

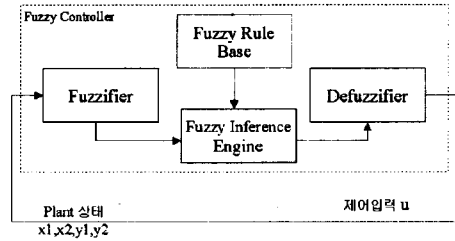
역전파 알고리즘을 이용한 도립 진자 제어

최용길, 홍대승, 임화영  
 광운대학교 제어계측공학과

The Control of A Inverted Pendulum Using Backpropagation

Yong-Gil Choi, Dae-Seung Hong, Wha-Yeong Yim  
 Dept. of Control and Instrumentation Eng. Kwangwoon Univ.

**Abstract** - Fuzzy system which are based on membership functions and rules, can control nonlinear, uncertain, complex system well. However, Fuzzy controller has problems: It is difficult to design a stable for amateur. To update the then-part membership functions of the fuzzy controller can be designed using the error back-propagation algorithm to be minimized error. Then we could be optimized the system choosing a good performance index. The proposed fuzzy controller based on neural network is applied to control an inverted pendulum for demonstration of the robustness of proposed methodology.



(그림 1) Fuzzy System

1. 서 론

제어 대상이 비선형성이 강하고 불확실성이 내재되어 있는 경우 제어를 구성하는데 어려움이 따른다. 퍼지 시스템은 이러한 시스템에 강한 특성을 지니고 있으나 정상 상태에서 잔류 오차가 남을 수 있고 초보자에게는 어려울 수 있다. 하지만 제어 대상이 복잡하더라도 대체적인 동적 경향을 알고 있는 경우 퍼지 논리 제어 기법이 적당하다. 비 선형 제어로 널리 사용되는 퍼지 시스템은 제어 대상의 구조가 불확실하거나 알려지지 않은 변수가 존재하는 여건에서 변수와 소속함수로 구성되는 IF-THEN 규칙에 따른 추론 시스템으로서 강한 특성을 가진 제어를 한다. 본 논문에서는 비 선형시스템의 모델식으로부터 오차 함수를 선정하고 목표 출력을 위해 오차가 최소가 되는 역전파 알고리즘을 사용하여 학습함으로써 제어기의 성능 향상을 보였다. 또한 제어대상으로는 비선형적인 제어 대상으로 많이 사용되는 도립 진자를 사용하였다. 퍼지 제어기와 역전파 알고리즘에 의한 학습 효과의 우수성을 Simulation과 실험 결과를 통하여 검증하였다.

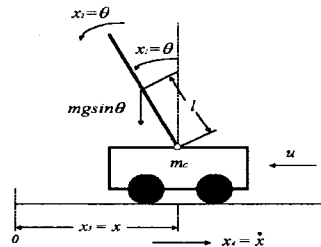
2. 본 론

2.1 퍼지 시스템 (Fuzzy System)

퍼지 시스템은 변수와 소속함수로 구성하여 퍼지 논리 규칙에 따라 적절한 출력을 추론한다. 그림 1은 퍼지 시스템의 원리를 나타낸 것으로 실제 값을 퍼지화하는 퍼지화기(Fuzzifier), 퍼지 값을 추론하는 추론 엔진(Inference Engine), 추론 과정에서 이용되는 규칙 기 (Rule Base), 규칙 기반을 구성하는 IF THEN 규칙, 지 값을 다시 실제 값으로 바꾸어 주는 비퍼지화기(Defuzzifier)로 구성된다.<sup>(1),(4)</sup>

2.2 도립 진자 모델링

도립 진자는 비 선형성의 대표적인 예로서 제어기의 성능 평가를 하는 제어 대상으로서 본 논문의 제안하는 알고리즘의 성능 대상으로 선정하였다.



(그림 2 도립 진자 시스템)

그림 2와 같은 도립진자 시스템의 수식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(1),(3),(5)</sup>

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{1}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 + \cos x_1 \left( \frac{-u - m l x_2^2 \sin x_1}{m c + m} \right)}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos x_1}{m c + m} \right)} \tag{2}$$

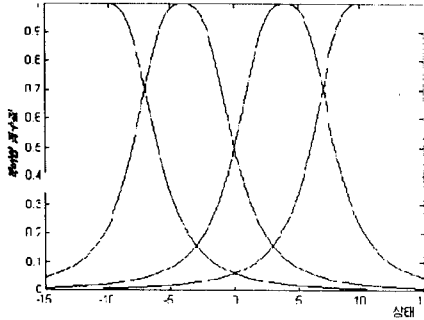
$$\dot{x}_3 = x_4 \tag{3}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{u + m l (x_2^2 \sin x_1 - \dot{x}_2^2 \cos x_1)}{m c + m} \tag{4}$$

- $x_1$  :  $\theta$  [degree]       $x_2$  :  $\dot{\theta}$  [degree/sec]       $x_3$  :  $x$  [cm]
- $x_4$  :  $\dot{x}$  [cm/sec]       $m$  : 0.1 [kg]       $g$  : 9.81 [m/sec<sup>2</sup>]
- $m_c$  : 1 [kg]       $l$  : 0.3 [m]

### 2.3 퍼지 제어기 설계

퍼지 소속함수의 초기 설정은 그림 4와 같이 각각 하나의 입력 변수를 4개의 MF로 설정하였다. MF는 비교적 비선형성을 잘 표현할 수 있는 bell 함수를 이용하였고, 퍼지화기는 singleton fuzzifier, 추론 엔진은 prod engine, 비퍼지화기는 center average defuzzifier를 하였다.



〈그림3〉 퍼지 소속함수

$$g_{bell\_mf} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-c}{a}\right)^2} \quad (5)$$

$a$ 는  $\alpha$ -cut 0.5 에서 함수의 1/2폭

$b$ 는 기울기

$c$ 는 중앙점

소속함수에 대한  $M$  ( $M=N_1 \times N_2$ ) 개에 해당하는 퍼지 규칙은 다음과 같은 구조를 갖는다.

$Ru^{i_1 i_2}$ : IF  $x_1$  is  $A_1^{i_1}$  and  $x_2$  is  $A_2^{i_2}$  THEN  $y$  is  $B^{i_1 i_2}$

여기서,  $i_1 = 1, 2, \dots, N_1$ ,  $i_2 = 1, 2, \dots, N_2$ 이고, 퍼지집합  $B^{i_1 i_2}$ 를  $\bar{y}^{i_1 i_2}$ 라고 나타내면  $\bar{y}^{i_1 i_2}$ 와 입력측의 소속함수의 파라미터와의 관계는 다음과 같다.

$$\bar{y}^{i_1 i_2} = g(e_1^{i_1}, e_2^{i_2})$$

예를 들어 위의 그림 2의 예라면  $M$  ( $M=N_1 \times N_2$ )개에 해당하는 검은 점에서 어림한  $g(x)$ 와  $B^{i_1 i_2}$ 의 중심값은 동일한 것이다. 그림 2의 퍼지 제어기의 출력값은 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$f(x) = \frac{\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} \bar{y}^{i_1 i_2} (\mu_{A_1^{i_1}}(x_1) \mu_{A_2^{i_2}}(x_2))}{\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} (\mu_{A_1^{i_1}}(x_1) \mu_{A_2^{i_2}}(x_2))} \quad (6)$$

기존의 퍼지제어 설계기법에서는 시스템 전문가적 견지에서  $\bar{y}^{i_1 i_2}$ 를 결정하였고, 학습의 과정을 통하여 입력의 소속함수의 파라미터 뿐만 아니라  $\bar{y}^{i_1 i_2}$  값을 오차를 줄이는 방향으로 변경하게 된다.<sup>11)</sup>

### 2.4 역전파 알고리즘

역전파 알고리즘 중에 Gradient decent algorithm 사용하여 오차를 줄일 수 있다. 최소 오차는

$$e^p = 1/2 [f(x_0^p) - y_0^p]^2 \quad (7)$$

본 논문에서 사용하는 Gradient decent algorithm은 각의 변수의 오차를 줄일 수 있다. 예로서  $\bar{y}^j$ 을 학습시

키려면 다음과 같은 수식으로 표현된다.

$$\bar{y}^j(q+1) = \bar{y}^j(q) - a(f-y)z^j/b \quad (8)$$

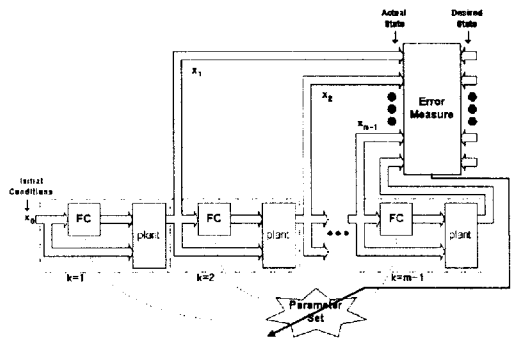
여기에서,

$$a = \sum_{i=1}^M \bar{y}^i \left[ \prod_{j=1}^n \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_j}{\sigma_j}\right)^2\right) \right] \quad (9)$$

$$b = \sum_{i=1}^M \left[ \prod_{j=1}^n \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_j}{\sigma_j}\right)^2\right) \right] \quad (10)$$

$$f(x) = a/b \quad (11)$$

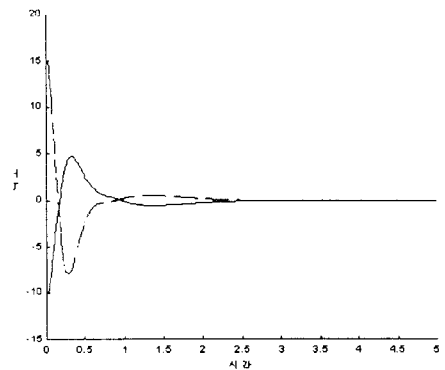
$$b = \sum_{i=1}^M z^i \quad (12)$$



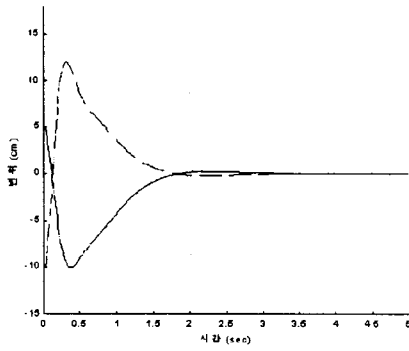
〈그림4〉 역전파 알고리즘 블록도

그림 4의 역전파 알고리즘 블록도와 같이 제어기와 제어 대상을 거쳐 나온 오차를 학습하는 과정을 알 수 있다.<sup>11) [3,4,5]</sup>

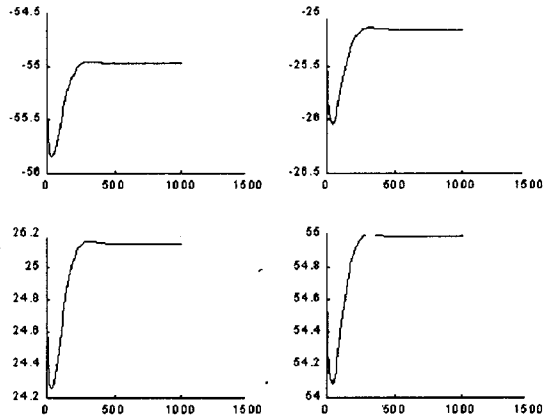
### 2.5 Simulation



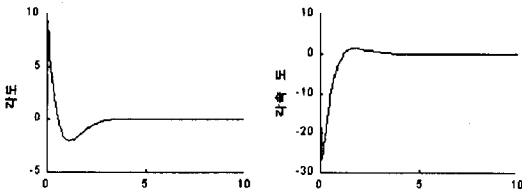
〈 각도, 각속도 궤적 〉



〈 거리, 속도 궤적 〉



〈  $\bar{y}$  의 학습 결과 〉



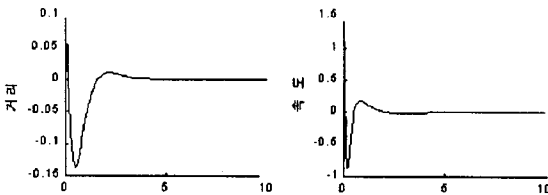
〈 각도, 각속도 학습 결과 〉

### 3. 결 론

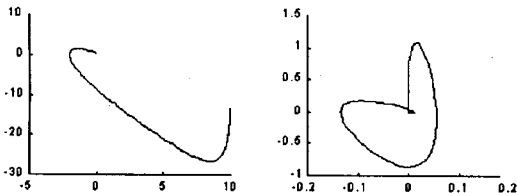
본 논문에서는 역전과 알고리즘을 사용하여 오차를 줄이고 학습을 통한 보다 안정적인 퍼지 시스템 제어를 보였다. 초기 파라미터를 설정하여 독립변수의 제어에 더 빨리 도달하고 오차가 줄어들음을 알 수 있었다. 초기값 설정이나 MF 값 설정 등 설계자에 의해 시스템의 성능에 영향을 주는 요소가 많다. 이 파라미터들을 시스템에 가장 적절한 값으로 개선하여 더 좋은 성능을 가진 시스템을 구성할 수 있었다.

### 〔참 고 문 헌〕

- [1] Li-Xing Wang, "A Course In Fuzzy System Control", Prentice Hall PTR Prentice-Hall Inc., 1
- [2] D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfran Introduction To Fuzzy Control", Springer-V Berlin Heidelberg, 1996
- [3] J. J. E. Slotine, Weiping Li, "Applied No Control", Prentice-Hall Inc., 1991
- [4] G. Feng, S. G. Cao, N. W. Rees, "Design of Control Systems with Guranteed Stability", Sets & Systems, no. 85, 1-10, 1997
- [5] Javier Aracil, Anibal Ollero, Al Garcia-Cerezo, "Stability Indices for the G Analysis of Expert Control Systems", IEEE Tran Sys. Man & Cybern., Vol. 19, no. 5, 998-1007,
- [6] Han-Xiong Li, "A Comparative Design and T for conventional Fuzzy Control", IEEE Trans. on Man & Cybern. PART B: Cybern., Vol. 27, 884-889, 1997
- [7] K. C. Sio, C. K. Lee, "Stability of Fuzzy Controllers", IEEE Trans. on Sys. Man & Cy PART A: Sys., Vol. 28, no. 4, 490-495, 1998



〈 거리, 속도 학습 결과 〉



〈 각도 & 각속도 상태 공간 〉 〈 거리 & 속도 상태공간 〉