

H_2/H_∞ 혼합 제어 기법을 이용한 헬리콥터의 정지 비행 자세 제어에 관한 연구

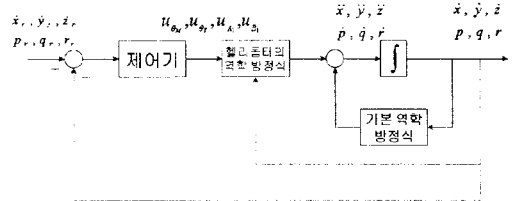
이 명옥*, 고 강웅**, 민 덕기**, 박 기현**
 *삼성 SDI, **성균관 대학교

The hovering Flight Attitude Control of a Helicopter using Mixed H_2/H_∞ Control Techniques

Myungwook Lee, Kangwoong Ko, Deukgi Min, Kiheon Park
 *Samsung SDI, **Sung-Kyun-Kwan Univ.

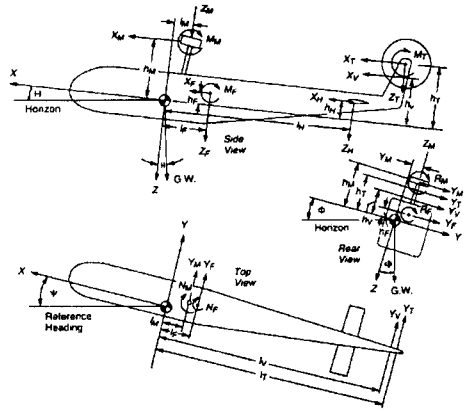
Abstract - A helicopter control problem has been researched with many control theory. Especially, study of the hovering flight attitude control of a helicopter has been brisked since 60s with multivariable control theory. In this paper, the modeling is interpreted through the 6-freedom equation. To getting a entire equation, species of parameters and charts are adapted. The H_2/H_∞ controller is acquired by mixing the H_2 control theory and the H_∞ control theory. The H_2 control theory is reasonable one to increase the performance of a plant, and the H_∞ control theory secures the robust stability. The simulation shows that the helicopter system is being controlled while maintaining performance and robust stability against perturbation.

모멘트의 식으로 나타낸다. 이렇게 표현된 비행 방정식은 기본적으로 6자유도 운동으로 각 방향에 작용하는 힘을 성분별로 정리함으로써 얻어지며 이 식에 정지 비행시 작용하는 요소들을 대입하여 얻어진 정지 비행식에 추력과 반토크 등을 대입하여 비선형 시뮬레이션을 시행한다. 이러한 시스템의 전체 시스템 블록도를 (그림 2.1)에 나타내었다.



[그림 2.1] 전체 시스템의 블록선도

2.1.1 헬리콥터의 수학적 모델링



[그림 2.2] 평형상태에서 헬리콥터에 작용하는 힘과 모멘트

1. 서 론

헬리콥터는 고정익 항공기에 비해 수직 이착륙, 정지비행, 전후좌우 비행 등의 다양한 비행이 가능하다는 장점 때문에 많은 분야에 있어서 매우 중요한 교통수단이 되고 있다. 헬리콥터는 정지 비행이 가능한 특유의 장점으로 인해 인명구조, 화재 진화, 물자 수송 등 그 활동 영역이 다양하고 앞으로도 더욱 확대되리라 예상된다. 위험도가 높은 작업이나 장시간 비행이 요구되는 작업 등에서 유인 헬리콥터에 비해 무인 헬리콥터는 많은 장점들을 가지고 있다. 이러한 무인 헬리콥터 개발 과정에서 자동조종장치의 개발은 필수적이며 그 중에서도 헬리콥터의 정지 비행 자세 제어는 선행되어야 할 과제이다.

헬리콥터는 그 동역학 방정식이 복잡하고 여러개의 제어 입력과 출력을 갖는 다변수(MIMO)시스템이며, 전진과 측면 운동이 서로 간섭하는 커플링 시스템이다. 이러한 복잡한 헬리콥터의 자세를 제어하기 위해 본 논문에서는 선형 다변수 제어 이론에서 피드백 제어계의 성능을 최적화시키는 제어기를 설계하는 H_2 설계기법과 모델의 불확실성을 고려하는 강인성을 보장하는 H_∞ 제어 이론을 혼합한 H_2/H_∞ 혼합 제어 기법을 이용해 헬리콥터의 정지 비행 제어기를 설계하는 방법을 제시하고자 한다.

2. 본 론

2.1 전체 시스템 구성과 헬리콥터의 운동 방정식

헬리콥터의 모델링시 필요한 추력(thrust)과 반토크(anti-torque)를 구하기 위하여 깃 요소 이론을 적용하여 헬리콥터의 일반적인 형태의 동역학 방정식을 힘과

동체(fuselage)에 대해 각각 작용하는 힘과 모멘트를 표시하면 (그림 2.2)와 같다. 그리고 각 힘과 모멘트에 대해 6차의 등가 방정식을 나타내면 다음과 같다.

Longitudinal force:
 $X_M + X_T + X_H + X_V + X_F = mgsin\theta + m(\ddot{x} - \dot{y}r + \dot{z}q)$

Lateral force:
 $Y_M + Y_T + Y_V + Y_F = -mgsin\phi + m(\ddot{y} + \dot{x}r - \dot{z}p)$

Vertical force:
 $Z_M + Z_T + Z_H + Z_V + Z_F = -mgcos\theta + m(\ddot{z} + \dot{x}q + \dot{y}p)$

Rolling moment:
 $R_M Y_M h_M + Z_M \Delta M + Y_T h_T + Y_V h_V + Y_F h_F + R_F$
 $= I_{xx} \dot{p} - qr(I_{yy} - I_{zz})$

Pitching moment:

$$M_M - X_M h_M + Z_M l_M + M_T - X_T h_T + Z_T l_T - X_H h_H + Z_H l_H - X_V h_V + M_F + Z_F l_F - X_F h_F = I_{yy} \dot{q} - p(I_{xx} - I_{zz})$$

Yawing moment:

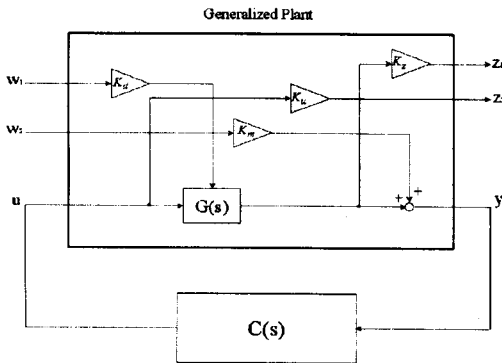
$$N_M - Y_M l_M - Y_T l_T - Y_V l_V + N_F - Y_F l_F = I_{zz} \dot{r} - pq(I_{xx} - I_{yy})$$

이렇게 표현된 6차의 등가 방정식에 대해 정지 비행시 평형 조건을 적용하면 다음과 같은 정지 비행에서의 비선형 운동 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -T_M \sin(a_{1,w} + i_M) / m - g \sin \theta + \ddot{y} r + \dot{z} p \\ \dot{y} &= (T_M \cos(b_{1,w}) + T_T) / m + g \sin \theta - \dot{x} r + \dot{z} p \\ \dot{z} &= \left\{ -T_M \cos(a_{1,w} + i_M) + T_M \left(\frac{D_V}{mg} \right)_H + T_M \left(\frac{D_V}{mg} \right)_F \right\} / m \\ &\quad + g \cos \theta + \dot{x} q - \dot{y} p \\ \dot{p} &= \frac{1}{I_{xx}} \left\{ \left(-\frac{dR}{db_{1,w}} \right) b_{1,w} + T_M \cos(b_{1,w}) h_M - T_M \cos(a_{1,w} + i_M) y_M \right. \\ &\quad \left. + T_T h_T + q r (I_{yy} - I_{zz}) \right\} \\ \dot{q} &= \frac{1}{I_{yy}} \left\{ \left(\frac{dM}{da_{1,w}} \right) + T_M \sin(i_M + a_{1,w}) h_M + Q_T - T_M \cos(i_M + a_{1,w}) l_M \right. \\ &\quad \left. + T_M \left(\frac{D_V}{mg} \right)_{H/H} + T_M \left(\frac{D_V}{mg} \right)_{F/F} + (I_{xx} - I_{zz}) p r \right\} \\ \dot{r} &= \frac{1}{I_{zz}} \left\{ (Q_M - l_T T_T) + (I_{xx} - I_{yy}) p q \right\} \end{aligned}$$

2.2 H_2/H_∞ 혼합 제어 이론

2.2.1 H_2 제어 이론



[그림 2.3] 일반적인 제어 시스템

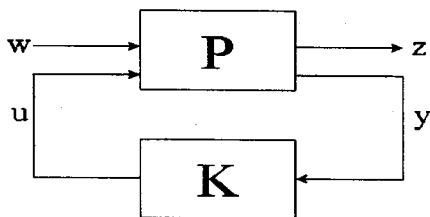
위 [그림 2.3]은 일반적인 제어 시스템을 나타낸 것이며 $G(s)$, $C(s)$ 는 각각 플랜트와 제어기를 나타낸 것이다. 여기서 K_u 와 K_z 는 각각 입력과 출력에 대한 가중치 행렬이고 K_d 와 K_m 은 외란과 측정 잡음에 대한 가중치 행렬이다. 본 논문에서는 각종 변수들과 입력들을 다음과 같이 지정하였다.

$$\text{조정변수: } z = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \theta \ p \ q \ r \ \theta_M \ \theta_T \ A_1 \ B_1]^T$$

$$\text{측정변수: } y = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \theta \ p \ q \ r]^T$$

$$\text{외부입력: } w = [d^T \ m^T]^T$$

$$\text{제어입력: } u = [\theta_M \ \theta_T \ A_1 \ B_1]^T$$



[그림 2.4] 일반적인 H_2 의 GP모델

위 (그림 2.4)는 일반적인 H_2 의 GP모델을 나타낸다. 여기서 P 는 다음과 같이 분할된다.

$$P = \begin{bmatrix} P_{zw} & P_{zu} \\ P_{yw} & P_{yu} \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} z &= P_{zw}w + P_{zu}u \\ y &= P_{yw}w + P_{yu}u \end{aligned}$$

H_2 제어의 목적은 출력 z 의 2-노름, 즉 에너지를 최소화하는 안정화 제어기 K 를 설계하는 것이다. 이것은 다음과 같이 표현할 수 있다. α 는 w 에서 z 까지의 전달 함수 T_{zw} 의 최소 H_2 노름을 의미한다.

$$\begin{aligned} \alpha &= \inf_{K(s) \text{ Stabilizing}} \|z\|_2 \\ &= \inf_{K(s) \text{ Stabilizing}} \|T_{zw}\|_2 \\ &\equiv \inf_{K(s) \text{ Stabilizing}} \|P_{zw} + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yw}\|_2 \end{aligned}$$

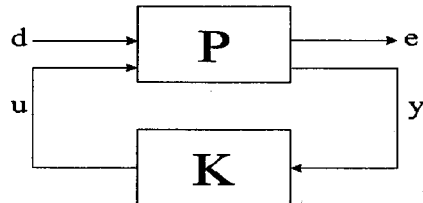
여기서 상태공간 모델은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_w w + B_u u \\ z &= C_z x + D_{zw} w + D_{zu} u \\ y &= C_y x + D_{yw} w + D_{yu} u \end{aligned}$$

그리고 위와 같이 상태공간 모델을 표현하기 위해서는 다음과 같은 가정이 필요하며, 전체 시스템을 안정화 시킬 수 있는 제어기는 Youla제어기를 사용함으로써 얻어질 수 있다.

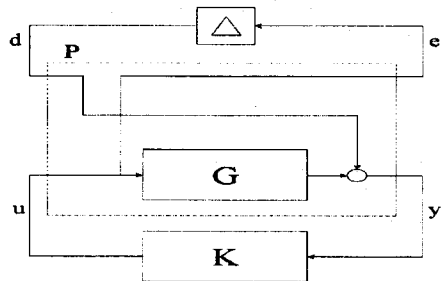
- (i) $D_{zw} = 0$
- (ii) $D_{yu} = 0$
- (iii) (A, B_u) stabilizable, (C_y, A) detectable
- (iv) $D_{zu}^T D_{zu} = I$, $D_{yw} D_{yw}^T = I$
- (v) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_u \\ C_z & D_{zu} \end{bmatrix}$ 는 모든 ω 에 대해 전연계수를 갖는다.
- (vi) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_w \\ C_y & D_{yw} \end{bmatrix}$ 는 모든 ω 에 대해 전행계수를 갖는다.

2.2.2 H_∞ 제어 이론



[그림 2.5] 일반적인 H_∞ 의 GP모델

위 [그림 2.5]는 일반적인 H_∞ 의 GP모델을 나타낸 것이다. 여기서 d 는 $\|d\|_\infty \leq 1$ 인 제한된 에너지를 가지는 외부 입력이고 e 는 조정 변수에 해당된다. 본 논문에서는 덧셈형 섭동항을 사용하여 플랜트에 불확실성을 첨가하기로 한다. 다시 말해 [그림 2.6]처럼 플랜트 $P(s)$ 에 덧셈형으로 Δ 항을 첨가, 수정된 섭동 플랜트인 $P(s) + \Delta$ 에 대한 안정화 제어기를 설계하고자 한다.



[그림 2.6] 덧셈형 섭동항이 포함된 H_∞ 의 표준 모델

[그림2.6]은 덧셈형 섭동항을 첨가한 H_∞ 표준 모델이다. [그림2.6]에서 섭동항이 포함된 전체 플랜트를 P 라 놓았을 때 $\|d\|_\infty < 1$ 인 입력에 대해 제어기 K 는 일단 공칭 플랜트, 즉 Δ 부분이 0인 플랜트를 안정화 시켜야 하고 또 $\|w_2 K(I+GK)^{-1} w_1\|_\infty \leq 1$ 을 만족해야 한다. 여기서 w_1 과 w_2 는 각각 섭동항의 앞과 뒤에 들어가는 가중치 행렬을 의미한다. [그림2.5]에서 전체 플랜트 P 는 다음과 같이 분할 가능하다.

$$P = \begin{bmatrix} P_{ed} & P_{eu} \\ P_{yd} & P_{yu} \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} e &= P_{ed}d + P_{eu}u \\ y &= P_{yd}d + P_{yu}u \end{aligned}$$

H_∞ 제어의 목적은 제한된 에너지값을 가지는 입력에 대해 출력 e 의 ∞ -노름, 즉 최대 에너지를 최소화 시키는 안정화 제어기 K 를 설계하는 것이다. 이것은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} K \text{ Stabilizing } \|d\|_2^{\sup} &\leq 1 \|e\|_2 \\ &= \inf_{K \text{ Stabilizing}} \|T_{ed}\|_\infty \\ &= \inf_{K \text{ Stabilizing}} \|P_{ed} + P_{eu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yd}\|_\infty \end{aligned}$$

그리고 상태공간 모델은 다음과 같이 주어진다.

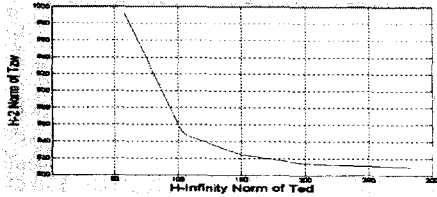
$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_d d + B_u u \\ e &= C_e x + D_{ed} d + D_{eu} u \\ y &= C_y x + D_{yd} d + D_{yu} u \end{aligned}$$

여기서 다음과 같은 가정이 필요하다.

- (i) $D_{ed} = 0$
- (ii) $D_{yu} = 0$
- (iii) (A, B_u) stabilizable, (C_y, A) detectable
- (iv) $D_{eu}^T D_{eu} = I$, $D_{yd} D_{yd}^T = I$
- (v) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_u \\ C_e & D_{eu} \end{bmatrix}$ 는 모든 ω 에 대해 전연계수를 갖는다.
- (vi) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_u \\ C_y & D_{yd} \end{bmatrix}$ 는 모든 ω 에 대해 전행계수를 갖는다.

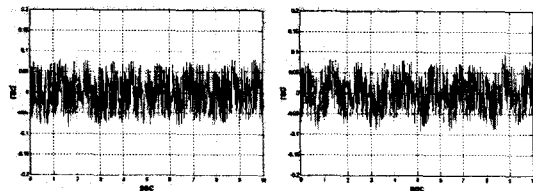
2.2.3 H_2/H_∞ 제어 출력 응답

[그림2.7]은 H_2/H_∞ 를 설계하기 위해 H_2 노름 값과 H_∞ 노름 값의 상관관계에 대해 나타낸 것이다. [그림2.7]에서 $\alpha = 8.097e+2$, $\gamma = 5.4257e-1$, $\bar{\gamma} = 285.7$ 로 측정되었다. 여기서 $\gamma = 103$, $\Delta = 4.16$ 을 선택하였다.



[그림2.7] H_2 -노름값과 H_∞ -노름값의 상관관계

그리고 다음의 6개의 그림은 시뮬레이션 결과이다.

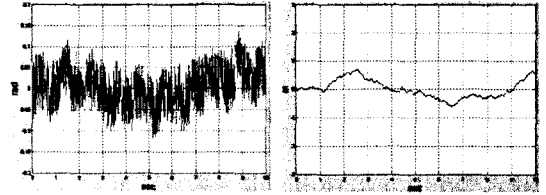


[그림2.8] Roll각도에 대한 출력응답

[그림2.9] Pitch각도에 대한 출력응답

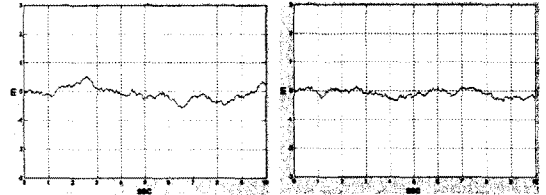
여기서 [그림2.8, 2.9, 2.10]은 Roll, Pitch, Yaw에 대

한 출력 파형이다. 단위는 rad이며 10초 동안 시뮬레이션하였다. 또한 [그림 2.11, 2.12, 2.13]은 X, Y, Z 방향에 대한 각각의 출력파형이다. 이것의 단위는 m이며 역시 10초 동안 시뮬레이션하였다.



[그림2.10] Yaw각도에 대한 출력응답

[그림2.11] X방향에 대한 출력응답



[그림2.12] Y방향에 대한 출력응답

[그림2.13] Z방향에 대한 출력응답

3. 결론

본 논문에서는 헬리콥터의 정지 비행 자세 제어를 위한 H_2/H_∞ 제어기를 사용하였다. H_2/H_∞ 제어이론은 비교적 최근에 제시된 이론으로서 특히 성능과 강인성 중에서 제어기 설계자가 중점을 두고자 하는 부분을 선택할 수 있다는 것이 장점이다. 대상 헬리콥터는 메인 로터가 동체를 부양하는 양력을 발생하고 테일 로터가 반토크를 생성하는 가장 보편적인 형태를 선택하였다. 헬리콥터의 각 요소들에 대해 6자유도 운동 방정식을 작성하고 정지 비행 시의 평형 조건을 대입하여 비선형 정지 비행식을 구한 후 테일러 급수를 적용하여 선형화된 정지 비행식의 상태공간 모델을 구하였다. 구해진 상태공간 모델에 대상 헬리콥터의 각종 파라미터값들과 차트들을 이용, 실제 상태 방정식의 각 항을 계산하였다. 상태 공간 모델을 구할 때 X, Y, Z를 0으로 가정하는 3자유도 방정식 대신 6자유도 방정식을 그대로 적용하였다. H_2 제어기를 설계시 많은 시행착오를 거쳐 가중치값을 선정해야 하는 어려움이 있었는데, 각 축의 연관성에 대한 고찰이 더 필요하다고 생각된다. 본 연구의 다음 단계는 전진 비행과 이, 착륙이 가능한 진보된 형태의 자동 조종장치를 설계하는 것인데 각 모드별로 독립적인 제어 시스템을 운영하는 것이 효과적인 제어를 위해 필요한 것이다. 또한 강인성 보장을 위해 곱셈형 섭동항이나 구조적 섭동항을 이용하는 것도 앞으로 연구해야 할 부분이다.

[참고 문헌]

- [1] R.A. Hyde, "H ∞ Aerospace Control Design", Springer, 1995
- [2] D.C. Youla, H.A. Jabr, and J.J. Bongiorno "Modern Wiener-Hopf Design of Optimal Controllers, Part II: The Multivariable Case", IEEE Trans. AutoControl, AC-21, 319-338, 1976
- [3] 박기현, "H $_2/H_\infty$ 제어 기법을 이용한 전력계통 안정기 설계에 관한 연구", 기초전력공학 공동연구소, 1999
- [4] Gareth. D. Padfield, "Helicopter Flight Dynamics". Blackwell Science Ltd, 1996