이용하여, 비선형성이 강한 이중 탱크 시스템의 수위 제어 및 Ball-Beam 시스템의 목표 Ball 위치에 고속이면서도 정확하게 추종할 수 있음을 확인하였다.

[참고 문헌]

- [1] J. M. Fernandes, C. E. DE Souza, G. C. Goodwin, "Adaptive Control of a Coupled Tank Apparatus", *Int. Journal of Control and Signal Processing*, Vol. 3, pp. 319-331, 1989.
- [2] P. E. Wellstead, V. Chrimes, P. R. Flecher, R. Moody, and A. J. Robins, "The Ball and Beam Control Experiment", *Int. J. Elec. Engine Educ.*, Vol. 15, pp. 21-39, 1978.