

## 수정점도 모델을 이용한 직사각형 덕트에서의 부력을 고려한 점탄성 유체의 열전달 특성

### Heat Transfer Behavior of Viscoelastic Fluid including buoyancy effect with Modified Temperature Dependent Viscosity Model in a Rectangular Duct

손창현<sup>1)</sup>, 장재환<sup>2)</sup>

C. H. Sohn, J. H. Jang

The present study proposes modified temperature-dependent non-Newtonian viscosity model and investigates flow characters and heat transfer enhancement of the viscoelastic non-Newtonian fluid in a 2:1 rectangular duct. The proposed modified temperature dependent viscosity model has non-zero value near the high temperature and high shear rate region while on the existing viscosity models have zero value. Two versions of thermal boundary conditions involving difference combination of heated walls and adiabatic walls are analyzed in this study. The combined effect of temperature dependent viscosity, buoyancy, and secondary flow caused by second normal stress difference are all considered. The Reiner-Rivlin model is adopted as a viscoelastic fluid model to simulate the secondary flow caused by second normal stress difference. Calculated Nusselt numbers by the modified temperature-dependent viscosity model gives under prediction than the existing temperature-dependent viscosity model in the regions of thermally developed with same secondary normal stress difference coefficients with experimental results in the regions of thermally developed. The heat transfer enhancement of the viscoelastic fluid in a 2:1 rectangular duct is highly dependent on the secondary flow caused by the magnitude of second normal stress difference.

#### 1. 서론

점탄성 비뉴턴 유체는 제약, 식품산업 및 석유화학제품에 사용되고 있으며 뉴턴유체인 물에 비해 독특한 성질을 가지고 있다. 즉 파이프 내의 난류 유동에 따른 압력 손실은 물에 비해 매우 낮으며 층류에서 난류로의 천이되는 레이놀즈수도 물에 비해 매우 높다. 또한 층류열전달 성능면에서 부가되는 압력손실없이 높은 열전달 특성 때문에 고밀도 전자 패키징의 냉각용매로서의 사용가능성이 높다.

이와 같은 열전달 특성은 Hartnett<sup>(1,2)</sup> 등이 2:1 덕트 내부의 층류유동에서 Separan 수용액(AP-273)과 Carbopol-934 수용액 등의 점탄성 비뉴턴 유체(viscoelastic non-Newtonian fluid)의 실험에서 국소 누셀 수가 물에 비해 200~300% 증가함을 확인하였다. Hartnett 등은 직사각형 덕트에서 점탄성 비뉴턴 유체의 열전달 증가 현상은 부력이 없는 경우 유체의 탄성(elasticity)에 의한 수직 응력 성분의 차이로 생긴 이차유동(secondary flow) 때문이라고 설명하였다. Gao<sup>(3)</sup>는 Reiner-Rivlin 모델을 점탄성 비뉴턴 유체의 수직응력차를 구하는 식으로 사용하여 직사각형 덕트에서 점탄성 유체

의 이차유동의 존재를 수치 해석적으로 확인하고, 이차 수직응력 계수 값의 증가에 따라 열전달 성능이 향상함을 보였다. Jung<sup>(4)</sup> 등은 Reiner-Rivlin 모델에서의 이차 수직응력 계수 값을 실험에 근거한 값을 사용하여 열전달 성능을 계산하였을 때 열전달 성능이 상당히 향상되었으나 이차유동 만으로는 실험의 누셀 수와 차이를 보여주고 있어 이차유동 외의 다른 열전달 향상 메카니즘이 있는 것으로 보고하였다. Shin<sup>(5,6)</sup> 등은 온도에 의존적인 점도 모델을 사용하여 비뉴턴 유체의 열전달 향상의 주원인이 Hartnett 등이 설명하는 이차유동에 의한 원인 보다 고온 부근에서의 점도 감소로 인한 속도 증가에 의해 열전달이 향상한다고 주장하였다. 그리고 Separan AP-273 유체의 열전달 해석 결과, 온도에 의존적이지 않은 유체에 비해 70~200%의 열전달 향상 결과를 발표하였다. 이에 비해 Chang<sup>(7)</sup> 등은 온도에 의존적인 점도 모델을 Shin과는 다른 모델을 사용하여 계산하였으며 Shin의 결과와는 달리 계산된 누셀 수가 실험에 비해 상당히 낮은 값으로 구해졌다.

최근 Shin<sup>(8)</sup> 등의 연구에 따르면 점탄성 유체의 열전달 특성은 이차유동과 온도에 의존적인 점도의 영향이 상호 복합적으로 영향을 미쳐 열전달이

1) 경북대학교 기계공학부 (702-701, 대구광역시 북구 산격동 1370번지)

2) 경북대학교 기계공학부 대학원

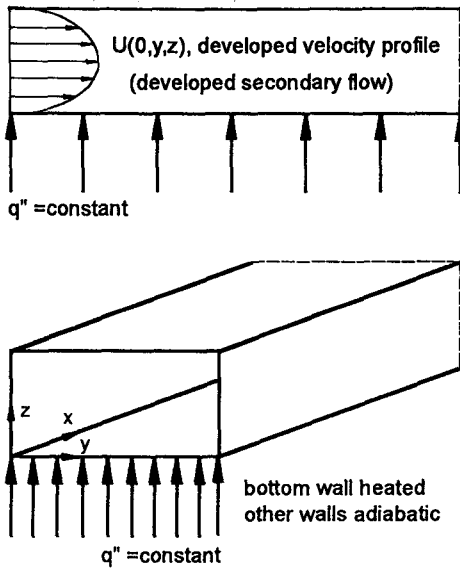


Fig. 1 Physical configurations for hydraulic and thermal boundary conditions of case 1 (heated bottom wall)

항상됨을 밝혔고, Ahn<sup>(9)</sup>과 Sohn<sup>(10)</sup>등은 점탄성 유체의 열전달 현상에 부력의 영향까지를 함께 고려한 열전달 특성을 해석하였다.

이상과 같이 최근 점탄성 비뉴턴 유체의 열전달 현상의 원인을 밝히기 위한 많은 연구가 수행되었으나, 기존의 제시된 온도 의존 점도 모델은 온도가 크게 증가하면 점도가 0의 값으로 접근하여 비물리적인 값을 가지게 되는 문제점을 안고 있다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 문제점을 극복할 수 있는 온도에 의존적인 수정 점도 모델을 제안하고 검증하여 온도에 의존적인 점도의 영향과 점탄성에 의한 이차유동으로 인한 열전달 현상에 미치는 영향을 2:1 직사각형 덕트의 층류유동에서 부력의 영향을 고려하여 하부벽만이 가열된 경우와 상하부벽면 모두 가열된 경우에 대하여 수치적으로 분석, 고찰하고자 한다.

2. 지배방정식 및 수치 기법

Fig. 1은 하부벽만을 가열하는 경우의 2:1 직사각형 덕트의 기하학적 형상과 경계조건을 나타낸 개략도이다. 수력학적 경계조건으로는 직사각형 덕트 입구에서 완전 발달된 유동을 주고, 출구에서는 유동 방향에 대해  $\partial u/\partial x = 0$ 의 조건을 적용하였으며, 모든 벽면에 대해서는 점착조건(no-slip condition)을 적용하였다. 열 경계조건으로는 덕트의 입구 온도는  $T_i$ 로 균일하게 주어지고 출구에서

는  $\partial^2 T/\partial x^2 = 0$ 의 조건을 적용하였다. 그리고 직사각형 덕트의 하부벽(bottom wall)이 가열되는 경우(case 1), 상부벽 및 하부벽이 동시에 가열되는 경우(case 2)의 두 가지 조건에 대하여 해석을 수행하였다. 가열되는 벽면에는 덕트의 축 방향으로 균일한 열유속(heat flux)이 가해지고, 나머지 벽면들은 단열(adiabatic)되어 있는 경우에 대하여 해석하였다.

지배방정식은 3차원 정상상태, 비압축성, 층류유동으로써, 점도는 온도 및 전단율의 함수이며 나머지 물성치는 상수로 가정하였다. 부력의 영향은 Boussinesque 가정을 사용하였으며 무차원 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(u_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(u_i u_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re^+} \left( \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} \right) + \delta_{si} \frac{Gr^*}{(Re^+)^2} T \tag{2}$$

$$\frac{\partial(T u_i)}{\partial x_i} = \frac{1}{Pr^+ Re^+} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \right] \tag{3}$$

식 (2)에서 우변 마지막 항은 부력항을 나타낸다. 그리고 무차원 변수는 다음과 같이 정의된다.

$$x = \frac{\bar{x}}{D_h}, \quad u = \frac{\bar{u}}{U_{avg}}, \quad P = \frac{\bar{P} - \bar{P}_{ref}}{\rho_{ref} U_{avg}^2}, \quad \rho = \frac{\bar{\rho}}{\rho_{ref}},$$

$$\eta = \frac{\bar{U}_{avg}^{1-n}}{K \bar{D}_h^{1-n}} \bar{\eta}, \quad k = \frac{\bar{k}}{k_{ref}}, \quad T = \frac{\bar{T} - \bar{T}_i}{\bar{q}'' \bar{D}_h / k_{ref}},$$

$$Re^+ = \frac{\bar{\rho}_{ref} \bar{D}_h^n \bar{U}_{avg}^{2-n}}{K}, \tag{4}$$

$$Pr^+ = \frac{K \bar{C}_{ref}}{k_{ref}} \left( \frac{\bar{D}_h}{\bar{U}_{avg}} \right)^{1-n}, \quad Gr^* = \frac{\bar{g} \bar{\beta} \bar{q}'' \bar{D}_h^4}{k_{ref} \nu_{ref}^2}$$

무차원 전단율은 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\gamma} = \left[ 2 \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{1/2} \tag{5}$$

기존의 연구에서 Shin<sup>(5,6)</sup>이 제안한 온도와 전단율에 의존적인 점도 모델은 아래와 같다.

$$\frac{\eta(\dot{\gamma}, T) - \eta_\infty}{\eta_{0ref} 10^{(\xi T) - \eta_\infty}} = [1 + (De 10^{(\xi T) \dot{\gamma}})^2]^{(n-1)/2} \tag{6}$$

위 식에서  $De$ 는 데보라 수이고  $\xi$ 는  $\eta$  대  $T$ 의 기울기를 나타내며,  $\xi$ 는 시간 상수(time constant)에 대한 온도 의존도를 나타내는 상수이다. Separan 수용액의 경우  $De$ 는 100,  $\xi$ 는 -8.35,  $\xi$ 는 -14.9의 값을 적용하였고 멱법칙(power law) 지수  $n$ 은 Shin<sup>(7)</sup>이 사용한 온도의 함수로 주어진다. 그런데 식 (6)의 온도 의존 점도 모델은 온도가

크게 증가하면 식 (6)에서 온도 T가 포함된 항은 0 이 되고 따라서 점도가 0의 값으로 접근한다.

또한, Chang<sup>(7)</sup>이 사용한 비뉴턴 온도 의존 점도 모델은 다음과 같다.

$$\mu = \exp(-Q\theta) \times \left\{ \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) [1 + (Cu)^2]^{\frac{n-1}{2}} \right\} \quad (7)$$

위 식에서  $\theta$ 는 무차원 온도이고, Q는 점도의 온도 의존도를 나타내는 값이다. 이 모델에서도 마찬가지로 온도가 크게 증가하면 점도가 0이 되는 문제를 내포하고 있다.

본 연구에서 사용한 온도와 전단율에 의존적인 점도는 Chang<sup>(7)</sup>이 제안한 점도 모델을 수정하여 사용하였으며 아래와 같다.

$$\mu = \exp(-Q\theta) \times \left\{ (\mu_0 - \mu_{\infty}) [1 + (Cu)^2]^{\frac{n-1}{2}} \right\} + \mu_{\infty} \quad (8)$$

기존의 점도 모델들에서는  $\eta_{\infty}$  값을 0으로 주고 있는데 반해, 수정 점도 모델은 온도에 따른 점도의 하한값으로  $\eta_{\infty}$ 을 실험 결과로부터 최소 자승법 (least-square method)으로 선정하였다. 수정된 점도 모델인 식(8)은 온도가 크게 증가할 경우 점도가  $\eta_{\infty}$ 의 값으로 접근하도록 수정하여 점도가 0이 되는 비 물리적인 현상을 막을 수 있다.

Fig. 2는 식(6), 식(7), 그리고 수정 제안한 식 (8)에 의해 계산된 결과를 Shin & Cho [6]의 실험 결과와 비교하였다.

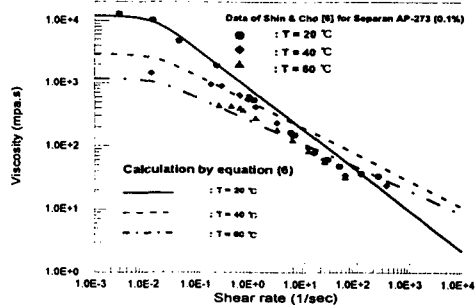
Fig. 2(a)는 점도가 서로 겹쳐져서 낮은 온도에서의 점도값이 높은 온도에서의 점도값보다 오히려 낮게 나타나는 데 이는 식(6)의 멱법칙 지수 n을 Shin<sup>(7)</sup>이 사용한 온도의 함수로 주었기 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 2(b)는 전단율과 온도가 높은 영역에서 점도가 0의 값으로 접근하는데 이는 앞에서 언급했듯이 식(7)이 온도가 크게 증가하면 점도가 0이 되는 문제를 내포하고 있기 때문이다. 이에 반해 Fig. 2(c)는 식(8)에서 전단율과 온도가 크게 증가할 경우 점도가  $\eta_{\infty}$ 의 값으로 접근하도록 수정하여 점도가 0이 되는 비 물리적인 현상을 보이지 않고 있다.

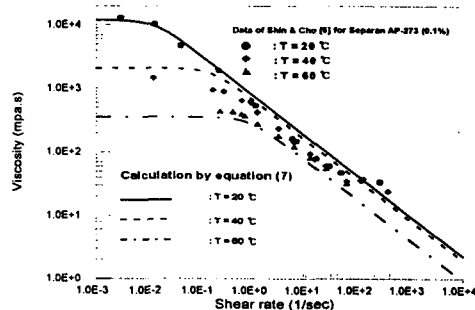
한편, 이차 수직 응력차에 의해 발생하는 이차 유동은 Gao와 Hartnett<sup>(4)</sup>이 사용한 Reiner-Rivlin 모델을 이용하여 다음과 같이 나타내었다.

$$\tau_{ij} = \eta \dot{\gamma}_{ij} + \alpha_2 \dot{\gamma}_{ik} \dot{\gamma}_{kj} \quad (9)$$

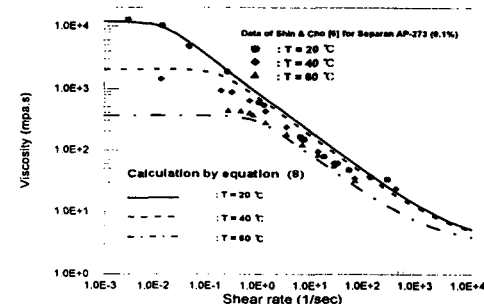
여기서 무차원 이차 수직응력 계수  $\alpha_2$ 는 다음과 같다.



(a) Shin's model



(b) Chang's model



(c) Modified model

Fig. 2 The comparison of three viscosity models with experimental data of Shin & Cho [6]

$$\alpha_2 = \frac{Re^+}{D_h^2 \bar{\rho}_{ref}} \bar{a}_2 \quad (10)$$

수치 기법으로는 Patankar<sup>(11)</sup>에 의해 제안된 SIMPLE 알고리즘에서 압력 보정식 (pressure correction equation)을 수정한 SIMPLE-C 알고리즘을 채택하였다. 대류항 (convection term)에 대해서는 Hayase 등<sup>(12)</sup>에 의해 제안된 QUICK scheme으로 이산화 (discretization)하여 경계면에서도 3차의 정확도를 가지도록 처리하였다. 수렴 조건은 이차유동장의 크기가 주유동장 크기의  $10^{-3}$  정도이므로 이차유동의 정확도를 최소한 0.1%의

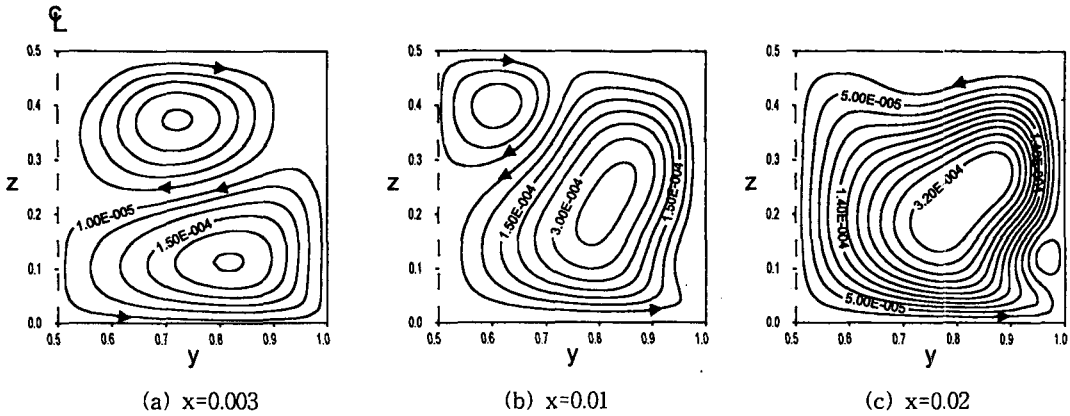


Fig. 3 Development of secondary flow pattern along the dimensionless axial direction of case 1 (heated bottom wall)

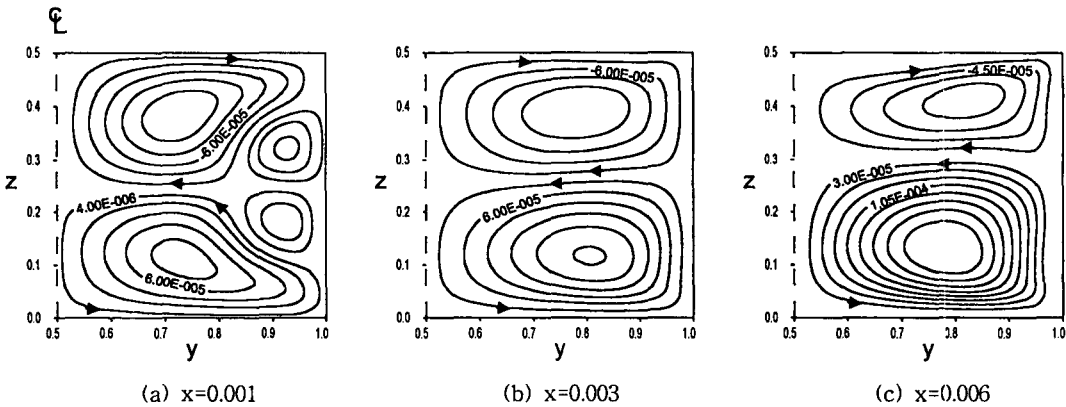


Fig. 4 Development of secondary flow pattern along the dimensionless axial direction of case 2 (heated top and bottom wall)

범위 안에 두기 위해  $|\phi^{(n) \text{ step}} - \phi^{(n-1) \text{ step}}| < 10^{-6}$  을 사용하였다. 수치 계산의 격자계로는 2:1 덕트에서의 뉴턴 유체와 비뉴턴 유체의 엄밀해와 비교한 결과<sup>(13)</sup>, 계산의 정확도를 만족시킬 수 있는  $41 \times 41$  격자를 덕트 단면에서 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1. 속도장의 변화

Fig. 3과 4는 주유동이 진행함에 따른 이차유동의 변화를 덕트의 오른쪽 단면에서의 이차유동 유선(streamline)으로 나타내었다. Fig. 3은 하부벽에 열유속이 가해지는 경우이며, 하부의 이차유동 셀이 상부벽쪽으로 확대되어 열적으로 완전 발달된  $x=0.02$ 인 지점에서 하나의 셀로 합쳐진다.

Fig. 4는 상부벽과 하부벽이 모두 가열되는 경우이며, 온도에 의존적인 점도는 상부벽 근처와 하부벽 근처에서 동시에 이차유동 속도를 증가시켜 유동셀을 확장시키지만, 하부벽 근처에서 발생한 부력에 의한 이차유동이 가세하여 덕트 하부의 이차유동 셀이 더욱 확대된다.

Fig. 5는 점탄성 유체의 이차 수직응력차에 의한 이차유동과 부력에 의한 이차유동이 모두 존재하는 Case 1의 하부벽이 가열되는 경우에 대하여 주유동의 변화를 나타내었다. Fig. 5(a)는  $y=0.5$ 인 덕트의 중간 단면에 대하여, (b)는 측면 벽쪽에서  $y=0.1$  떨어진 단면에 대하여  $z$ 축에 따른 무차원화된 주유동 방향 속도분포를 보여주고 있다.  $x$ 축 방향으로 유동이 진행하면서 덕트의 중간 단면에서의 속도는 감소하고 측면벽 근처에서의 속도는 증가하며 전체적으로는 주유동의 최대 속도를 나타내는 지점의 위치가 하부벽 쪽으로 움직이고 있

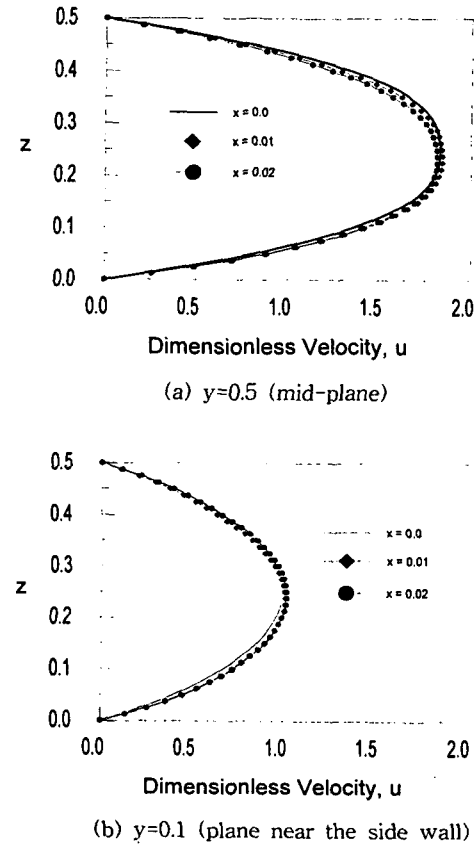


Fig. 5 Dimensionless axial velocity profiles along vertical direction (heated bottom wall)

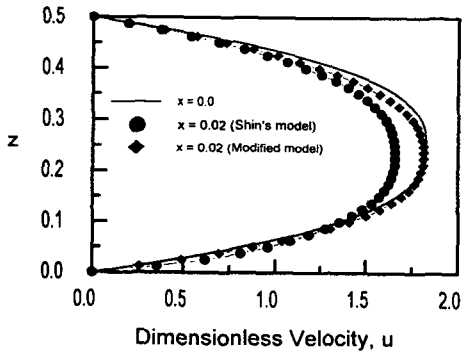
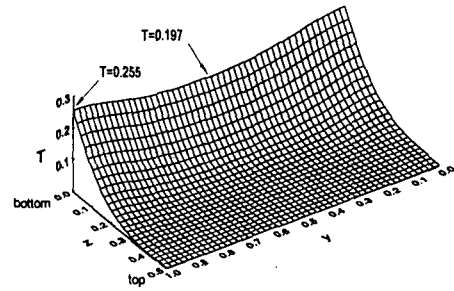


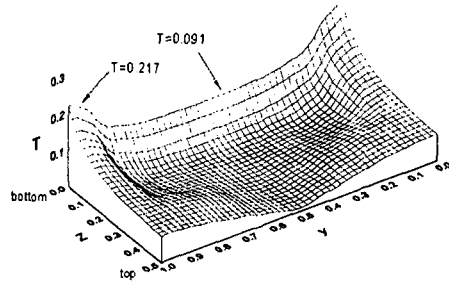
Fig. 6 The comparison of two numerical results in 2:1 rectangular duct with bottom-wall heated

음을 볼 수 있다.

이는 균일한 열유속이 가해지는 하부벽에 의한 유체의 온도 증가가 덕트의 중간 부분보다 측면벽



(a) constant property fluid (CPF)



(b) Separan

Fig. 7 Dimensionless temperature at  $x=0.02$  in a cross-section of duct (heated bottom wall)

쪽이 더 크고, 측면벽 쪽 온도의 증가로 점도가 감소하여 벽면쪽 속도가 증가하였으며 질량 보존의 개념에 의해 상대적으로 점도의 감소가 덜한 덕트의 중간 부분에서는 속도가 감소되었으므로 설명할 수 있다.

Fig. 6은 주유동 방향 속도분포에 대해 본 계산의 결과를 Shin<sup>(5,6)</sup>에 의해 제시된 점도 모델을 사용한 계산 결과와 비교하였다. Shin에 의해 제시된 점도 모델을 사용한 중앙 대칭단면에서의 주유동 속도는 수정 점도 모델에 비해 속도감소가 매우 큼을 알 수 있다. 이는 Shin에 의해 제시된 점도 모델이 높은 온도와 벽면 근처의 높은 전달율의 조건에서 점도가 영에 가까운 낮은 값을 가지기 때문에 벽면부근에서의 속도증가로 상대적으로 낮은 온도영역인 중앙에서의 속도는 감소된 것으로 생각된다.

### 3.2. 온도장의 변화

2:1 직사각형 덕트 내부 유동에서 점탄성 비뉴턴 유체인 Separan 수용액의 비교 대상으로 물성치가 항상 일정한 유체(constant property fluid, CPF)를 선택하여 하부벽이 가열되는 경우에 대하여 해석

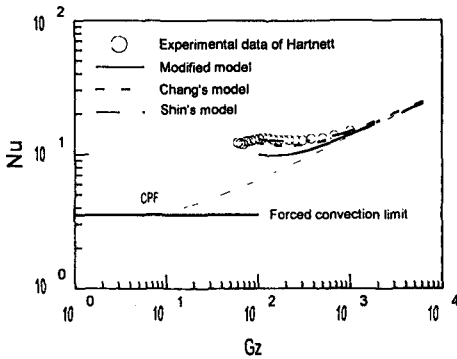


Fig. 8 The comparison of three numerical results with  $\alpha_2 = 0.1\alpha_1$  in 2:1 rectangular duct with bottom-wall heated

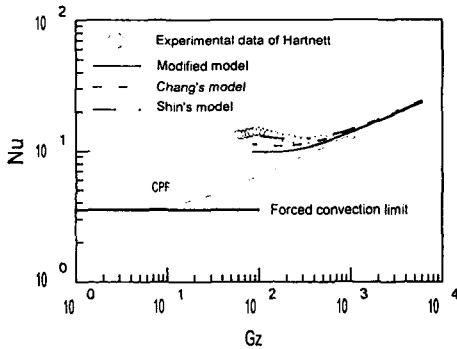


Fig. 9 The comparison of three numerical results with  $\alpha_2 = 0.1\alpha_1$  in 2:1 rectangular duct with top & bottom-wall heated

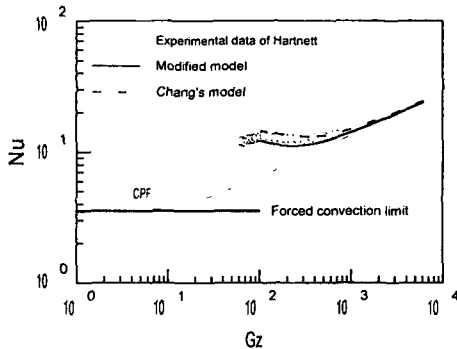


Fig. 10 The comparison of two numerical results with  $\alpha_2 = 0.15\alpha_1$  in 2:1 rectangular duct with bottom wall heated

하였다.

Fig. 7(a)는 CPF에 대하여, Fig. 7(b)는 Separan 수용액에 대하여 주유동 방향으로  $x=0.02$ 인 지점의 온도 분포를 나타낸다. 균일한 열유속이 가해지는 하부벽의 온도를 볼 때 본 연구의 대상인 Separan 수용액에 비해 CPF의 온도가 높으며, 이와는 반대로 상부벽의 온도는 Separan 수용액의 경우가 CPF의 경우보다 높음을 볼 수 있다. 또한 Separan 수용액의 경우에는 덕트의 하부벽 근처의 양 측면벽 쪽을 제외한 덕트의 전 단면에 걸쳐 대체로 균일한 온도 분포를 보이고 있다. 이는 Separan 수용액의 경우 이차유동이 하부벽 근처의 가열된 유체를 덕트의 전 단면으로 이송시켰기 때문으로 설명할 수 있으며, 이로부터 이차유동이 열 전달 향상의 주요한 요인임을 알 수 있다.

Fig. 8과 Fig. 9는 이차 수직응력차 계수  $\alpha_2 = 0.0031$  ( $\alpha_2 = 0.1\alpha_1$ ) 을 사용했을 경우 본 연구에서 제시한 수정모델과 Shin<sup>(5,6)</sup>과 Chang<sup>(7)</sup>이 사용한 점도 모델의 계산 결과를 동일한 레이리 수(Rayleigh number)의 Hartnett<sup>(3)</sup>의 실험치와 비교하였다. 이 그림에서 수정 점도 모델이 다른 점도 모델에 비해 낮은 누셀수를 보여주고 있는데 이는 Shin<sup>(5,6)</sup>과 Chang<sup>(7)</sup>에 의해 제시된 온도에 의존적인 점도 모델들은 온도가 증가함에 따라 점도가 무한히 작은 값으로 떨어진다는 문제점과 Shin에 의해 제시된 점도 모델의 경우 쓰법칙 지수 n을 Shin<sup>(7)</sup>이 사용한 온도의 함수로 주었기 때문인 것으로 생각된다. 이에 반해 새로운 점도 모델은 온도가 크게 증가할 경우 점도가  $\eta_\infty$ 의 값으로 접근하도록 수정하여 다른 점도 모델에 비해 하부벽 부근에서의 속도 증가가 줄었기 때문이다.

Fig. 10은 이차 수직응력차 계수  $\alpha_2 = 0.0045$  ( $\alpha_2 = 0.15\alpha_1$ ) 을 사용했을 경우 본 계산의 결과를 Chang<sup>(7)</sup>에 의해 제시된 점도 모델을 사용한 계산 결과와 비교하였다.

$\alpha_2 = 0.15\alpha_1$ 의 값은 Jung<sup>(4)</sup>의 선행연구에서 이차유동측정치와 수치계산 비교를 통해 가장 적합한 계수로 선정된 값이다. Fig. 10은  $\alpha_2 = 0.0045$  을 사용했을 경우가  $\alpha_2 = 0.0031$  을 사용한 계산보다 Hartnett<sup>(3)</sup>의 실험치와 보다 잘 일치함을 보여준다. 이는  $\alpha_2$  에 의한 이차유동이 열전달 향상에 크게 영향을 미침을 나타내고 있다.

#### 4. 결론

본 연구는 기존의 온도 의존적 점도 모델들이 온도가 증가하면 점도가 0의 값에 접근하는 문제점을 극복할 수 있는 새로운 온도 의존적 점도 모델의 개발을 통해 2:1 직사각형 덕트내에서 부력의



영향을 함께 고려하여 점탄성 유체인 Separan 수용액에 의한 열전달 향상 메커니즘을 연구하였다.

본 연구에서 사용한 새로운 점도 모델은 온도에 따른 점도의 하한값으로  $\eta_{\infty}$ 을 실험 결과를 이용하여 선정하고, 온도가 크게 증가할 경우 점도가  $\eta_{\infty}$ 의 값으로 접근하도록 수정하였다.

수정된 온도 의존적인 점도 모델을 사용한 국소 누셀수는 기존의 점도 모델에 비해 낮은 값을 예측하였다. 이는 기존의 점도 모델이 높은 온도와 벽면근처의 높은 전단율의 조건에서 점도가 영에 가까운 낮은 값을 가져, 과도한 속도분포의 왜곡을 일으켰기 때문이다. 그리고, 이차 수직응력차 계수 ( $\alpha_2$ )의 변화에 따라 국소 누셀 수의 변화가 큼을 알 수 있다.

### 참고문헌

- (1) J. P. Hartnett and M. Kostic, 1985, "Heat Transfer to a Viscoelastic Fluid in Laminar Flow through a Rectangular Channel", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, pp.1147~1155
- (2) J. P. Hartnett, 1991, "Viscoelastic Fluids : Experimental Challenges", *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, Thermodynamics*, Elsevier Science Publishing Company, pp.621~626.
- (3) S. X. Gao and J. P. Hartnett, 1996, "Heat Transfer Behavior of Reiner-Rivlin Fluids in Rectangular Ducts", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 6, pp.1317~1324.
- (4) 정석호, 손창현, 신세현, 1998, "직사각형 덕트에서 Reiner-Rivlin 유체의 이차유동 및 열전달에 관한 수치 해석", *대한기계학회논문집(B)*, 제 22권, 제9호, pp.1208~1216
- (5) Sehyun Shin, Young I. Cho, William K. Gringrich and Wei Shyy, 1993, "Numerical Study of Laminar Heat Transfer with Temperature Dependent Fluid Viscosity in a 2:1 Rectangular Duct", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 18, pp.4365~4373.
- (6) Sehyun Shin, Young I. Cho, 1994, "Laminar Heat Transfer in a Rectangular Duct with a Non-Newtonian Fluid with Temperature Dependent Viscosity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, Suppl. 1, pp.19~30.
- (7) P. Y. Chang, F. C. Chou, C. W. Tung, 1998 "Heat Transfer Mechanism for Newtonian and Non-Newtonian Fluids in 2:1 Rectangular Ducts", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, pp.3841~3856.
- (8) S. Shin, H. H. Ahn, Y. I. Cho and C. H. Sohn, 1999, "Heat Transfer Behavior of a Temperature-Dependent Non-Newtonian Fluids with Reiner-Rivlin Model in 2:1 Rectangular Ducts", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42
- (9) 안성태, 손창현, 신세현, "점탄성 유체의 부력에 의한 열전달 수치해석", *대한 기계학회 1997년도 추계 학술 발표 논문집*, pp. 203~208. KSME 97F215

(10) 손창현, 안성태, 장재환, "부력의 영향을 포함한 점탄성 유체의 열전달에 관한 수치해석", *한국 전산유체공학회 1998년도 추계 학술 대회 논문집*, pp. 114~120.

(11) S. V. Patankar, 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill Book Company.

(12) T. Hayase, J. A. C. Humphrey and R. Greif, 1992, "A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures", *J. Computational Physics*, Vol. 98, pp.108~118.

(13) 김병석, 신세현, 손창현, 1997, "직사각형 덕트에서 전단율에 의존적인 열전도율을 갖는 비뉴턴 유체의 열전달 향상에 관한 수치적 연구", *대한기계학회논문집(B)*, 제 21권, 제6호, pp.773~778