Navier-Stokes 방정식을 이용한 천음속 익형의 설계최적화 연구

Design Optimization of Transonic Airfoils Based on the Navier-Stokes Equation

이 형 민[1], 조 창 열[2]

The airfoil design optimization procedures based on the Navier-Stokes equations were developed. This procedure enables more realistic and practical transonic airfoil designs. The modified Hicks-Henne functions were used to generate the shape of airfoils. Five Hick-Henne functions were used to design upper surface of airfoil only. To enhance the ability of Hick-Henne function to generate various airfoil shape with limited number of functions, the positions of control points were adjusted through optimization procedure. The design procedure was applied to the single-point design for the drag minimization problem with lift and area constraints. The result shows the capability of the procedure to generate much realistic airfoils with very small drag-creep in the low transonic regime. This is mainly due to the viscosity effect of Navier-Stokes flow analysis. However, in the higher transonic range the drag-creep appears. The multi-point design is shown to be an effective way to avoid the drag-creep and improve off-design performance which is very similar in the Euler design.

1. 서 론

수치공력설계최적화법은 전산유체역학을 항공기 설계에 응용하는 분야로서, 역설계(inverse design)와 더불어 1970년대 중반부터 연구되기 시작한 분야이다. 공력설계법에는 크게 Volpe 와 Melnik[1]의 역설계법(inverse method)과 Hicks et al[2]의 수치최적화법(numerical optimization), 그리고 호도그래프법 및 가상기체법(fictitious gas concept) 등으로 구분할 수 있다.

일반적으로 역설계법이 계산시간이 짧으므로 공력설계 도구로는 가장 널리 사용되고 있으나, 근본적인 문제점인 closure problem(주어진 압력분포가 특별한 조건을 만족시키지 않으면 설계된 날개 꼴의 뒷전이 닫히지 않음)이 있으므로, 이 방법을 효과적으로 사용하려면 많은 설계경험이 요구된다. 반면 수치최적화법은 계산시간이 오래 걸리기 때문에, 실용적인 공력설계 수단으로서는 역설계법보다 상대적으로 적게 사용되지만, 이 방법은 자동화된 설계능력, 다중설계점(multi-point)설계 및 수많은 제약조건을 가진 항공기 전체에 대한 다중학제(multi-disciplinary)설계 등에 사용될 수 있다는 큰 장점들이 있고 또한 최근의 급속한 컴퓨터기술의 발달에 힘입어 계속적으로 연구가 많이 진행되고 있다.

수치최적화 방법이 계산시간이 많이 걸리는 이유는 설계를 수렴시키는데 수많은 전산해석이 반복되어야 하기 때문이다. 이를 개선하기 위하여 Vanderplaats와 Hicks[3] 는 꼴함수(shape function) 개념을 사용하였고, Aidala et al[4]은 역설계법을 응용해서 개량한 꼴함수를 사용하였으며 Vanderplaats[5] 및 Joh et al[6]은 최적화과정 자체를 효율화시킨 바가 있다.

1) 울산대학교 수송시스템공학부 대학원
2) 정회원, 울산대학교 수송시스템공학부

최근에 와서는 아직까지 설계소요시간 면에서는 만족스럽지는 않지만 수치최적화기법에 유전이론[7,8]을 도입하여 시도하기도 하고, 다중설계점 설계최적화[9,10] 및 점성을 고려한 Navier-Stokes 방정식을 이용한 설계최적화[10,11]도 많은 연구가 진행되고 있는 추세이다. Navier-Stokes방정식의 사용은 비록 시간이 많이 소요되기는 하지만 완료된 설계에 보다 신뢰성(reliability)을 부여할 수 있기 때문에 선호하고 있는 추세이다.
본 연구에서는 Navier-Stokes해석으로 설계최적화를 수행함으로서 유체해석 코드가 압축성 뿐 만 아니라 점성까지 포함하여 보다 실제에 가까운 해석을 할 때 그것이 설계최적화 결과에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 설계 수식화

2-1 설계 문제

단일설계점 설계 (Single-Point Design)

본 연구에서 다루는 단일설계점 설계문제는 다음과 같이 양력과 익형의 단면적 제약조건을 가진 웨이브항력(wave drag)의 최소화 문제이다.

$$\begin{aligned} &\textit{minimize} && C_d\,(\overline{X}) \\ &\textit{subject to} && C_l\,(\overline{X}) \geq C_{l_0} \\ & && A\,(\overline{X}) \geq A_0 \end{aligned}$$

여기서 C_l 과 C_d 는 각각 양력계수와 항력계수를 나타내고 A 는 날개끌의 단면적을 나타낸다. C_{l_0} 와 A_0 는 각각 양력계수와 항력계수의 초기값을 나타낸다.

이중설계점 설계 (Two-Point Design)

이중설계점 설계문제는 다음과 같이 각기 다른 두 비행조건에서 양력과 익형의 단면적 제약조건을 가진 웨이브항력(wave drag) 최소화 문제이다.

$$\begin{aligned} &\textit{minimize} && f(\overline{X}) = \lambda C_{d_1}(\overline{X}) + (1-\lambda) C_{d_2}(\overline{X}) \\ &\textit{subject to} && C_l \geq C_{l_0} \\ & && A \geq A_0 \end{aligned}$$

여기서 λ 는 두 비행조건의 가중인자를 나타낸다.

2-2 끌함수(shape function)와 설계변수

설계 날개끌을 다음과 같이 끌함수의 가중선형중첩으로 표시한다.

$$Y = Y_0 + \sum_{1}^{n} X_i\, Y_i\left(\frac{x}{c}\right)$$

여기서, Y 는 설계된 날개끌의 좌표로서, $Y = y/c$ 로 표시되고, Y_0 는 기저익형(base airfoil), X_i, Y_i 는 설계변수 및 끌함수를 각각 나타낸다. 여기서 끌함수는 다음과 같은 Hicks-Henne 함수형, Wagner 함수형, Legendre 다항식형, patched 다항식형, Vanderplaats 타입의 기존익형 등을

다양하게 사용할 수 있다.

2-3 유체해석코드

천음속흐름을 해석하기 위해 사용한 코드로는 오일러 해석용인 FLO-53[16]과 이를 Navier-Stokes 해석용으로 확장한 코드이다. Jameson 형태의 4차 Runge-Kutta 시간적분법을 사용하였고, 보존성이 뛰어난 셀 중심 유한체적법과 2차의 중앙차분법을 공간이산화에 채택하였고, 해의 안정성을 위해 인공점성항을 추가하였다. 수렴성을 증진시키기 위하여 다중격자(Multigrid)를 채택하였고, 국부시간간격 및 총엔탈피 감쇄(Total Enthalpy Damping) 등의 여러 기법들이 사용되고 있다. Navier-Stokes 해석은 박층(Thin-Layer)가정을 사용하였으며 Baldwin과 Lomax 난류모델을 채택하고 있다. 계산에 사용한 격자는 C-형태의 쌍곡선형 격자(Hyperbolic Grid)로서, 외부경계에 제한이 없기 때문에 직교성과 원만성 등이 특히 뛰어난다. 외부 경계조건은 먼거리(Far-Field)를 특히 잘 묘사하는 특성경계조건(Characteristics-based Boundary Conditions)을 사용하였다. Navier-Stokes 격자의 크기는 320×64 이다.

2-4 수치최적화 알고리즘

전산유체역학을 응용한 수치최적화 문제에 가장 대중적으로 사용되고 있는 알고리즘인 DOT[18]를 사용하였다. DOT는 비선형 최적화문제에 사용할 수 있는 범용 최적화 프로그램이며 Vanderplaats 등[18]에 의하여 개발되었다. 제약최적화문제를 위해 유용방향법(Feasible Direction Method), 선형계획법(Linear Programming Method), 이차계획법(Quadratic Programming Method) 등의 3가지 방향탐색 알고리즘을 선택하여 사용할 수 있으며, 다항식보간법(Polynomial Interpolation)을 일차원 탐색(One-Dimensional Search) 알고리즘으로 사용한다. 또한 비제약최적화문제의 방향탐색을 위해 유사뉴턴법(BFGS)과 공액경사도법(Conjugate Gradient Method)을 제공한다. 본 연구에서는 비제약최적화를 위해서는 공액경사도법과 제약최적화를 위해서는 수정유용방향법(Modified Feasible Direction Method)을 사용하였다.

3. 설계결과 및 고찰

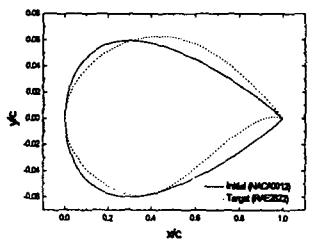
3-1. 형상표현능력의 시험

여러 종류의 꼴함수에 대해 형상표현능력을 우선적으로 시험해 보았다. 시험기준으로는 다음과 같이 목표익형과 설계익형사이의 형상차이의 합(sum of residuals)을 선정하였고, 수치 최적화기법을 사용하여 이를 최소화하도록 하였다.

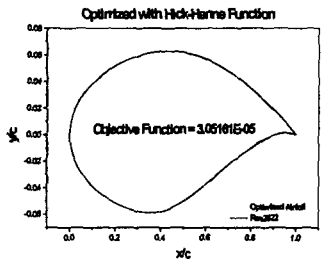
$$S_r = \sum_{1}^{N} [\, y/c(x_i)_{target} - y/c(x_i)]^2$$

이는 비제약 최적화 문제이므로 Fletcher와 Reeves의 공액경사도법을 사용하여 최적화 하였다. 사용한 꼴함수로는 Vanderplaats 타입의 기존익형 형, Hicks-Henne 함수형, Legendre 다항식형, patch 다항식형, Wagner 함수형 등이다. 그림 1은 시험 결과를 보여주고 있는 데, Vanderplaats의 기존익형을 사용하는 경우가 가장 형상표현 능력이 뒤떨어지고 patch 다항식형이 이와 유사하게 열등하며, Legendre 다항식형과 Hick-Henne 함수형이 유사하게 좋은 표현능력을 가지고 있는 것으로 나타났다. 그러나 Hick-Henne 함수형은 Legendre 다항식형에 비해 제어점을 조절할 수 있

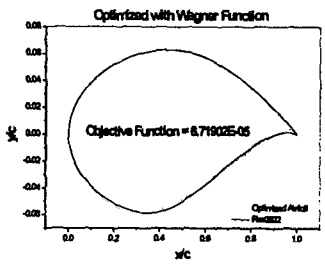
는 기능이 있으므로 이를 잘 조절하면 그림 1(g)에서 보는 것과 같이 S_r이 3.0516E-5에서 5.9210E-6으로 낮아진다. 즉, 제어점을 조절할 수 있는 Hick-Henne 형이 Legendre 다항식형보다 우수한 형상표현능력을 가진다는 것을 나타낸다.
그러므로 본 연구에서는 형상생성을 위해 Hicks-Henne 함수형을 기본으로 사용하기로 하였고, 추가로 제어점 조절을 통한 Hicks-Henne 꼴함수의 형상표현능력을 개선하기로 하였다.



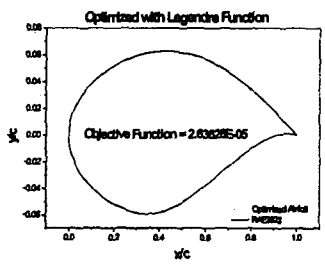
(a) Initial and Target Airfoil



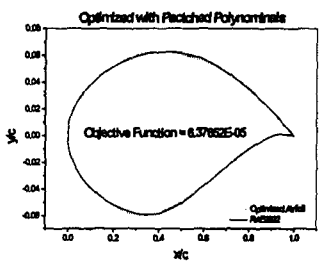
(b) Hick-Henne Function



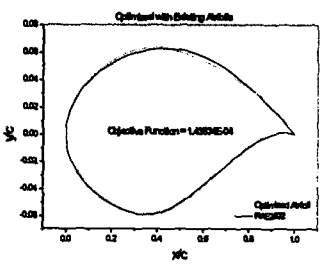
(c) Wagner Function



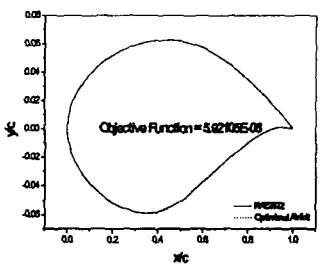
(d) Legendre Function



(e) Patched Polynomials



(f) Existing Airfoils(Vanderplaats)



(g) Hick-Henne Function with Control Point Adjusted

그림 1. Shape Function 별 형상표현 능력

설계변수의 증가는 계산시간의 증가를 가져오므로, 설계최적화과정의 정립이 목표인 본 연구에서는 천음속 익형설계의 주요 부분인 윗면만을 위해 우선적으로 5개의 설계변수를 사용하였고 아래면은 형상을 고정시켜 설계에서 제외시켰다. 제한된 설계변수의 수를 가지고 천음속 익형의 생성능력을 가능한 향상시키기 위하여, 추가적으로 기 설계된 천음속 익형을 조사하여 적합한 제어점의 위치를 찾아내는 방안을 채택하였다. 이를 위하여 Hicks-Henne 꼴함수와 제어점의 위치를 동

시에 설계변수로 사용하여 대표적인 천음속 익형들을 생성한 후, 각 익형에서 파악된 제어점을 비교하여 가능한 여러 형상들을 모두 잘 표현할 수 있는 위치를 결정하도록 하였다. 사용된 익형들은 RAE2822, SC0414, SC0710, SC20614 및 Korn 익형이다. 5개의 설계변수를 이용해서 윗면만을 변화시키는 최적화의 경우는 제어점은 (0.1, 0.45, 0.65, 0.85)으로 하는 것이 천음속 익형을 가장 잘 표현할 수 있는 것으로 나타났다. 이는 K. D. Lee 등[9,10,11]에서 5개의 설계변수로 최적화할 때 사용한 제어점보다도 최소한 본 연구에 사용된 몇 가지 익형에 대해서는 형상을 훨씬 더 잘 표현할 수 있는 것으로 나타났다.

이상에서 구한 제어점(0.1, 0.45, 0.65, 0.85)을 가진 Hick-Henne 함수의 형상표현능력을 살펴보았다. 여기서 RAE2822를 제외한 SC0414, SC0710, SC20614 및 Korn의 경우는 제어점까지 설계변수에 포함시킨 9개의 설계변수로 최적화했을 때보다 오히려 목적함수가 더 감소하였다. 이는 국부최적해의 존재를 시사하고 있다. 국부최적해인지를 확인하기 위하여 제어점이 (0.1, 0.45 0.65 , 0.85)인 경우와 제어점의 위치까지 포함된 9개의 설계변수로 최적화 했을 때의 결과를 중심으로 다음과 같은 방법으로 설계공간(design space)을 정밀 조사하였다.

$$\overline{X} = \overline{X}_2 + \lambda\ (\ \overline{X}_1 - \overline{X}_2)$$

여기서 λ 는 중간 설계 $\overline{X}_1$ 과 $\overline{X}_2$ 사이의 비례거리를 나타내고 있으며 $0 \le \lambda \le 1$ 의 값을 가지도록 하였다.

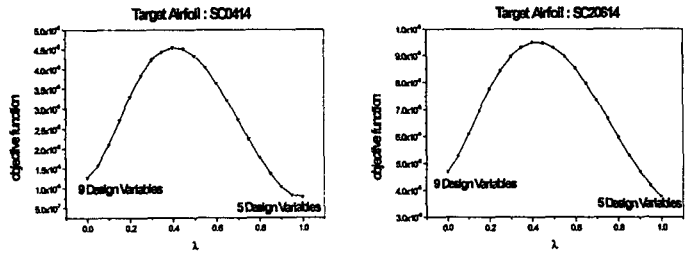


그림 2. Hick-Henne 꼴함수를 사용하였을 경우 설계공간의 조사

그림 2는 목표익형 SC0414 과 SC20614의 두 경우에 대해서 설계공간의 조사결과를 보여주고 있으며, 앞에서 구한 두 경우의 최적해가 국부최적해임을 명확히 알 수 있다. 그러므로 Hick-Henne 함수를 제어점과 같이 설계변수로 사용하면 국부최적해가 쉽게 존재하게 된다. 즉 형상을 생성하는 단계에서부터 이미 국부최적해를 발생시킬 가능성을 가지게 됨을 알 수 있다.

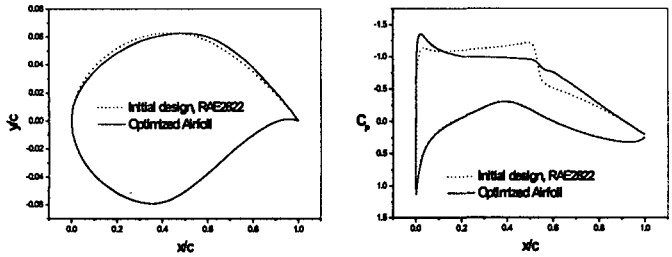
3-2. Navier-Stokes 방정식을 이용한 단일설계점 설계최적화

$M_\infty = 0.726$, $\alpha = 2.44$ 에서 단일설계점 설계최적화를 수행하였다. 격자크기는 320×64 이며, 민감도 계산은 1차의 유한차분을 이용해서 계산하였다. 표 1과 그림 3은 단일설계점 Navier-Stokes 설계결과를 보여주고 있다. 초기형상은 RAE2822로 하였는 데, 항력계수는 0.01241에서 0.00997까지 떨어졌다. 천음속에서 점성에 의한 표면마찰항력은 웨이브항력에 비해 아주 작으며 실제 최적화에 의해 감소시키기가 어려우므로[11], Navier-Stokes 설계에서 웨이브항력이 주로 감소하였다. 그러나 그 감소폭은 오일러설계[6]에 비해 훨씬 작아서, 점성을 고려했을 때는 보다 실제에 가까운 설계가 되고 있음을 알 수 있다. 최적화 진행시에도 국지 형상의 변화에 대한 압력변화의 민감

도가 떨어지고 이에 따라 그림 3(b)에서 보는 것과 같이 형상의 변화 폭도 그렇게 크지 않으며 목적함수(항력계수)도 오일러 설계에 비해 많은 이득을 얻지 못하게 된다. 즉 Navier-Stokes 설계는 점성의 영향으로 인하여 오일러 설계보다 실제에 가까운 실용적인 설계 결과를 생성할 수 있다.

표 1. 단일설계점 Navier-Stokes 설계 결과 ($M_\infty = 0.726$, $\alpha = 2.44$)

	설계변수(design variables)					C_d	C_l	A
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5			
initial design	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.01241	0.7697	0.0778
final design	0.2817	-0.2341	-0.0870	0.5236	-0.2147	0.00997	0.7798	0.0778



(a) 설계 결과 (b) Cp distribution

그림 3. 단일설계점 Navier-Stokes 설계 결과 ($M_\infty = 0.726$, $\alpha = 2.44$)

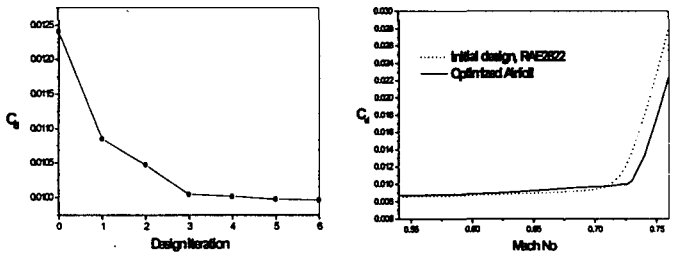


그림 4 . 단일설계점 Navier-Stokes설계의 수렴과정과 탈설계성능

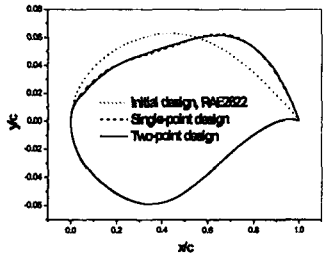
그림 4에서는 설계된 익형에 대하여 탈설계성능(off-design performance)을 보기 위하여, 전체 비행마하수에서 항력특성을 조사하였다. 설계점인 마하 0.726 근처에서 아주 미소한 drag creep이 발생하고 있지만 오일러 설계에 비해 거의 무시할수 있을 정도이다.

3-3 Navier-Stokes 방정식을 이용한 이중설계점 설계최적화

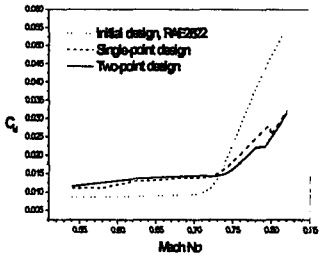
단일설계점 Navier-Stokes 설계에서 drag creep이 발견됨에 따라 이를 완화시키기 위하여 이중설계점 설계를 시도하였다. 첫 번째 설계점은 $M_\infty = 0.80$, 두 번째 설계점은 $M_\infty = 0.798$, 그리고 받음각은 동일하게 2.44° 로 선정하였다. 두 번째 설계점은 단일설계점 설계익형의 국부항력이 최대가 되는 마하수이다. 가중인자는 $\lambda = 0.5$ 로 정하였다.

표 2. 이중설계점 Navier-Stokes 설계 결과 ($M_{\infty 1}=0.80$, $M_{\infty 2}=0.798$, $\alpha=2.44$)

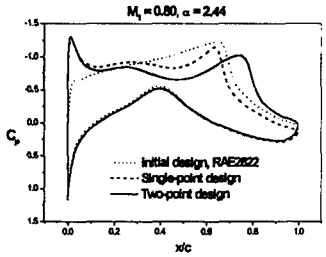
	설계변수(design variables)					주설계점	2차설계점	C_l	A
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	C_{d_1}	C_{d_2}		
initial design	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.04720	0.04638	0.6695	0.0778
final design	0.5150	-0.9467	-0.9576	0.8219	1.7873	0.02479	0.02413	0.6758	0.0778



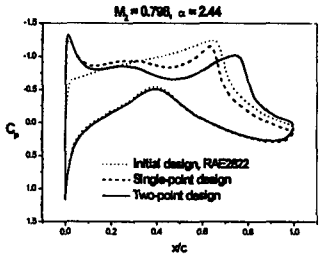
(a) 설계 결과



(b) 설계익형의 탈설계성능



(c) Cp distribution at M=0.80



(d) Cp distribution at M=0.798

그림 5. 이중설계점 Navier-Stokes 설계결과

설계결과는 표 2 에서 보는 바와 같이 단일설계점 설계에 비해 탈설계성능이 월등히 뛰어 남을 알 수 있다. 주설계점의 경우 단일설계점 설계와 거의 유사한 항력계수를 가지나, 2차 설계점의 경우는 거의 50% 까지 감소하였다.

그림 5(b)는 설계된 익형에 대해 탈설계 특성을 보여주고 있으며 drag creep 현상이 현저히 감소했음을 알 수 있다. 그림 5에서 주설계점과 2차 설계점에서 압력분포를 각각 살펴보면, 이중설계점 설계익형이 단일설계점 설계익형에 비해 공히 충격파의 강도가 약해지며 delay되고 있음을 볼 수 있다. 오일러 설계에서 발생한 것과 같은 비현실적인 이중 충격파의 합병같은 현상은 더 이상 나타나지 않고 있다. 이로써 확실히 Navier-Stokes 설계는 점성의 영향으로 보다 실제적인 익형의 설계를 가능케하고 있음을 확인할 수 있다.

4. 결 론

Navier-Stokes방정식에 근거하여 천음속 익형설계에 대한 다중설계점 설계최적화과정을 정립함으로써, 보다 실제에 가까운 신뢰성 있는 형상을 설계하고 실용적으로 사용할 수 있는 설계기법을

개발하였다. 단일설계점 Navier-Stokes 설계는 낮은 천음속 설계조건에서는 drag creep 현상도 그리 크지않은 아주 우수한 익형을 설계할 수 있다. Navier-Stokes 설계에서는 오일러 설계와는 달리 점성에 의해 익형표면에 경계층이 형성되고 이로인해 형상의 변화에 대한 압력변화 민감도가 상대적으로 줄어든다. 이와 같은 이유로 Navier-Stokes 설계는 오일러에 비해 보다 실제에 가까운 실용적인 설계결과를 생성하게 된다. 그리고 Navier-Stokes 설계도 설계조건을 높은 천음속영역으로 선정하게 되면 drag creep 현상이 발생한다. 이 경우에도 이중설계점 설계를 적용하면 drag creep 현상을 감소시키고 탈설계성능을 향상시킬 수 있다.

후기

본 연구는 한국과학재단의 천음속 익형의 다중설계점 설계최적화 연구(KOSEF 971-1009-058-2)와 관련한 연구비지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

[1] Volpe, G. and Melinik, R.M., "The Design of Transonic Airfoils by a Well-posed Inverse Method", ***Int'l. Journal for Numerical Methods in Engineering***, pp. 341-361, 1986.

[2] Hicks, R.M., Murman, E, M. and Vanderplaats, G, N., "An Assessment of Airfoil Design by Numerical Optimization", NASA TM X-3092, July 1974.

[3] Vanderplaats, G. N. and Hicks, R. M., "Numerical Airfoil Optimization Using a Reduced Number of Design Coordinates", NASA TM X-73151, July 1976.

[4] Aidala, P. V., Davis, W. H. Jr. and Mason, W. H., "Smart Aerodynamic Optimization", AIAA Paper 83-1863, July 1983

[5] Vanderplaats, G. N., "Approximation Concepts for Numerical Airfoil Optimization", NASA TP 1370, 1979.

[6] Joh, C.-Y., Grossman, B. and Haftka, R. T., "Design Optimization of Transonic Airfoils", ***Engineering Optimization***, Vol. 21(1), pp. 1-20, 1993.

[7] Gregg, R. T. and Misegades, K. P., "Transonic Wing Optimization Using Evolution Theory", AIAA Paper 87-0520, Jan. 1987.

[8] Quagliarela, D. and Cioppa, A. D., "Genetic Alogorithm to the Aerodynamic Design of Transonic Airfoil", AIAA Paper 94-1897, 1994.

[9] Hager, J. O., Eyi, S. and Lee, K. D., "Multi-Point Design of Transonic Airfoils Using Optimization", AIAA Paper 92-4225, Aug. 1992.

[10] Hager, J. O., Eyi, S. and Lee, K. D., "Two-Point Transonic Airfoil Design Using Optimization for Improved Off-Design Performance", ***Journal of Aircraft***, Vol. 31, No. 5, Sept.-Oct. 1994.

[11] Eyi, S., Hager, J. O. and Lee, K. D., "Airfoil Design Optimization Using the Navier-Stokes Equations", ***Journal of Optimization Theory and Applications***, Vol. 83, No. 3, pp. 447-461, Dec. 1994.

[12] 손명환, 조창열, "천음속 날개꼴의 수치최적화 설계프로그램 개발", ***한국항공우주학회지***, 제 23권, 제3호, pp. 1-13, 1995.
[13] 안재권, 이동호, "유전학적 기법을 이용한 천음속 익형설계 연구", 한국항공우주학회 춘계학술 발표회논문집, pp. 35-38, 1996. 4.
[14] Jameson, A., "Solution of the Euler Equations for Two-Dimensional Transonic Flow by a Multigrid Method", ***Applied Mathematics and Computation***, Vol 13, pp. 327-335, 1983.
[15] Vanderplaats, G. N. and Hansen, S. R., "DOT Users' Manual", VMA Engineering, 1989.
[16] Jameson, A., "Solution of the Euler Equations for Two-Dimensional Transonic Flow by a Multigrid Method", ***Applied Mathematics and Computation***, Vol 13, pp. 327-335, 1983.
[17] Grandni, R. V., Thareja, R. and Haftka, R. T., "NEWSUMT-A : A General Purpose Program for Constrained Optimization Using Constraint Approximation", ***ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design***, Vol 107, pp. 94-99, 1985.
[18] Vanderplaats, G. N. and Hansen, S. R., "DOT Users' Manual", VMA Engineering, 1989.