

## 도립진자의 스윙-업 제어를 위한 적응형 소속함수를 갖는 퍼지제어기 설계

\*신자호, 홍대승, 유창완, 임화영  
광운대학교 제어계측공학과

## Design of the Fuzzy Controller with Adaptive Membership Function to Inverted Pendulum Swing-up Control

\*Shin Ja-Ho, Hong Dae-Seung, Ryu Chang-Wan, Yim Wha-Yeong  
Dep. of Control & Instrumentation Eng. Kwang Woon Univ

**Abstract** - Design of Fuzzy controller consists of intuition of human expert, and any other information about how to control system. If the rules adequately control the system, the design work is done well. If the rules are inadequate, the designer must modify the rules. Through this procedure, the system can be controlled. In this paper, we designed simply a fuzzy controller based on human knowledge, but it has errors showing some vibrations. So we updated the optimal parameters of fuzzy controller using Neural Network algorithm.

## 1. 서 론

퍼지 제어는 전문가의 지식을 바탕으로 제어 규칙을 언어적으로 쉽게 표현할 수 있으며, 외관에 대해 매우 강인한 특성을 가질 뿐만 아니라 제어 대상을 수학적으로 정확히 근사화 할 수 있는 경우 제어 대상의 입출력 관계만으로 퍼지 제어를 구함으로써 탁월한 성능을 발휘한다. 하지만 이들의 대부분은 제어대상의 입출력 관계로부터 제어 규칙을 찾아내고 이렇게 구해진 규칙으로부터 역으로 제어대상을 제어하고 있다. 즉 제어대상이 달라지면 이에 따른 제어규칙이나 소속함수까지 새롭게 결정해야만 한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 신경회로망을 이용한 뉴로-퍼지 제어기나 최적화 알고리즘으로 유전자 알고리즘을 이용하는 연구도 있다. 하지만 이들의 연구 내용을 보면 최적의 파라미터로의 수렴에는 장시간이 걸리는 단점이 있고 실제 시스템 적용에 어려움을 가지고 있다. 그러므로 비교적 정확하며 손쉽게 안정한 퍼지 제어기를 설계할 수 있는 방법이 요구된다. 상태 채환 이득을 구한 후 이를 각각의 규칙에 합당한 결론부 파라미터를 설정하는데 이용하였다. 이러한 연구는 좋은 성능을 얻는 반면 선형 요소를 이용하여 비선형 제어기를 설계하기 위해 시스템의 모델링으로부터 선형화 단계가 필요하게 되고 상태채환 이득을 설정시 안정한 극점에 위치하도록 하는 범위가 시스템에 따라 불분명하게 된다. 따라서 본 논문에서는 상태 채환 이득값을 신경회로망을 구성하여 시스템의 상태에 따라 적응성을 지니도록 설계하였다. 신경회로망의 학습은 역전파 학습 알고리즘을 이용하였다. 본 제어기를 이용하여 도립진자가 스스로 안정한 점에서 불안정한 점에 도립할 수 있도록 스윙-업 제어를 통해 본 제어기의 적응성과 우수함을 입증하고자 한다.

## 2. 본 론

## 2.1 퍼지 시스템

퍼지 제어기는 그림2와 같은 구조로 퍼지규칙(IF-THEN Rule)을 기반으로 하는 퍼지추론과 소속함수로 구성된

퍼지화와 비퍼지화의 구조를 가지고 있다.

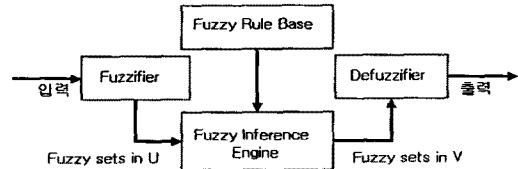


그림 1 퍼지 시스템

본 논문에서는 Singleton 퍼지화, Product 추론엔진 그리고 무게중심 비퍼지화를 사용하여 퍼지시스템을 구성하였다.

## 2.2 채환 이득을 이용한 퍼지제어기 설계

입력에 대한 소속함수로는 complete하고, normal하며, consistent한 삼각함수를 구간  $[\alpha_i, \beta_i]$ 에서 정의하였다. 예로서 간단한 2차계의 퍼지 시스템을 고려한다면  $i=1, 2$ 인 그림 2와 같이 퍼지 집합을 표현할 수 있다. 그러면, 각각의 상태의 소속정도를 나타내는 소속함수의 값은

$$\mu_{A_1^1}(x_i) = \mu_{A_1^1}(x_i; e_i^1, e_i^1, e_i^2) \quad (1)$$

$$\mu_{A_1^2}(x_i) = \mu_{A_1^2}(x_i; e_i^{j-1}, e_i^j, e_i^{j+1}) \quad (2)$$

여기서,  $j = 2, 3, \dots, N_i-1$

$$\mu_{A_1^N}(x_i) = \mu_{A_1^N}(x_i; e_i^{N-1}, e_i^N, e_i^{N+1}) \quad (3)$$

과 같이 정의된다. 위의 식 (1), (2), (3)는 상태의

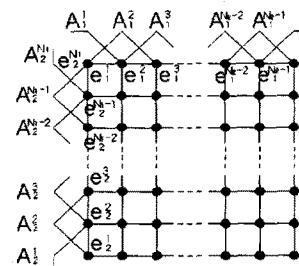


그림 2. 퍼지 집합의 예

입력에 대한 소속정도를 나타내는 소속함수 값들을 나타내며, 여기서  $e_i^j$ 는 함수들의 중심값이고, 다음의 조건을 만족한다.

$$e_i^1 < e_i^2 < \dots < e_i^{N_i} = \beta_i \quad (4)$$

위와 같이 정의한 소속함수에 대한  $M$  ( $M=N_1 \times N_2$ ) 개에 해당하는 퍼지규칙은 다음과 같은 구조를 갖는다.

$$Ru^{i_1 i_2} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^{i_1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^{i_2} \text{ THEN } y \text{ is } B^{i_1 i_2} \quad (5)$$

여기서,  $i_1 = 1, 2, \dots, N_1$ ,  $i_2 = 1, 2, \dots, N_2$ 이고, 퍼지집합  $B^{i_1 i_2}$ 를  $\bar{y}^{i_1 i_2}$ 라고 나타내면  $\bar{y}^{i_1 i_2}$ 와 입력측의 소속함수의 파라미터와의 관계는 다음과 같다.

$$\bar{y}^{i_1 i_2} = g(e_1^{i_1}, e_2^{i_2}) \quad (6)$$

예를 들어 위의 그림 2의 예라면  $M$  ( $M=N_1 \times N_2$ )개에 해당하는 점은 점에서 어렵한  $g(x)$ 와  $B^{i_1 i_2}$ 의 중심값은 동일한 것이다. 그림 2의 퍼지 제어기의 출력값은 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$f(x) = \frac{\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} \bar{y}^{i_1 i_2} (\mu_{A_1}^{i_1}(x_1) \mu_{A_2}^{i_2}(x_2))}{\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} (\mu_{A_1}^{i_1}(x_1) \mu_{A_2}^{i_2}(x_2))} \quad (7)$$

기준의 퍼지제어 설계기법에서는 시스템 전문가적 견지에서  $\bar{y}^{i_1 i_2}$ 를 결정하였고, 학습의 과정을 통하여 입력의 소속함수의 파라미터 뿐만 아니라  $\bar{y}^{i_1 i_2}$ 값을 오차를 줄이는 방향으로 변경하게 된다. 하지만 서론에 언급한 바와 같이 기준의 방법은 여러 가지의 어려운 점을 가지고 있다. 따라서 본 논문에서는 케환 이득들인  $k_i$ 를 이용하여 결론부에 해당하는 파라미터들  $M$ 개를 다음과 같은 방법으로 K의 값을 상태궤환 이득을 이용한 방법으로 설계식(8)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{y}^{i_1 i_2} &= g(e_1^{i_1}, e_2^{i_2}) \\ &= K [e_1^{i_1} \ e_2^{i_2}]^T = k_1 e_1^{i_1} + k_2 e_2^{i_2} \end{aligned} \quad (8)$$

퍼지 시스템의 결론부의 소속함수의 중심값을 결정짓는 일은 안정한 퍼지 시스템을 설계하는 가장 중요한 것 중 하나이다. 따라서 상태궤환 이득을 이용하여 퍼지제어기의 결론부 파라미터를 결정하는 방법을 착안하여 신경회로망으로 학습을 통해 시스템의 파라미터 변화에 적용할 수 있도록 설계하였다.

### 2.3 신경회로망을 이용한 케환이득 결정

본 연구에서 제안한 케환이득 결정을 위해 신경회로망을 이용하였다. 신경회로망 구성은 다층 신경회로망으로써 입력유닛은 2개, 히든유닛은 10개, 출력유닛은 2개로 구성되었으며 학습율은 0.1이고, 학습 알고리즘으로는 오차 역전파(Error Back Propagation)알고리즘을 사용했다. 신경망의 활성함수는 일반적으로 사용하는 시그모이드(Sigmoid)함수를 사용하여 신경망을 학습시켰다.

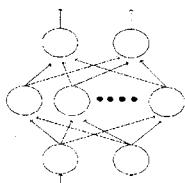


그림3 신경회로망 구성도

### 2.4 도립진자 시스템

제어기의 성능판단에 가장 많이 이용되는 비선형적인

플랜트인 도립진자에 본 논문에서 제안한 퍼지 제어기 설계방법을 다음과 같이 적용하였다.

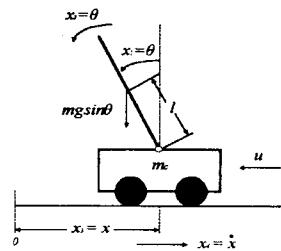


그림4 도립진자 시스템

다음은 각도와 각속도를 고려한 직선형 도립진자 시스템의 상태방정식이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 + \cos x_1 \left( \frac{-u - m l x_2^2 \sin x_1}{m_c + m} \right)}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)}, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{u + m l (x_2^2 \sin x_1 - \dot{x}_2 \cos x_1)}{m_c + m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &: \theta[\text{degree}] & x_2 &: \dot{\theta}[\text{degree/sec}] & x_3 &: x[\text{cm}] \\ x_4 &: x[\text{cm/sec}] & m &: 0.1 [\text{kg}] & g &: 9.81 [\text{m/sec}] \\ m_c &: 1 [\text{kg}] & l &: 0.3 [\text{m}] \end{aligned}$$

여기서  $x_1$ 은 진자의 각도,  $x_2$ 는 진자의 각속도,  $y_1$ 는 cart의 기준으로부터의 위치,  $y_2$ 는 cart의 속도를 나타내는 상태변수이다. 진자의 각도와 위치를 제어하기 위한 제어 구성도는 다음 그림5와 같다.

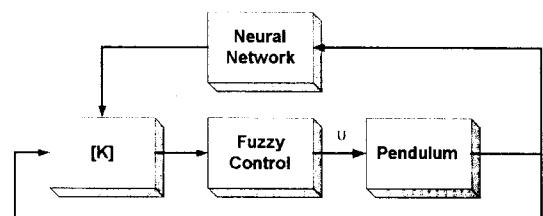


그림5 제어기 구성도

진자의 스윙-업 제어를 위한 퍼지 제어기를 설계하기 위해 다음 그림과 같이 진자에 대해  $0 \sim 90$ ,  $0 \sim -90$ ,  $90 \sim 180$ ,  $-90 \sim -180$ 도의 4구간으로 분리하여  $0 \sim 90$ 을 구간1,  $0 \sim -90$ 을 구간2,  $-90 \sim -180$ 을 구간3, 그리고 구간4로 정의하였다. 여기서 진자가 구간3과 구간4 위치에 있을 때의 도립영역으로 도달하도록 퍼지제어기1를 설계하고 구간1과 구간2위치에 있을 때 도립된 상태를 유지할 수 있도록 퍼지제어기2를 설계하였다. 규칙은 막대의 각도에 대해서 25개, 대차의 위치에 대해서 25개 총 50개의 규칙과 불안정한 위치 곧 구간3과 구간4 위치에 있을 때의 퍼지 제어기는 21개의 규칙을 사용하였다.

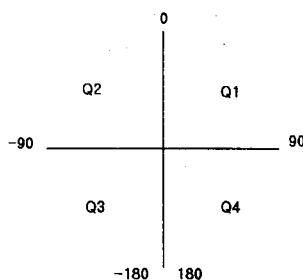


그림6 도립진자의 각도 표현

전자 위치						
	Q1	Q4	Q43	Q3	Q2	
대차 위치	NB	ZE	ZE		PB	PS
	NM	NM	NB		PB	PS
	ZE	NM	NB	NS	PB	PM
	PM	NS	NB		PB	PM
	PB	NS	NB		ZE	ZE

그림7 구간3 - 구간4 위치에서의 퍼지 규칙 테이블

퍼지 규칙 테이블의 Q43은 초기 상태에서 전자가 안정한 점에 들어뜨려진 위치를 말하고 불안정한 위치에 도립하기 위해 임의의 Negative 힘을 주기 위해 그림7의 퍼지 규칙 테이블을 작성하였다.

NB : Negative Big      NM : Negative Medium  
ZE : Zero      PM : Positive Medium      B : Big

## 2.5 시뮬레이션 결과

본 논문에서 제안하는 신경회로망을 이용한 적응형 소속 함수 퍼지 제어기 방법을 검증하고자 컴퓨터 시뮬레이션을 시행하였다.

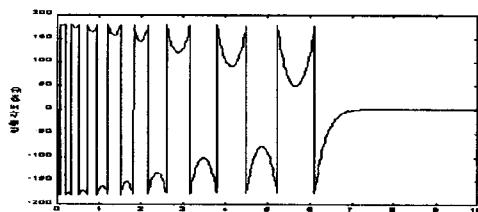


그림8 초기값 각도 180°, 거리 5cm 도립진자의 각도

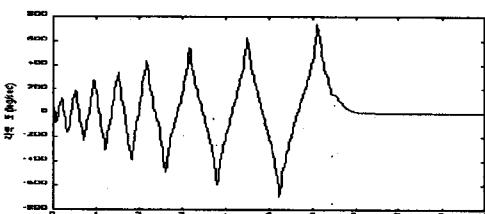


그림9 초기값 각도 180°, 거리 5cm 도립진자의 각속도

그림8, 그림9는 각도 180°와 거리 5cm의 초기값에서 도립진자의 각도와 각속도의 시뮬레이션 결과를 보이

고 있다. 각도는 16번의 스윙-엎을 행하고 도립된 상태를 유지함을 알 수 있다.

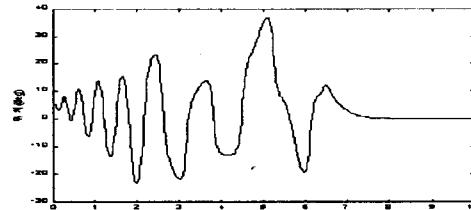


그림9 초기값 각도 180°, 거리 5cm 도립진자의 위치

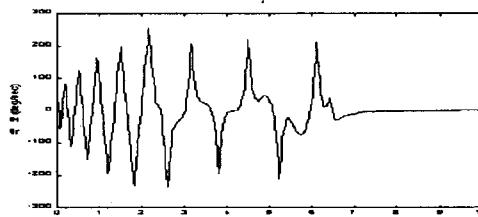


그림10 초기값 각도 180°, 거리 5cm 도립진자의 속도

그림9, 그림10은 초기값은 위와 동일하고 대차의 위치와 속도에 대한 시뮬레이션 결과이다. 그림9을 보면 초기값 5cm에서 출발하여 0점을 16번을 교차 후 제어하고자 하는 지점 0점을 도달함을 확인할 수 있다.

시뮬레이션 결과를 확인함으로써 본 논문에서 제안하는 제어기의 유용성을 확인할 수 있다.

## 3. 결 론

퍼지 제어기는 전문가의 경험에 의존함으로 성능상에 문제점의 우려가 있고 제어하고자 하는 시스템에 맞는 소속 함수의 파라미터를 설정하기 어렵다. 본 논문에서는 부하의 변화나 외란에 대해 퍼지 제어기에 적절한 파라미터가 선택 되도록 궤환 이득을 신경회로망을 적용하였다. 그러므로 선형이론을 적용하여 구성하는 퍼지제어기의 문제점과 순수 퍼지 제어기만의 난점을 해소하고 시스템에 따라 적용성을 갖는 제어기가 가능하였다. 본 제어기를 도립진자가 스스로 도립할 수 있도록 제어함으로써 유용성과 적용성을 입증하였다.

## (참 고 문 헌)

- [1] Li-Xin Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control", Prentice Hall, 1997.
- [2] Li-Xin Wang, "Adaptive Fuzzy Systems And Control", Prentice Hall, 1994.
- [3] S-Z.He,S.Tan, F.-L.Xu, "Fuzzy self-tuning of PID Controller", Fuzzy Set and System, 1993, pp.37-46
- [4] Jacob Apkarian, "A Comprehensive And Modular Laboratory For Control Systems Design And Implementation", Quanser Consulting, Page RP1-RP2, 1995.
- [5] Masayoshi Tomizuka, Young-Kyun Ha "Fuzzy Global And Local Motion Control Of An Inverted Pendulum Using Multiple Rule Bases", ACC, 27-30, 1994.
- [6] Sigeru Omatsu, Yoshiyuki Kishida,"Nero-Control for Single-Input Multi-Output Systems", IEEE, 1998