

# 다각 주사법을 이용한 비대칭 매연분포의 재구성

이상민\* · 황준영\* · 정석호\*\*

## Tomographic Reconstruction of Asymmetric Soot Structure from Multi-angular Scanning

S. M. Lee, J. Y. Hwang, S. H. Chung

**Key Words :** soot (매연), tomography (토모그래피), multi-angular scanning (다각주사), LII (레이저유도백열)

### Abstract

A convolution algorithm combined with Fourier transformation is applied to the tomographic reconstruction of the asymmetric soot structure to identify the local soot volume fraction distribution. The line of sight integrated data from light extinction measurement with multi-angular scanning form basic information for the deconvolution. Multi-peak following interpolation technique is applied to obtain the effect of increasing number of scanning angles. Measurement of LII signal for the same flame shows the validity of this reconstruction technique.

### 기호설명

$\phi$	매연 체적분율(volume fraction)
$N$	입자 수밀도(number density)
$D_{30}$	체적평균입경 $D_{30} = \int P(D)D^3 dD$
$\lambda$	레이저 파장
$K_{ext}$	소멸 계수(extinction coeff.)
$\bar{m}$	굴절률(refractive index)
$P(D)$	입자 크기 분포함수
$I$	레이저 광의 세기

### 서론

매연(soot)은 탄화 수소계 연료의 연소과정에서 생성되는 입자상 물질로서 최근 환경 문제와 관련하여 매연에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 화염의 내부에서 이러한 매연을 측정하는 방법으로서 광 소멸법(light extinction method)이 널리 사용되고 있다.<sup>[1]</sup> 광 소멸법은 레이저 광이 매연 지역을 지나면서 소멸되는 신호의 세기를 측정하여 매연 분포를 파악하는 실험방법으로 유동장 및 화염에 직접 영향을 미치지 않

\* 서울대학교 대학원 기계공학과

\*\* 서울대학교 기계항공공학부

고, 또한 간단하게 장치를 꾸밀 수 있는 장점이 있다. 이때 소멸되는 광의 세기는 매연 입자를 구형으로 가정했을 때 매연의 체적분율(volume fraction)에 비례한다고 알려져 있다.<sup>[1]</sup> 하지만 광 소멸법에서의 측정값은 레이저 광의 경로를 따라 적분된 상태이므로 특정 위치에서의 매연 분포를 알아내기 위해서는 단층 촬영기법(tomography)을 이용한 적절한 변환 과정이 필요하다.<sup>[2]</sup>

축대칭(axi-symmetric) 화염의 경우에는 측정하고자 하는 물리량의 내부 분포가 반경방향 만의 함수이므로 측정 단면을 1 회 주사(scanning)한 후 아벨(Abel) 변환을 이용하면 국소점의 정보를 얻을 수 있다. 하지만 측정단면이 비축대칭 분포를 갖는 경우 측정각에 따라 다른 소멸 정보를 갖게 되고 따라서 비축대칭 내부분포를 파악하기 위해서는 다각주사법(multi-angular scanning)에 의해 경로적분 데이터를 측정하여야 한다.<sup>[3]</sup> 이러한 비대칭 토모그래피에 관한 연구는 의료 진단 분야로부터 처음 시작되었으며, 현재는 CT(computerized tomography), 분무입경측정, 농도장의 측정 등에 응용되고 있다. 하지만 화염 내부의 매연분포의 경우 화염면 부근에서 매연량이 급격히 변화하기 때문에 재구성을 위해서는 많은 각도로부터의 측정값이 필요하고, 따라서 많은 측정 시간을 요한다.

본 연구에서는 다각주사법을 이용하여 비대칭 화염내부의 매연분포를 계측하였으며, 소멸 신호의 극값을 따라서 내삽하는 방법을 통해 주사각을 가상적으로 늘리는 방법을 사용하여 재구성 효과를 높였다. 또한 이러한 방법의 타당성을 검증하기 위하여 레이저 유도 백열(LII)법으로부터 측정한 매연분포와

비교하였다.

## 실험장치

비축대칭 화염을 구성하기 위하여 2 개의 평행한 연료 노즐을 갖는 동축류 버너(coflow burner)를 사용하였다. 연료 노즐의 내경은 10.7 mm, 산화제가 분사되는 외부 노즐의 내경은 104 mm 이고, 두 연료 노즐의 중심간 간격은 15.2 mm 로 고정하였다. 연료는 프로판, 산화제로는 압축공기를 사용하였으며, 프로판의 유량은 각각의 노즐에 대하여 100 ml/min, 공기의 유량은 80 l/min 로 하였다. 이러한 조건에서는 두 연료 노즐로부터 발생하는 확산화염이 합류하여 단일 화염의 형태를 띠게 된다.(그림 1)

광 소멸(light extinction) 실험에는 헬륨-네온 레이저(632.8 nm, 13 mW)를 사용하였다. 레이저 광은 초점거리 400 mm 의 볼록렌즈를 통과하여 집광 되며, 측정신호는 광 다이오드(photo-diode)를 통하여 계측하였다. 데이터의 처리는 초퍼(chopper)와 연결된 락인앰프(lock-in

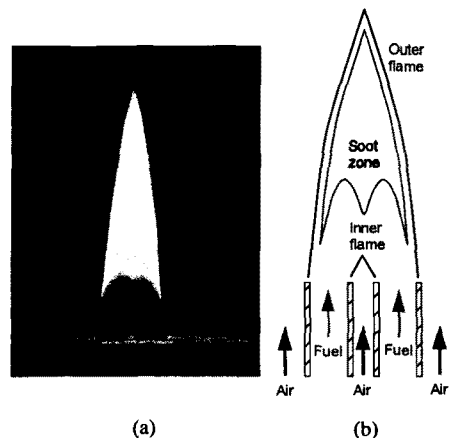


Fig 1. (a) Direct flame photo and (b) schematic of flame

amplifier)를 통하여 이루어진다. 본 연구에서 사용한 시스템에서는 레이저와 광 다이오드는 고정된 상태에서 스텝모터로 구동 되는 3 차원 이송장치로 버너를 이송하며 측정 위치를 변화시켰다. 각 지점에서의 측정값은 300 ms 간격으로 100 회 측정한 후 평균한 값을 사용하였으며, 이송 시 발생하는 진동으로 인해 화염이 떨리므로 측정지점으로 이송한 뒤 5 초간 기다린 후 측정을 시작하였다. 화염 내부에서 매연분포가 급격하게 변화하므로 재구성의 신뢰도를 높이기 위하여 반경방향( $r$  방향)으로 0.4 mm, 회전 방향( $\theta$  방향)으로  $6^\circ$  간격으로 측정하였다.

광 소멸법으로부터 재구성하여 구한 매연 분포를 비교하기 위하여 LII 신호를 계측하였다. LII는 매연 입자가 강한 레이저 광에 의해 가열된 후 복사광을 방출하는 것을 의미하며, 이 복사광의

세기가 매연의 체적분율에 비례한다. 하지만, 광 소멸 법과는 달리 변환과정이 없이 매연 분포의 측정이 가능하다.<sup>[4]</sup> 하지만 LII 신호는 매연 입자의 형태 및 온도에 따라 가열 및 냉각 특성이 상이하게 나타나므로 LII 신호로부터의 체적 분율의 정량화는 이루어지지 않은 상태이다. 본 실험에서는 평면 레이저 광을 사용하여 화염 단면의 매연 분포를 계측한 후, 광 소멸법으로부터 구한 결과와 비교하였다.

레이저 광으로는 Nd:YAG 레이저로부터 발진하는 532 nm 의 광을 사용하였으며, 이를 실린더형 렌즈와 볼록렌즈 등을 조합하여 평면광으로 변환하였다. 입사광과 수직인 위치에 ICCD 카메라를 설치하여 신호를 계측하였으며, 산란 및 특정 라디칼(radical) 등으로부터의 형광신호를 피하여 400 nm 부근의 신호를 받아들였다.

### 다각 주사법의 원리

그림 2 에 다각 주사 측정의 원리를 나타내었다.  $x, y$  는 직교 좌표계상의 위치이고,  $\theta$  는 레이저의 주사각을 나타낸다. 레이저 광의 강도는 화염내부의 매연지역을 지나면서 소멸되고, 검출부에서는 레이저 광의 경로를 따라 적분된 소멸 신호가 계측된다. 따라서 비측대칭 분포를 파악하기 위해서는 여러 주사각에서 경로적분된 데이터를 측정해야 하는데, 이러한 방식을 다각 주사법이라 한다. 다각주사법으로부터 국소점에서의 정보를 얻어내기 위해서는 Fourier 변환을 이용한 토모그래피 재구성(reconstruction) 과정이 필요하다.<sup>[3]</sup>

국소 값과 경로 적분 데이터 사이에

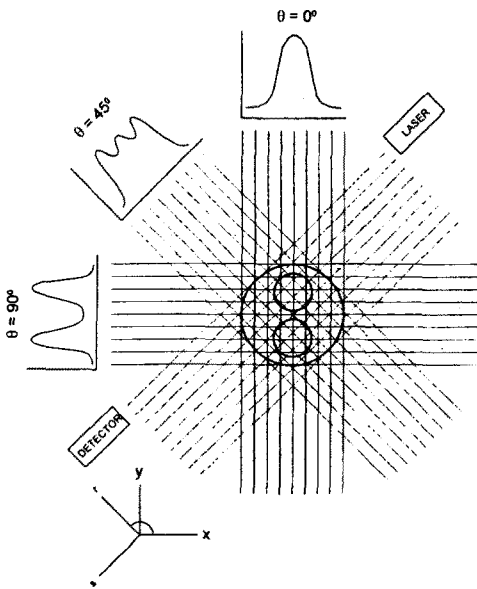


Fig 2. Schematic showing multi-angular scanning method

는 다음의 관계식이 성립한다.

$$g(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) ds \quad (1)$$

$g(r, \theta)$ 를 Fourier 변환하면,

$$\hat{g}(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega r} g(r, \theta) dr \quad (2)$$

여기서 구하고자 하는 국소점에서의 물리량 분포  $f(x, y)$ 에 대한 2 차 Fourier 변환을 하면 다음과 같다.

$$\hat{F}(\omega, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)] dx dy \quad (3)$$

Fourier 변환의 중앙단면정리(central slice theorem)를 적용하면 다음의 관계식이 성립하게 된다.

$$\hat{g}(\omega, \theta) = \hat{F}(\omega, \theta) \quad (4)$$

이로부터 국소 물리량분포  $f(x, y)$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega, \theta) \exp[i\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)] |\omega| d\omega \quad (5)$$

$P(r, \theta)$ 를 다음과 같이 정의하고,

$$P(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}(\omega, \theta) |\omega| e^{i\omega r} d\omega \quad (6)$$

여기서 다음의 관계식을 만족하는 함수  $\phi$ 를 정의하면,

$$\phi = |\omega| \quad (7)$$

컨벌루션(convolution) 관계로부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$P(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}(\omega, \theta) \phi(\omega) e^{i\omega r} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}(r, \theta) \phi(r - \tau) d\tau \quad (8)$$

식 (5), (6)의 Fourier 변환 관계식과 식 (8)의 컨벌루션 관계로부터 국소 체적분율 분포를 구할 수가 있다.

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} g(r, \theta) \varphi(x \cos \theta + y \sin \theta - \tau) dr \quad (9)$$

식 (9)는 다음의 이산함으로 나타낼 수 있다.

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M g(r_k, \theta_j) \varphi(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_k) \quad (10)$$

여기서  $\theta_j = (j-1)\pi/M$ ,  $r_k = -1 + 2k/M$ 이다.  $\varphi$ 는 식 (7)의 관계식으로부터 구한 Shepp and Logan 필터로  $\varphi(0) = M^2/\pi$ ,  $\varphi(r_k) = -M^2/[\pi(4k^2 - 1)]$ 의 조건을 만족시키며, 이 값은 경로적분된 값에 곱해주는 가중치(weighting factor)로 볼 수 있다.<sup>[5]</sup>

광 소멸 실험에서는  $f(x, y)$ ,  $g(r, \theta)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) ds = \int_{-\infty}^{\infty} K_{ext}(x, y) ds = -\ln \left[ \frac{I(r, \theta)}{I_0} \right] \quad (11)$$

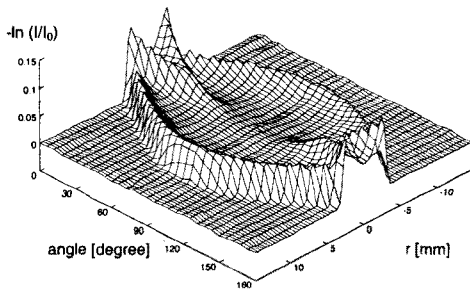
여기에서  $K_{ext}$ 는 소멸 계수,  $I$ 는 레이저 광의 세기를 나타낸다. 매연 입자를 레이저의 파장에 비해 충분히 작은 구형 입자로 가정한 Rayleigh 근사의 경우, 체적분율  $\phi$ 는 다음과 같은 식으로 근사된다.<sup>[11]</sup>

$$\phi = \frac{\pi}{6} ND_{30}^3 = \frac{\lambda K_{ext}}{6\pi E(\bar{m})} \quad (12)$$

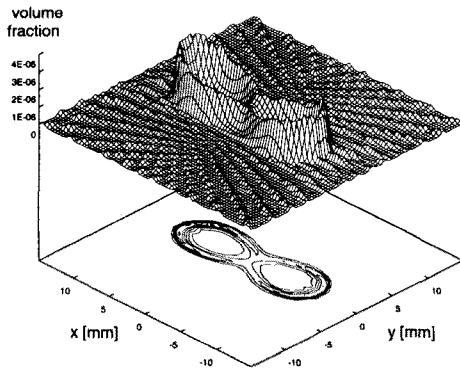
$\bar{m}$ 은 매연 입자의 굴절률로 632.8 nm의 헬륨-네온 레이저를 사용할 경우 1.89 - 0.48i로 알려져 있다.<sup>[6]</sup>  $E(\bar{m})$ 은 굴절률 상수로  $\text{Im}\{(\bar{m}^2 - 1)/(\bar{m}^2 + 1)\}$ 의 값을 갖는다.

## 결과 및 토의

그림 3(a)는 연료 노즐로부터 25 mm 높이에서 측정된 소멸신호의 분포도이다. 회전방향으로는 버너를 6° 씩 돌려가면서 30 개의 각도에서, 반경방향으로는 0.4 mm 씩 74 개의 위치에서 소멸신호를 측정하였다. 그림에서 나타난 0° 일때가 두 연료 노즐이 레이저 광의 방향으로 나란히 정렬해있을 경우이고, 90° 일때 두 연료노즐의 수직방향으로 레이저 광이 통과한다. 매연의 체적분율은 적분된 소멸 정보로부터 식 (10)을 이용하여 계산하였으며, 그 결과를 그림 3(b)에 나타내었다. 매연이 화염



(a)



(b)

Fig 3. Profiles of soot volume fraction from 30 equiangular projections at  $h=25\text{mm}$ ; (a) line-of-sight integrated data, (b) spatially resolved data

면을 기준으로 연료측에 존재하고 화염면과 근접한 고온지역에서의 생성량이 상대적으로 커서 공간적으로 8 자 형태의 매연분포를 보이고 있다. 이처럼 매연량의 공간적인 변화율이 크기 때문에, 재구성한 매연분포도에서 매연량이 많은 화염면으로부터 매연이 없는 화염의 외부로 오차가 전파됨을 볼 수 있다. 이러한 오차의 전파는 급격한 공간적인 분포를 재구성할 때 측정각의 개수가 부족하여 발생하는 일반적인 현상이다.<sup>[3]</sup>

이러한 문제를 해결하기 위하여 측정각 사이의 중간각도에서 소멸값을 내삽(interpolate)하는 방법을 사용할 수 있다. 하지만 그림 3(a)에 나타나듯이 소멸신호의 극대값들의 반경방향 위치가 각도를 따라서 변화하기 때문에, 단순히 그리드 포인트(grid point)를 따라 내삽하는 경우 중간 각도에서의 극대값이 작게 예측된다. 따라서 본 연구에서는 극대값의 궤적을 따라 내삽하는 방법을 사용하였으며, 그 개략도를 그림 4에 나

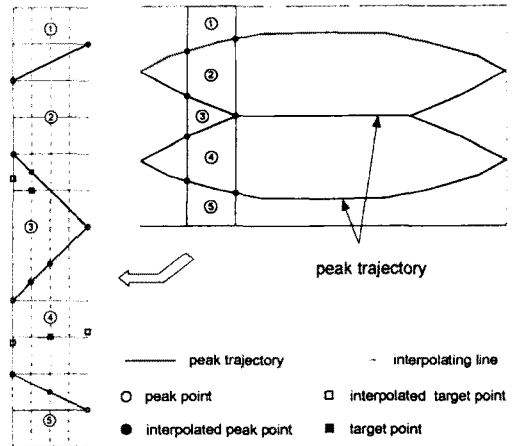


Fig 4. Schematic showing the principle of coordinate corrected interpolation

타내었다.<sup>[7]</sup> 오른쪽 그림에서 보이는 극대값의 궤적은 화염높이 25 mm 에서 측정된 소멸신호의 궤적과 동일하다. 왼쪽의 그림에 내삽하는 방법을 상세하게 나타내었다. 내삽방법은 우선 극값의 궤적을 구한 후 얻고자 하는 지점에서의 내삽 영역을 결정하고 이에 해당하는 중간 각도에서의 극대값을 보간하여 구하는 것이다.

이렇게 극대값을 따라 내삽하는 방법을 사용하여 주사각의 개수를 4 배로 늘린 후 매연 체적분율의 분포를 구하였고, 이를 그림 5 에 나타내었다. 신호가 없는 부분에서 발생하는 잡음이 거의 사라지고, 화염면을 따라 매연분포

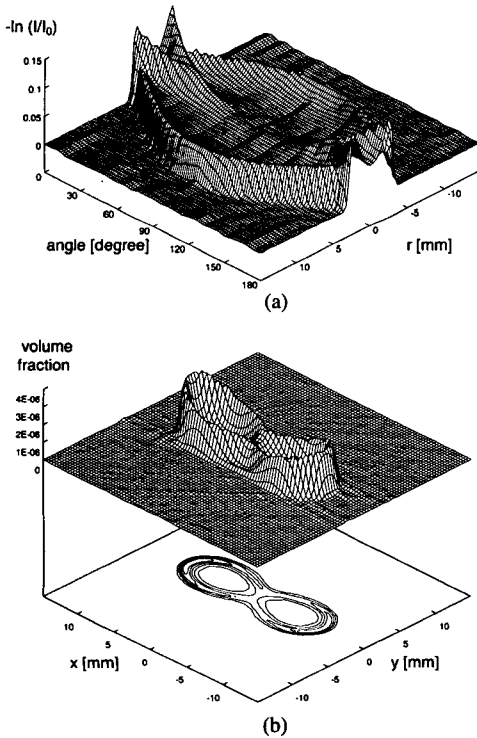


Fig 5. Profiles of soot volume fraction from 120 equiangular projections using interpolation at  $h=25\text{mm}$ ; (a) line-of-sight integrated data, (b) spatially resolved data

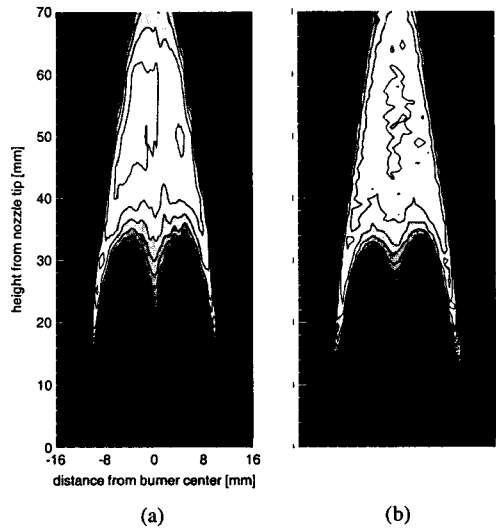


Fig 6. Soot volume fraction distribution measured from (a) LII method and (b) light extinction method

가 매끄럽게 계산됨을 확인할 수 있다.

이러한 방법을 사용하여 각 높이에서의 체적분율 분포를 계산하였으며, 이로부터 구한 화염의 수직 단면에서의 매연분포를 그림 6(a) 에 나타내었다. 화염면을 따라서 매연이 성장하는 것을 관찰할 수 있다. 그림에서 합류된 화염의 가운데 지역에서 발생하는 매연은 화염이 합류할 때 두 연료 노즐 사이에 조그마한 역 확산화염(inverse coflow flame)이 발생하는데, 이로부터 성장한 매연으로 볼 수 있다.<sup>[8]</sup>

본 연구에서 구한 매연 분포의 타당성을 확인하기 위하여 동일한 화염조건에서 평면 LII 실험을 수행하였으며 그림 6(b) 에 그 분포를 나타내었다. 재구성 방법을 통해 계측한 매연분포와 비교하였을 때 화염면의 위치 및 매연지역의 공간적인 분포가 잘 일치함을 볼 수 있다. 화염단면의 가운데 부분에서 두 신호가 잘 맞지 않는 것은 LII 신호

의 경우 매연 입자의 크기 및 온도에 따라 레이저 광에 의한 가열 및 냉각 특성이 달라지고 이로인해 복사광의 세기가 영향을 받기 때문이다.

## 결 론

다각주사법을 이용하여 광 소멸법으로 측정된 경로적분된 소멸신호로부터 토모그래피 재구성을 사용하여 비대칭 매연분포를 계산하였다. 매연의 특성상 화염면 부근에서 공간적으로 급격한 변화를 보이기 때문에 정확한 매연분포의 계산을 위해서는 많은 측정각이 필요하였다. 본 연구에서는 주사각의 개수를 늘리는 방법으로 극대값을 따라 내삽하는 방법을 사용하였으며 이로부터 전파되는 오차를 제거할 수 있었다. 이러한 계산 결과의 타당성을 검증하기 위하여 동일한 화염에서 LII 신호를 측정하였으며 계산결과와 잘 일치함을 확인할 수 있었다.

## 후 기

본 연구는 한국생산기술연구원의 연구비 지원으로 이루어 졌으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Dobbins, R. A., Santoro, R. J., and Semerjian, H. G., *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 92, pp. 208-237 (1984)
- (2) Hughley, B. J., Santavica, D. A., *Comb. Science and Tech.*, vol. 29, pp. 167-190 (1982)

- (3) Goulard, R., and Emmerman, P. J., *Inverse Scattering Problems in Optics*, H. P. Baltes, Ed., Springer Verlag, Berlin, pp. 215-235 (1980)
- (4) Appel, J., Jungfleisch, B., Marquardt, M., Suntz, R., and Bockhorn, H., *26<sup>th</sup> Symp.(International) on Comb.* pp. 2387-2395 (1996)
- (5) Shepp, L. A., and Logan, B. F., *IEEE Trans.*, vol. NS-21, pp. 228-236 (1974)
- (6) Dalzel, W. H., and Sarofim, J., *Trans. ASME, Heat Transfer*, vol. 91, pp. 100-104 (1969)
- (7) Lee, C. H., and Chung, S. H., *Atom. and Sprays*, vol. 7, pp. 183-197 (1997)
- (8) 이상민, 황준영, 정석호, 대한기계학회 춘계학술대회논문집, pp. 466-471 (1999)