

연성 결합 시스템에서의 저차 H[∞] 최적 칼만 필터 설계

조장휘, 김범수, 임요택
고려대학교 전기전자전파공학부

Reduced-Order H[∞] Optimal Kalman Filtering for Weakly Coupled Systems

Janghui Cho, Beomsoo Kim, Myo-Taeg Lim
School of Electrical Engineering, Korea University, Seoul 136-701, South Korea

Abstract - In this paper, we consider H[∞] optimal Kalman filter problems for linear weakly coupled stochastic systems. We introduce a decomposition for the systems of the Hamiltonian form, which plays an important role of exclusion of ill-condition by ε-effect and the parallel computation possibility. It is shown that the algebraic Riccati equation of the weakly coupled H[∞] optimal Kalman filter problem is decoupled into completely independent reduced-order, well-defined, two suboptimal Kalman filters.

1. 서 론

지난 십여년 동안 H[∞] 최적화 문제가 제어계측 분야에서 중요한 화두가 되었다[3,7,8,11]. 시스템의 효율적 제어를 위해서 수학적 모델을 구성하여 알맞은 필터와 제어를 구성하여야 한다. 그러나 수학적 모델에는 근사화, 선형화에 따른 실제 시스템과의 오차, 불확정성 및 외란 등이 존재하여 전체 제어 시스템의 성능이 저하되거나 불안정해질 수 있다. 따라서 수학적 모델의 오차, 불확정성 및 외란에도 안정하며 일정 성능이 보장되는 강인한 제어는 매우 중요하다[11]. Kokotovic[10]에 의해서 제어분야에 널리 알려진 연성 결합 시스템은 적절한 분리 변환 기법에 의해 저차 시스템으로 분리될 수 있다[4,5]. 본 논문에서는 이러한 분리 변환을 확률적 외란이 있는 선형 연성 결합 시스템에 확장하였다. 연성 결합 구조 시스템에서 제어기 및 필터를 2개의 부 시스템으로 완전 분리시키는 변환[5]을 이용하여 H[∞] 최적 칼만 필터의 대수적 Riccati 방정식을 완전 분리된 2개의 부시스템의 H[∞] 대수적 Riccati 방정식으로 저차화함으로써 병렬연산이 가능한 알고리즘을 개발하고 계산 시간을 단축시키며 오차, 불확정성 및 외란 등에 강인한 필터를 설계 하고자 한다.

2. 본 론

2.1 H[∞] 칼만 필터 설계

다음과 같은 선형 연성 결합 시스템을 고려하자.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & \varepsilon A_2 \\ \varepsilon A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 & \varepsilon D_2 \\ \varepsilon D_3 & D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y_1(t) &= C_1 x_1(t) + \varepsilon C_2 x_2(t) + v_1(t) \\ y_2(t) &= \varepsilon C_3 x_1(t) + C_4 x_2(t) + v_2(t) \end{aligned} \quad (2)$$

상태 변수는 $x_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$, $x_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$ 의 차원을 지니고, 외란은 $w_1 \in \mathbb{R}^{r_1}$, $w_2 \in \mathbb{R}^{r_2}$, $v_1 \in \mathbb{R}^{p_1}$, $v_2 \in \mathbb{R}^{p_2}$. 출력은 $y_1 \in \mathbb{R}^{p_1}$, $y_2 \in \mathbb{R}^{p_2}$ 의 차원을 가진다. 상태 변수 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 들의 선형 결합으로 관측된 상태 변수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_1(t) &= G_1 x_1(t) + \varepsilon G_2 x_2(t) \\ z_2(t) &= \varepsilon G_3 x_1(t) + G_4 x_2(t) \end{aligned} \quad (3)$$

그리고, 외란 감쇠 함수를 다음과 같이 정의한다[8].

$$J = \frac{\int_0^\infty \|z(t) - \hat{z}(t)\|_W^2 dt}{\int_0^\infty (\|u(t)\|_{W^{-1}}^2 + \|v(t)\|_{V^{-1}}^2) dt} \quad (4)$$

$$\sup_{u,v} J \gamma^2 \quad (5)$$

여기서 γ^2 은 잡음 감쇠의 규정된 준위이고, $R > 0$, $W > 0$, $V > 0$ 는 설계자가 임의로 주는 가중행렬이다. 시스템 (1)-(2)의 필터를 다음과 같이 설계한다[8,11].

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(t) &= A_1 \hat{x}_1(t) + \varepsilon A_2 \hat{x}_2(t) + K_1 v_1(t) + \varepsilon K_2 v_2(t) \\ \hat{x}_2(t) &= \varepsilon A_3 \hat{x}_1(t) + A_4 \hat{x}_2(t) + \varepsilon K_3 v_1(t) + K_4 v_2(t) \\ v(t) &= y(t) - C \hat{x}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 K 는 칼만 필터 이득이고 다음과 같다[2].

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & \varepsilon K_2 \\ \varepsilon K_3 & K_4 \end{bmatrix} = P_f C^T V^{-1} \quad (7)$$

이때 P_f 는 다음의 H[∞] 대수적 필터 Riccati 방정식을 만족한다[9,11].

$$A P_f + P_f A^T + D W D^T - P_f \left(C^T V^{-1} C - \frac{1}{\gamma^2} G^T R G \right) P_f = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_1 & \varepsilon A_2 \\ \varepsilon A_3 & A_4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & \varepsilon C_2 \\ \varepsilon C_3 & C_4 \end{bmatrix}, \quad P_f = \begin{bmatrix} P_{f1} & \varepsilon P_{f2} \\ \varepsilon P_{f2}^T & P_{f3} \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} D_1 & \varepsilon D_2 \\ \varepsilon D_3 & D_4 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} G_1 & \varepsilon G_2 \\ \varepsilon G_3 & G_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

그러나, 연성 결합 시스템에서는 대수적 Riccati 방정식이 작은 양수 ε에 의해서 해가 잘 정의되지 않는다[6,8]. 따라서 [5]의 Chang 변환을 이용하여 잘 정의된 저차 시스템으로 분리할 필요가 있다. 본 논문에서는 (8)의 해를 구하기 위해서 Hamiltonian 접근법을 이용하였다[1].

필터에 대한 Hamiltonian 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T & -\left(S_f - \frac{1}{\gamma^2} Z_f \right) \\ -Q_f & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Q_f &= \begin{bmatrix} Q_{f1} & Q_{f2} \\ Q_{f2}^T & Q_{f3} \end{bmatrix} = D W D^T, \quad S_f = \begin{bmatrix} S_{f1} & S_{f2} \\ S_{f2}^T & S_{f3} \end{bmatrix} = C^T V^{-1} C \\ Z_f &= \begin{bmatrix} Z_{f1} & Z_{f2} \\ Z_{f2}^T & Z_{f3} \end{bmatrix} = G^T R G \end{aligned} \quad (10)$$

$p(t) \in \mathbb{R}^{n_1+n_2}$ 는 (9)를 만족하는 $x(t)$ 의 공상태이다. (9)를 정리하고 상태 변수 $x_2(t)$, $p_1(t)$ 를 서로 바꾸면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{p}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & \varepsilon T_2 \\ \varepsilon T_3 & T_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ p_1 \\ x_2 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 T_1, T_2, T_3, T_4 는 다음과 같다.

$$T_1 = \begin{bmatrix} A_1^T & -(S_A - \frac{1}{\gamma} Z_A) \\ -Q_A & -A_1^T \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} A_1^T & -(S_A - \frac{1}{\gamma} Z_A) \\ -Q_A & -A_1^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} A_2^T & -(S_B - \frac{1}{\gamma} Z_B) \\ -Q_B & -A_2^T \end{bmatrix}, T_4 = \begin{bmatrix} A_2^T & -(S_B - \frac{1}{\gamma} Z_B) \\ -Q_B & -A_2^T \end{bmatrix}$$

변형된 (11)은 연성 결합 구조를 유지함을 알 수 있다. 새로운 상태 변수 ω, λ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & \varepsilon T_2 \\ \varepsilon T_3 & T_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad \omega \equiv \begin{bmatrix} x_1 \\ p_1 \end{bmatrix}, \quad \lambda \equiv \begin{bmatrix} x_2 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

(13)을 [5]의 Chang 변환을 이용하여 새로운 상태 변수 η, ξ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} \eta \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -\varepsilon L \\ \varepsilon H & I - \varepsilon^2 HL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ \lambda \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \omega \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} I - \varepsilon^2 LH & \varepsilon L \\ -\varepsilon H & I \end{bmatrix}$$

여기서 L, H 는 다음 조건을 만족해야 한다[5,6].

$$\begin{aligned} T_2 - LT_4 + T_1L - \varepsilon^2 LT_3L &= 0 \\ HT_1 + T_3 - T_4H - \varepsilon^2 HLT_3 - \varepsilon^2 T_3LH &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

(13)을 η, ξ 로 좌표 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 - \varepsilon^2 LT_3 & 0 \\ 0 & T_4 + \varepsilon^2 T_3L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \xi \end{bmatrix} \quad (16)$$

(16)에서 보이는 것처럼 η, ξ 는 서로 독립적이고, (9)를 2개의 부시스템으로 나누었을 때 각 시스템의 상태 변수가 된다. 충분히 작은 ε 에 대해 (15)가 유일한 해를 갖는 조건은 T_4 의 역행렬이 존재하는 것이다[6,7,8]. (15)의 해를 얻는 방법은 다음과 같다.

$$T_2 - L^{(0)}T_4 + T_1L^{(0)} = 0 \quad (17)$$

$$T_2 - L^{(i+1)}T_4 + T_1L^{(i+1)} - \varepsilon^2 L^{(i)}T_3L^{(i)} = 0 \quad (18)$$

(17)에서 초기값 $L^{(0)}$ 를 구하고, (18)을 수렴 영역까지 반복적으로 계산하여 L 를 구한다. (18)에서 구한 L 를 대입하여 다음의 Lyapunov 방정식을 풀어 H 를 구한다.

$$H(T_1 - \varepsilon^2 LT_3) - (T_4 + \varepsilon^2 T_3L)H + T_3 = 0 \quad (19)$$

각 부시스템의 상태 변수와 시스템의 상태, 공상태 변수와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \eta_A \\ \xi_A \\ \eta_B \\ \xi_B \end{bmatrix} = E_1^T \begin{bmatrix} \eta_A \\ \eta_B \\ \xi_A \\ \xi_B \end{bmatrix} = E_1^T T \begin{bmatrix} x_1 \\ p_1 \\ x_2 \\ p_2 \end{bmatrix} = E_1^T T E_1 \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$= \Pi \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \\ \Pi_3 & \Pi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix}$$

여기서, E_1 는 다음과 같이 정의된다.

$$E_1 = \begin{bmatrix} I_{n_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_1} & 0 \\ 0 & I_{n_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{n_2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

상태와 공상태의 관계에서 $\mu(t) = P_f x(t)$ 이므로, 다음을

만족한다.

$$\begin{bmatrix} \eta_A \\ \xi_A \end{bmatrix} = (\Pi_1 + \Pi_2 P_f)x, \quad \begin{bmatrix} \eta_B \\ \xi_B \end{bmatrix} = (\Pi_3 + \Pi_4 P_f)x \quad (22)$$

또한, 저차 부시스템의 상태, 공상태 변수의 관계는 다음과 같이 정의된다[1].

$$\begin{bmatrix} \eta_A \\ \xi_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_A & 0 \\ 0 & P_{A2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_A \\ \xi_A \end{bmatrix} \quad (23)$$

(22)과 (23)를 이용하여 P_f 를 구할 수 있다[1,7,8].

$$P_f = \left(\Omega_3 + \Omega_4 \begin{bmatrix} P_A & 0 \\ 0 & P_{A2} \end{bmatrix} \right) \left(\Omega_1 + \Omega_2 \begin{bmatrix} P_A & 0 \\ 0 & P_{A2} \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (24)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & \Omega_4 \end{bmatrix} = \Pi^{-1}$$

(24)에서 저차 대수 H^∞ 필터 Riccati 방정식은 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} P_A a_A - a_A P_A - a_B + P_A a_R P_A &= 0 \\ P_{A2} b_A - b_A P_{A2} - b_B + P_{A2} b_R P_{A2} &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 $a_i, b_i, i=1,2,3,4$ 는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \eta_A \\ \eta_B \end{bmatrix} = (T_1 - \varepsilon^2 LT_3) \begin{bmatrix} \eta_A \\ \eta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_A & a_R \\ a_B & a_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_A \\ \eta_B \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \xi_A \\ \xi_B \end{bmatrix} = (T_4 + \varepsilon^2 T_3L) \begin{bmatrix} \xi_A \\ \xi_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_A & b_R \\ b_B & b_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_A \\ \xi_B \end{bmatrix} \quad (27)$$

(25)를 $O(\varepsilon^2)$ 근사화를 하면 대칭 대수적 Riccati 방정식이 된다. 이러한 Riccati 방정식이 유일한 해를 갖기 위해서는 다음과 같은 가정이 필요하게 된다[7,8].

가정 1. $(A_1, \sqrt{S_A}, \sqrt{Q_A})$ 은 안정가능, 검출가능하다.

가정 2. $(A_2, \sqrt{S_B}, \sqrt{Q_B})$ 은 안정가능, 검출가능하다.

[7]의 알고리즘을 적용하면, (25)의 초기값을 다음과 같은 Lyapunov 반복법으로 구할 수 있다[7,8].

$$P_A^{(i+1)}(A_1 - S_A P_A^{(i)})^T + (A_1 - S_A P_A^{(i)}) P_A^{(i+1)} = - (Q_A + P_A^{(i)} \left\{ S_A + \frac{1}{\gamma^2} Z_A \right\} P_A^{(i)}) \quad (28)$$

$$P_{A2}^{(i+1)}(A_2 - S_B P_{A2}^{(i)})^T + (A_2 - S_B P_{A2}^{(i)}) P_{A2}^{(i+1)} = - (Q_B + P_{A2}^{(i)} \left\{ S_B + \frac{1}{\gamma^2} Z_B \right\} P_{A2}^{(i)}) \quad (29)$$

$$\begin{aligned} A_1 P_A^{(0)} + P_A^{(0)} A_1^T + Q_A - P_A^{(0)} S_A P_A^{(0)} &= 0 \\ A_2 P_{A2}^{(0)} + P_{A2}^{(0)} A_2^T + Q_B - P_{A2}^{(0)} S_B P_{A2}^{(0)} &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

(30)에서 초기값의 초기값 $P_A^{(0)}, P_{A2}^{(0)}$ 를 구한 뒤 (28)-(29)의 반복적 계산을 통해 근사화된 $P_A^{(i)}, P_{A2}^{(i)}$ 를 구한다[7,8]. 여기서 구한 $P_A^{(i)}, P_{A2}^{(i)}$ 는 (31)-(32)의 초기값이 된다.

$$P_A^{(i+1)}(a_A + a_R P_A^{(i)}) - (a_A - P_A^{(i)} a_R) P_A^{(i+1)} = a_B + P_A^{(i)} a_R P_A^{(i)} \quad (31)$$

$$P_{A2}^{(i+1)}(b_A + b_R P_{A2}^{(i)}) - (b_A - P_{A2}^{(i)} b_R) P_{A2}^{(i+1)} = b_B + P_{A2}^{(i)} b_R P_{A2}^{(i)} \quad (32)$$

(31)-(32)의 결과를 (24)에 대입함으로써 P_f 를 얻는다.

2.2 H^∞ 칼만 필터의 분리

앞에서 설계한 칼만 필터 (6)을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 - K_1 C_1 - \varepsilon^2 K_2 C_3 & \varepsilon(A_2 - K_1 C_2 - K_2 C_4) \\ \varepsilon(A_3 - K_3 C_1 - K_4 C_3) & A_4 - K_3 C_4 - \varepsilon^2 K_3 C_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} + K y(t) \quad (33)$$

(33)이 연성 결합구조를 가지므로 [5]의 Chang 변환하여 2개의 부시스템으로 나눈다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) \\ \hat{\xi}_2(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_f^{-1} \begin{bmatrix} A_1 - K_1 C_1 - \varepsilon^2 K_2 C_3 & \varepsilon(A_2 - K_1 C_2 - K_2 C_3) \\ \varepsilon(A_3 - K_3 C_1 - K_4 C_3) & A_4 - K_4 C_4 - \varepsilon^2 K_5 C_2 \end{bmatrix} \times \mathbf{T}_f^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) \\ \hat{\xi}_2(t) \end{bmatrix} + \mathbf{T}_f^{-1} K_3 y(t) \quad (34)$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) \\ \hat{\xi}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & \varepsilon K_{12} \\ \varepsilon K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} y(t)$$

$$a_{11} = A_{11} - K_1 C_1 - \varepsilon^2(K_2 C_3 + L A_3 - L K_3 C_1 - L K_4 C_3)$$

$$a_{22} = A_4 - K_4 C_4 - \varepsilon^2(K_5 C_2 - A_3 L + K_3 C_1 L + K_4 C_3 L)$$

$$K_{11} = K_1 - \varepsilon^2 L K_3, \quad K_{12} = K_2 - L K_4$$

$$K_{21} = H K_1 + K_3 - \varepsilon^2 H L K_3, \quad K_{22} = K_4 + \varepsilon^2 H K_2 - \varepsilon^2 H L K_4$$

여기서 $\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2$ 는 다음을 만족하는 새로운 상태 변수이고 \mathbf{T}_f 는 [5]의 변환행렬이다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_f^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) \\ \hat{\xi}_2(t) \end{bmatrix} \quad (35)$$

(34)에서 알 수 있듯이 (6)의 전역(global) H^∞ 필터는 새로운 좌표계에서 완전히 독립적인 저차의 필터들로 구현할 수 있다. 그림 1은 (34)를 도시한 것이다.

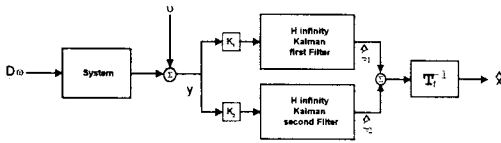


그림 1 칼만 필터의 분리

2.3 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 개발된 알고리즘을 검증하기 위해서 지지대(supported beam) 모델[6]에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -16 & -.04 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ .5878 & -1 \\ 0 & 0 \\ .9511 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = .1 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = C$$

$$W = I_2, \quad V = I_2, \quad Q = I_4, \quad R = I_2, \quad R_1 = I_2$$

그리고 $\varepsilon=0.1$, $\gamma=2$ 로 각각 정하였다. (25)의 해는 다음과 같다.

$$P_A = \begin{bmatrix} 0.1494 & 0.0034 \\ 0.0034 & 0.1497 \end{bmatrix}, \quad P_B = \begin{bmatrix} 0.0267 & -0.0050 \\ -0.0050 & 0.4251 \end{bmatrix}$$

(24)의 해는 다음과 같다.

$$P_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} 0.1494 & 0.0034 & 0.0003 & -0.0106 \\ 0.0034 & 0.1497 & 0.0010 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.0010 & 0.0267 & -0.0050 \\ -0.0106 & 0.0003 & -0.0050 & 0.4250 \end{bmatrix}$$

새로운 상태 변수 $\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2$ 에 대한 칼만 필터는 다음과 같다.

$$\hat{\xi}_1(t) = \begin{bmatrix} -0.1494 & 1.0011 \\ -1.0036 & -0.0115 \end{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) + \begin{bmatrix} 0.1494 & -0.0094 \\ 0.0035 & 0.0157 \end{bmatrix} y(t)$$

$$\hat{\xi}_2(t) = \begin{bmatrix} -0.0003 & 1.0049 \\ -15.9980 & -0.4651 \end{bmatrix} \hat{\xi}_2(t) + \begin{bmatrix} 0.0031 & -0.0049 \\ -0.0102 & 0.4250 \end{bmatrix} y(t)$$

3. 결 론

본 논문은 선형 연성 결합 시스템에서의 H^∞ 최적 칼만 필터를 설계하였다. 연성 결합 시스템에서는 일반적인 시스템에서와는 달리 최적 제어, 칼만 필터링때 나타나는 대수적 Riccati 방정식의 해가 잘 정의되지 않는다. 이는 작은 양수인 ε 때문인데, 본 논문에서는 [5]의 Chang 변환을 이용하여 시스템을 잘 정의되는 2개의 저차 시스템으로 완전히 분리하여 이를 병렬 연산이 가능하도록 하고, 반복적 계산 알고리즘으로 비대칭 대수적 Riccati 방정식의 해를 구함으로써 본래 구하고자 하는 H^∞ Riccati 방정식의 해를 얻었으며, 완전히 독립적인 저차의 H^∞ 필터는 시스템의 출력에 의해 구동됨을 볼 수 있었다. 또한, ε 에 의한 해를 구하는 어려움을 극복하였고 병렬 연산이 가능함으로 연산시간이 단축될 수 있다. 그리고 내부와 외부의 영향에 강인한 필터와 제어를 설계함으로써 원하는 출력을 보장할 수 있었다.

(참고 문헌)

- [1] Z. Aganovic, Z. Gajic, and X. Shen, "New Method for Optimal Control and Filtering of Weakly Coupled Linear Discrete Stochastic Systems", Automatica, Vol. 32, PP. 83-88, Jan. 1996
- [2] B. Anderson and J. Moore, "Optimal Control Linear Quadratic Methods", Englewood Cliffs, N.J.:Prentice Hall, Inc., 1989
- [3] D. Bernstein and W. Haddad, "LQG Control with and H^∞ Performance Bound: A Riccati Equation Approach", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 32, No. 3, PP. 293-305, March 1989
- [4] K. W. Chang, "Singular perturbations of a general boundary value problem", SIAM J. Math. Anal., Vol. 29, PP. 520-526, Aug. 1972.
- [5] Z. Gajic and X. Shen, "Decoupling transformation for weakly coupled linear systems", International Journal of Control, Vol. 50, No. 4, PP. 1517-1523, 1989
- [6] Z. Gajic and X. Shen, "Parallel Algorithms for Optimal Control of Large Scale Linear Systems", Springer, Verlag, London, 1993
- [7] T. Hsieh and Z. Gajic, "An Algorithm for Solving the Singularly Perturbed H^∞ Algebraic Riccati Equation", Computers & Mathematics with Applications, Vol. 36, PP. 69-77, July 1998
- [8] M. Lim and Z. Gajic, "Reduced-Order H^∞ Optimal Kalman Filtering For Systems with Slow and Fast Modes", IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, Vol. 47, PP. 250-254, Feb. 2000
- [9] K. Nagpal and P.Khargonekar, "Filtering and smoothing in an H^∞ setting", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-36, PP. 152-166, 1991
- [10] P. Kokotovic, W. Perkins, J. Cruz, and G. D'Ans, " ε -Coupling for near-optimum design of large scale linear systems", Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, Pt D, 116, PP. 889-992, 1969
- [11] X. Shen and L. Deng, "Decomposition solution of H^∞ filter gain in singularly perturbed systems", Signal Processing, 55, PP. 313-320, 1996