고속월쉬변환과 월쉬함수 미분연산식에 의한 미지입력 관측기 설계

†김진태, †안비오, ††김민형, †††이명규, ††††김재일, †안두수
†성균관대학교 전기전자 및 컴퓨터공학과, ††인덕대학 메카트로닉스과,
†††경성대학교 전기전자 및 컴퓨터공학부, ††††동의공업대학 전자계산과

Unknown input observer design via fast Walsh transform and Walsh function's differential

† Jin-Tae Kim, † Pius Ahn, † † Min-Hyung Kim, † † † Myung-Kyu Lee, † † † † Jae-Il Kim, † † Doo-Soo Ahn
† School of Electrical and Computer Eng., Sung Kyun Kwan Univ., † † Dept. of Mechtronics., In Duk Ins. of Tech.,
† † † Dept. of Electrical and Computer Eng., Kyung Sung Univ., † † † † Dept. of Computer Science DongEui Ins. of Tech.

Abstract - This paper deals with a novel approach to unknown inputs observer(UIO) design for linear time-invariant dynamical systems using a fast Walsh transform and Walsh function's differential operation. Generally, UIO has a derivation of system outputs which is not available from the measurement directly. And it is an obstacle to estimate the unknown inputs properly when unexpected measurement noises are presented. Therefore, this paper propose an algebraic approach to eliminate such problems by using a Walsh function's differential operation.

1. 서 론

선형동적 시스템의 상태를 추정하기 위하여 Luenberger 관측기를 사용하는 경우에는 대상 시스템의 입력을 모두 알고 있거나 혹은, 모두 측정이 가능하다는 가정이 필요하다. 그러나 실제로는 대상 시스템에 미지의 입력이 존재하는 경우가 많으며, 심지어는 시스템의 입력을 전혀 모르는 경우도 많다. 따라서 미지의 입력을 포함하는 선형 시불변 시스템의 상태 관측기 설계와 미지입력값 추정의 문제는 최근 수년간 많은 관심을 받아왔다[1-3]. 본 연구에서는 유사변환법에 의하여 유도된 동적 시스템에 대한 Luenberger관측기를 월쉬함수 전개를 이용하여 새롭게 변환함으로써 관측기에 포함된 출력의 미분항을 없애기 위한 불필요한 관측기 방정식의 분할을 피하고자한다. 또한 시스템 출력의 미분값을 본 연구에서 새롭게 전개한 월쉬함수 미분연산식을 이용하여 시스템의 출력값의 월쉬함수 계수벡터 만으로 구함으로써, 시스템의 입력과 측정된 출력값의 계수값 만으로 추정된 상태값과 미지입력값을 계산할 수 있는 방법을 제안한다. 또한 대수적 계산과정에서 고속월쉬변환을 사용하여 보다 간략한 계산을 수행할 것이다.

2. 월쉬함수 미분연산식 유도 및 고속월쉬변환

2.1 월쉬함수 미분연산식

월쉬함수는 시구간 $0 \le t < 1$에서 정의되며 함수의 시구간에 따라 time scaling을 필요로 한다. 임의의 함수 $f(t)$를 $0 \le t < 1$의 시구간으로 time-scaling한 후 월쉬함수 유한급수전개를 적용하면 다음과 같다.

$$f(t) = \sum_{i=0}^{m-1} c_i\ \phi_i(t) \tag{2-1}$$

여기서 c_i는 i번째 월쉬함수의 계수벡터를 나타내며 이는 평균자승오차를 최소로 하는 조건으로 식(2-2)와 같이 구해진다.

$$c_i = \int_0^1 \phi_i(t) f(t)dt \qquad 단, i = 0, 1, \cdots m-1 \tag{2-2}$$

또한 월쉬함수의 적분 역시 월쉬함수로 재 표현 가능하며 이를 월쉬함수의 적분연산행렬이라 하고 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\int_0^1 \boldsymbol{\Phi}_m(t)\,dt = \boldsymbol{P}_m \cdot \boldsymbol{\Phi}_m \tag{2-3}$$

$$단,\ \boldsymbol{P}_1 = \frac{1}{2},\quad \boldsymbol{P}_m = \left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{P}_{\frac{m}{2}} & -\frac{1}{2m}\cdot \boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}} \\ \hline \frac{1}{2m}\cdot \boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}} & \boldsymbol{0}_{\frac{m}{2}} \end{array}\right]$$

임의의 함수 $f(t)$가 시구간 $0 \le t < 1$ 에서 적분 가능하다고 할 때 함수에 대한 미분은 월쉬함수를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{f}(t) \simeq \sum_{i=0}^{m-1} \overline{\boldsymbol{F}}_i \phi_i(t) \tag{2-4}$$

또한 미분값에 대한 적분식을 나타내는 일반적인 (2-5)식의 양변을 월쉬함수로 급수전개하면 식(2-6), (2-7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_0^t \dot{f}(\tau)\,d\tau = f(t) - f(0) \tag{2-5}$$

$$\sum_{i=0}^{m-1} \overline{\boldsymbol{F}}_i \int_0^t \boldsymbol{\phi}_i(\tau)\,d\tau = \sum_{i=0}^{m-1} \boldsymbol{F}_i\ \boldsymbol{\phi}_i(t) - \sum_{i=0}^{m-1} \boldsymbol{G}_i\ \boldsymbol{\phi}_i(t) \tag{2-6}$$

$$f(0) \simeq \sum_{i=0}^{m-1} \boldsymbol{G}_i\ \boldsymbol{\phi}_i(t), \quad 단\ f(0) = f_0,\ \boldsymbol{G} = [f_0\ 0\ \cdots\ 0] \tag{2-7}$$

식(2-6)의 양변에 있는 월쉬벡터 $\boldsymbol{\Phi}(t)$를 소거하여 미분값에 대한 월쉬계수행렬인 $\overline{\boldsymbol{F}}$에 대하여 정리하면 식(2-8)과 같다.

$$\overline{\boldsymbol{F}} = (\boldsymbol{F} - \boldsymbol{G})\boldsymbol{P}^{-1} \tag{2-8}$$

행렬 $\boldsymbol{V}_1$과 $\boldsymbol{V}_2$를 다음과 같이 정의하고 $\boldsymbol{P}^{-1}$를 $\boldsymbol{V}$라고 표현하자.

$$\boldsymbol{V}_1 = [\ 2\ ],\quad \boldsymbol{V}_2 \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 8 \end{bmatrix} \tag{2-9}$$

식(2-9)에서 정의한 $\boldsymbol{V}_1$과 $\boldsymbol{V}_2$는 $\boldsymbol{V}_m$의 기본적인 구성행렬이 되며 식(2-10)으로 나타나는 관계를 이용하여 미분에 대한 연산행렬 $\boldsymbol{V}_m$을 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{V}_m = \left[\begin{array}{c|cc|c} \boldsymbol{0}_{\frac{m}{2}} & \multicolumn{3}{c}{2^{(n-1)}\cdot \boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}}} \\ \hline & \ddots & -2^{(n-3)}\cdot \boldsymbol{I}_{\frac{m}{8}} & \\ -2^{(n-1)}\cdot \boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}} & 2^{(n-3)}\cdot \boldsymbol{I}_{\frac{m}{8}} & \boldsymbol{0}_{\frac{m}{8}} & -2^{(n-2)}\cdot \boldsymbol{I}_{\frac{m}{4}} \\ \cline{2-4} & \multicolumn{2}{c|}{2^{(n-2)}\cdot \boldsymbol{I}_{\frac{m}{4}}} & \boldsymbol{0}_{\frac{m}{4}} \end{array}\right] \tag{2-10}$$

식(2-9)~(2-10)은 월쉬함수의 적용에 있어 새롭게 제시되는 미분연산행렬이다.

2.1 고속월쉬변환[7]

고속월쉬변환은 이산월쉬변환을 보다 신속하게 처리하기 위해 사용되며 다음의 과정을 따른다.

[1] 월쉬함수 m항 전개를 이용하는 경우 고속월쉬변환은 $\log_2 m$개의 단으로 나눈다.

[2] 최초의 단($p=0$)에 $\overline{x}_i$를 비트 자리바꿈(bit-reverse)하여 증가순서대로 재배열하고 p번째 단과 $p-1$번째 단과의 관계는 다음과 같다.

$$x^{p}_{(h)} = x^{p-1}_{(h)} + x^{p-1}_{(j+h)} \quad (2\text{-}11)$$

$$x^{p}_{(j+h)} = x^{p-1}_{(h)} - x^{p-1}_{(j+h)} \quad (2\text{-}12)$$

단, $j = m/2^{p}$, $h = l + k\times 2^{v}$, $k = 0, 1, \cdots, 2^{p-1}-1$,

$l = 0, 1, \cdots, j-1$, $v = \log_2(j+1)$

[3] 고속월쉬변환과 역변환은 똑같은 과정에 의해 이루어지며 고속월쉬변환의 경우에는 식(2-11), (2-12)의 계산 결과에 $1/m$을 곱하면 된다.

3. 고속월쉬변환과 월쉬함수 미분연산식을 이용한 미지입력 관측기 설계

3.1 유사변환법[5]

다음과 같이 미지입력이 포함된 선형 동적 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dd(t) \quad (3\text{-}1.a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3\text{-}1.b)$$

여기서, $x\in\mathcal{R}^{n}$, $u\in\mathcal{R}^{p}$, $y\in\mathcal{R}^{m}$, $d\in\mathcal{R}^{q}$ 이고, 각각 시스템 상태, 입력, 출력과 미지입력을 나타낸다. 이제, $\rho(C) = m$, $\rho(D) = q$ 이고 $m\geq q$ 이라고 가정하면, $T_1^{-1}D = \begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix}$를 만족하는 정칙행렬 T_1을 정의할 수 있으며 식(3-1)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}^{*}_1(t) = A^{*}_{11}x^{*}_1(t) + A^{*}_{12}x^{*}_2(t) + B^{*}_1 u(t) \quad (3\text{-}2.a)$$

$$\dot{x}^{*}_2(t) = A^{*}_{21}x^{*}_1 + A^{*}_{22}x^{*}_2(t) + B^{*}_2 u(t) + d(t) \quad (3\text{-}2.b)$$

$$y(t) = C^{*}_1 x^{*}_1(t) + C^{*}_2 x^{*}_2(t) \quad (3\text{-}2.c)$$

여기서, $x = T_1 x^{*} = T_1\begin{bmatrix} x^{*}_1 \\ x^{*}_2 \end{bmatrix}$, $x^{*}_1\in\mathcal{R}^{(n-q)}$, $x^{*}_2\in\mathcal{R}^{q}$ 이고,

$T_1^{-1}A\,T_1 = \begin{bmatrix} A^{*}_{11} & A^{*}_{12} \\ A^{*}_{21} & A^{*}_{22} \end{bmatrix}$, $T_1^{-1}B = \begin{bmatrix} B^{*}_1 \\ B^{*}_2 \end{bmatrix}$, $CT_1 = [\ C^{*}_1\ C^{*}_2]$이다.

식(3-2.b)로부터 새로운 변수 $z(t)\in\mathcal{R}^{q}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$z(t) = A^{*}_{21}x^{*}_1(t) \quad (3\text{-}3.a)$$

$$z(t) \triangleq \dot{x}^{*}_2(t) - B^{*}_2 u(t) - d(t) - A^{*}_{22}x_2(t) \quad (3\text{-}3.b)$$

계속해서 식(3-2),(3-3)으로부터 다음의 식(3-4)를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} C^{*}_1 & C^{*}_2 & \vdots & -I_m & 0 \\ A^{*}_{21} & 0 & \vdots & 0 & -I_q \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x^{*}(t) \\ y^{*}(t) \end{bmatrix} = 0 \quad 단,\ y^{*}(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (3\text{-}4)$$

식(3-4)에서 좌변행렬의 계수(rank)가 전열계수(full row rank) $m+q$ 를 항상 만족하므로, 식(3-5)의 관계를 만족하는 정칙변환 행렬 $T_2\in\mathcal{R}^{(m+q)\times(m+q)}$ 를 결정할 수 있다.

$$T_2\cdot\begin{bmatrix} C^{*}_1 & C^{*}_2 & \vdots & -I_m & 0 \\ A^{*}_{21} & 0 & \vdots & 0 & -I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \vdots & N_1 & N_2 \\ M_2 & I_q & \vdots & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \quad (3\text{-}5)$$

이제 식(3-5)를 만족하는 변환행렬 T_2를 식(3-4)의 양변에 곱하여 정리하면 식(3-6),(3-7)을 구할 수 있다.

$$(\ M_1 + N_2 A^{*}_{21})\,x^{*}_1(t) + N_1\,y(t) = 0 \quad (3\text{-}6)$$

$$x^{*}_2(t) = -(\ M_2 + N_4 A^{*}_{21})\,x^{*}_1(t) - N_3\,y(t) \quad (3\text{-}7)$$

식(3-7)에서 구한 $x^{*}_2(t)$ 를 식(3-2a)에 대입하고 식(3-6)에서 $\tilde{y}(t) \triangleq -N_1\,y(t)$ 라 하면, 식(3-8)과 같이 상태 $x^{*}_1(t)$ 만으로 이루어진 (n-q)차의 새로운 동적 방정식을 유도할 수 있다.

$$\dot{x}^{*}_1(t) = A^{o}x^{*}_1(t) + B^{*}_1 u(t) - A^{*}_{12}N_3\,y(t) \quad (3\text{-}8.a)$$

$$\tilde{y}(t) = (\ M_1 + N_2 A^{*}_{21})\,x^{*}_1(t) \quad (3\text{-}8.b)$$

단, $A^{o} = [\ A^{*}_{11} - A^{*}_{12}M_2 - A^{*}_{12}N_4 A^{*}_{21}]$

<정리>

식(3-1)로 표현된 동적 시스템이 가관측하면 변형된 동적 시스템 식(3-8)은 가관측하다.

즉 $\rho\begin{bmatrix} -sI_n + A \\ C \end{bmatrix} = n$ 을 만족하면, $\rho\begin{bmatrix} -sI_n + A^{o} \\ M_1 \end{bmatrix} = n-q$ 이다.

$\forall s\in\mathrm{C}$, $Re(s)\geq 0$

3.2 대수적 미지입력관측기 설계

식(3-8)에 대한 Luenberger 관측기는 다음과 같다

$$\dot{w}(t) = A^{o}w(t) + B^{*}_1 u(t) - A^{*}_{12}N_3\,y(t) + L\big(\ \tilde{y}(t) - (\ M_1 + N_2 A^{*}_{21})\,w(t)\big) \quad (3\text{-}9)$$

오차함수를 식(3-10)과 같이 정의하자.

$$e(t) = w(t) - x^{*}_1(t) \quad (3\text{-}10)$$

식(3-8)과 식(3-9)를 이용하여 다음의 식(3-11)을 구할 수 있다.

$$\dot{e}(t) = \dot{w}(t) - \dot{x}^{*}_1(t) = [\ A^{o} - L(\ M_1 + N_2 A^{*}_{21})]\,e(t) \quad (3\text{-}11)$$

여기서, L은 $[\ A^{o} - L(\ M_1 + N_2 A^{*}_{21})]$의 고유값이 음의 값을 갖도록 하는 관측기·이득 행렬이다. 식(3-9)를 $\tilde{y}(t) = -N_1\,y(t)$의 관계를 이용하여 표현하면 식(3-12)와 같다.

$$\dot{w}(t) = F\,w(t) + G\,u(t) + H\,y(t) \quad (3\text{-}12)$$

단, $F = [\ A^{o} - L(\ M_1 + N_2 A^{*}_{21})]$, $G = B^{*}_1$, $H = -(\ A^{*}_{12}N_3\ L\ N_1)$

식(3-12)에서 w를 고속월쉬변환을 이용하여 구하여 보자. 식(3-12)를 적분하면 다음과 같다.

$$w(t) = w_0 + F\int_0^t w(\tau)d\tau + G\int_0^t u(\tau)d\tau + H\int_0^t y(\tau)d\tau \quad (3\text{-}13)$$

식(3-12)의 최초의 해를 $w^{0}(t) = w_0$ 으로 가정하고 식(3-13)에 대입하면 다음과 같고

$$w^{1}(t) = w_0 + F\int_0^t w^{0}(\tau)d\tau + G\int_0^t u(\tau)d\tau + H\int_0^t y(\tau)d\tau \quad (3\text{-}14)$$

반복 적용할 때 k번째 결과는 다음과 같다.

$$w^{k}(t) = w_0 + F\int_0^t w^{k-1}(\tau)d\tau + G\int_0^t u(\tau)d\tau + H\int_0^t y(\tau)d\tau$$

(3-15)

단 $k = 1, 2, 3, \cdots$

식(3-12)의 방정식이 Lipschitz조건을 만족한다면 Picard에 의한 식(3-15)의 반복연산에 의해 다음을 만족하는

$$e(t) = \lim_{k\to\infty}\|\ w^{k}(t) - w^{k-1}(t)\ \| = 0 \quad (3\text{-}16)$$

식(3-12)의 방정식의 해가 존재한다[6].

$w^{k-1}(t)$를 알고 있다고 할 때, 구간 $[0, T)$에서 월쉬함수를 적용하여 식(3-15)의 해를 구하는 문제를 고려한다. 식(3-15)에서 나타나는 각각의 벡터들을 월쉬함수로 나타내어 표현하면 다음과 같다.

$$W^{k}\phi(t) = W_0\,\phi(t) + F\ W^{k-1}\int_0^t \phi(\tau)d\tau + G\ U\int_0^t \phi(\tau)d\tau + H\ Y\int_0^t \phi(\tau)d\tau \quad (3\text{-}17)$$

식(3-17)의 양변에 적분연산행렬을 도입하고 양변의 월쉬벡터를 소거하면 다음과 같고

$$W^{k} = W_0 + F\ W^{k-1}P + G\ U\,P + H\ Y\,P \quad (3\text{-}18)$$

이 대수방정식으로부터 월쉬계수행렬인 W^{k}를 구할 수 있으며 이를 고속월쉬역변환하면 $w^{k}(t)$를 구할 수 있으며 전 단계에서 구한 $w^{k-1}(t)$와 비교하여 식(3-16)을 만족하는 $w^{k}(t)$가 식(3-12)의 해가된다.

다음으로 식(3-7)으로부터 식(3-1)로 주어진 시스템의 추정 상태는 식(3-19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{x}(t) = T_1\cdot\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{m-1} W_i\,\phi_i(t) \\ -(\ M_2 + N_4 A^{*}_{21})\sum_{i=0}^{m-1} W_i\,\phi_i(t) - N_3\sum_{i=0}^{m-1} Y_i\,\phi_i(t) \end{bmatrix} \quad (3\text{-}19)$$

식(3-19)의 $\zeta(t) \simeq \sum_{i=0}^{m-1} W_i\,\phi_i(t)$라 두고 식(3-2b)에서 미지입력값에 대한 추정 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} d(t) = & -(\ M_2 + N_4 A^{*}_{21})\,\dot{\zeta}(t) - N_3\,\dot{y}(t) \\ & -(\ A^{*}_{21} - A^{*}_{22}(\ M_2 + N_4 A^{*}_{21}))\,\zeta(t) \\ & + A^{*}_{22}N_3\,y(t) - B^{*}_2\,u(t) \end{aligned} \quad (3\text{-}20)$$

식(3-20)을 월쉬함수 전개를 이용하여 전개하고 시스템 출력

에 대한 미분치가 존재하므로 식(2-8)에서 제시한 월쉬함수 미분연산행렬을 도입하면 다음과 같다.

$$\hat{d}(t) = -(M_2 + N_4 A_{21}^*)\sum_{i=0}^{m-1} \overline{W}_i \phi_i(t) - N_3 \sum_{i=0}^{m-1} \overline{Y}_i \phi_i(t) - (A_{21}^* - A_{22}^*(M_2 + N_4 A_{21}^*))\sum_{i=0}^{m-1} W_i \phi_i(t) + A_{22}^* N_3 \sum_{i=0}^{m-1} Y_i \phi_i(t) - B_2^* \sum_{i=0}^{m-1} U_i \phi_i(t) \quad (3\text{-}21)$$

단, $\overline{Y} = (Y - Y_0)V$, $Y_0 = [\ y_0\ 0\ \cdots\ 0\ ]$

또한 식(3-21)에 식(3-12)의 관계를 도입하여 정리하면 다음의 대수방정식으로부터 미지입력을 구할 수 있다.

$$\hat{d}(t) = Q\sum_{i=0}^{m-1} W_i \phi_i(t) + R\sum_{i=0}^{m-1} Y_i \phi_i(t) + S\sum_{i=0}^{m-1} U_i \phi_i(t) - N_3 \sum_{i=0}^{m-1} \overline{Y}_i \phi_i(t) \quad (3\text{-}22)$$

단, $Q = [-(M_2 + N_4 A_{21}^*)F - A_{21}^* + A_{22}^*(M_2 + N_4 A_{21}^*)]$,
$R = -[(M_2 + N_4 A_{21}^*)H - A_{22}^* N_3]$, $S = -[(M_2 + N_4 A_{21}^*)G + B_2^*]$

4. 적용예

이제, 앞에서 유도된 관측기 방정식과 미지입력 추정식의 월쉬함수 전개식을 다음의 예제를 통하여 풀어보겠다. 식(4-1)과 같이 2개의 미지입력을 갖는 선형 시불변 시스템[4,5]을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d(t) \quad (4\text{-}1.a)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (4\text{-}1.b)$$

$$x(t_0) = [-1\ \ -1\ \ 1]^T \quad (4\text{-}1.c)$$

식(3-2)의 형태를 취하기 위해 좌표변환행렬 T_1 을 선택하고, 식(3-5)의 관계를 만족하는 좌표변환 행렬 T_2 를 선택하면 다음과 같다.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\quad T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4\text{-}2)$$

관측기 이득 값을 $L = [\ 1\ \ 1\ ]$ 으로 임의 선택하였으며 이 때, 관측기의 극점은 -4로 안정하게 결정되었음을 알 수 있다.

$$\dot{\zeta}(t) = -4\zeta(t) - 3y_2(t) \quad (4\text{-}3)$$

이제 추정된 상태를 이용하여 미지입력값에 대한 추정 방정식을 유도하면, 식(4-4)와 같다.

$$\hat{d}(t) = \dot{y}_2(t) + \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} y_2(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \zeta_1(t) \quad (4\text{-}4)$$

미지입력값을 $d = [\ 5\ \ 3\ ]^T$ 라고 가정하고, 말단시간을 $t_f = 5$ sec. 로 하고, 월쉬함수 전개항수를 $m = 256$ 으로 선택하여 MATLAB ver5.3을 이용하여 시뮬레이션 하였다.

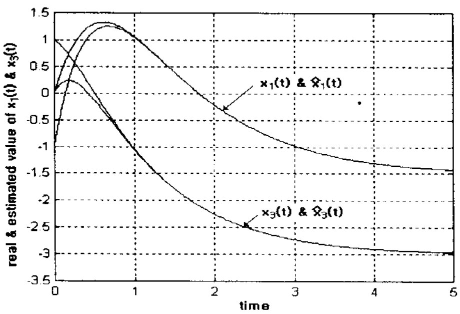

그림 1. x(t)에 대한 실 상태와 추정상태

그림 1에서는 제안된 관측기 방정식을 월쉬함수 전개와 제안된 월쉬함수 미분연산식을 이용하여 해를 구한 뒤 관측기를 통하여 추정된 상태값인 $x_1(t)$, $x_3(t)$를 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 상태 $x_1(t)$, $x_3(t)$가 초기값의 오차를 극복하고 실제 상태에 수렴함을 알 수 있다.

그림 2에서는 시스템의 출력부에 측정잡음이 존재할 경우 제안된 월쉬함수 미분 연산식을 이용하여 미지입력값을 추정한 경우를 나타내었다.

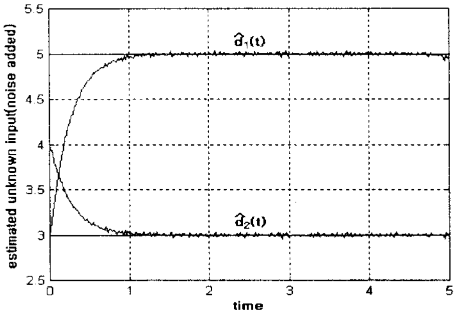

그림 2. 제안된 방법에 의하여 추정된 미지입력값

4. 결 론

본 논문에서는 월쉬함수 미분연산식을 새롭게 제시하였고 고속 월쉬변환과 미분연산식을 이용하여 미지입력을 포함한 선형 시스템의 관측기 설계에 대하여 제시하였다. 또한 제안된 관측기를 통하여 추정된 상태들의 월쉬함수 계수 벡터만으로 미지입력값을 추정할 수 있음을 예제를 통해 검증해 보았다. 또한 적용예에서 알 수 있듯이 제안된 월쉬함수 미분 연산식을 이용하여 미지입력값을 추정한 경우에는 미분연산을 대수적 알고리즘에 의해 수행함으로서 추정된 미지입력값이 실제의 미지입력과 측정부 잡음이 더해진 값으로 나타나는 것을 알 수 있다. 따라서, 실제의 시스템의 경우도 제안된 월쉬함수 미분 연산식을 이용해 미지입력값을 추정할 경우 추가의 미분기가 필요 없이 단순한 연산으로써 추정할 수 있음을 알 수 있다.

[참 고 문 헌]

[1] BHATTACHARYYA, S. P., "Observer design for systems with unknown inputs", IEEE Trans. Cont., vol. 23, pp. 483-484, 1978.
[2] GUAN, Y., and SAIF, M., "A novel approach to the de unknown input observer", IEEE Trans. Auto. Cont., vol. 632- 635, 1991.
[3] HOU, M., and MÜLLER, P. C., "Design of observers fo systems with unknown inputs", IEEE Trans. Auto. Con 37, pp. 871-875, 1992.
[4] AHN, P., LEE, M. K., and AHN, D. S., "UIO design f time invariant systems via STWS", Trans. of KIEE vo pp. 128-132, 1997.
[5] AHN, P., KIM, M. H., and AHN, D. S., "A novel app unknown input observer design via block pulse fun differential operation", Proc. of IFAC World Congress, D, 255-260, 1999
[6] Ronald R. Mohler, *Nonlinear Systems*, vol. 1, Prent 1991
[7] 안두수, *WALSH함수와 시스템 제어*, 복두출판사, 2000