



## 중첩격자계에서 교차영역 구성에 따른 시간/공간 정확도에 관한 연구

### Study of Spatial and Temporal Accuracy Estimation Related with Mesh Interface Region on Overlapped Grids

조금원\* 권장혁† 이승수‡  
K.W. Cho J.H. Kwon S.Lee

The spatial error due to the non-conservative interpolation become first-order when second-order conservative schemes are used, discontinuities are located away from the overlapped regions, and if the length of the overlapped region is not proportional to the grid spacing. Therefore, the solution accuracy is ensured if two domains overlap each other with a fixed grid point and the interpolation is occurred in smooth flow regions.

To validate the spatial and temporal accuracy due to the non-conservative interpolation, inviscid and viscous problems are tested.

## 1 서론

헬리콥터 로터 블레이드와 동체의 간섭현상 해석, 비행중인 항공기로부터 연료탱크의 분리, 다단계 로켓의 분리 등 물체간의 상대운동이 있는 문제는 전산유체역학이 극복해야할 중요한 문제 중의 하나이며 이에 대한 많은 연구가 진행되고 있다[1][2]. 정적인 문제가 움직이는 동적인 문제로 해석대상이 바뀔 경우, 격자계는 해석대상의 움직임에 따라 적용되어야 한다. 이는 주어진 격자계의 초기 위상적 특징을 깨뜨리는 일로써 단순히 격자계의 회전과 병진운동만으로 만들어지지 않는다. 따라서 격자계는 해석대상과 독립적으로 취급될 수 있는 방법이 필요하게 된다. 이를 만족하는 대표적인 방법이 비정렬 격자기법과 chimera 격자기법이다. 비정렬 격자기법은 자료구조 및 점성유동의 제한성과 움직이는 격자계에 대해 전체 격자를 새롭게 생성해야 하는 제약점 때문에 그 응용범위가 제한되고 있다. 반면 정렬격자계를 사용한 chimera 기법은 정적 격자계 구성시 비정렬 격자계에 비해 유연성이 부족하나 정렬격자계의 특징을 유지하고 움직이는 매 시간 단계에서 격자를 새롭게 구성하지 않으므로 영역연결에 필요한 삼각점들이 상대적으로 적다. 중첩격자계에서 항상 논의되는 문제가 삼간에 관한 문제이다. 이러한 삼간은 보존적인 방법과 비보존적인 삼간방법으로 분리되어 적용되고 있다. 보존적인 삼간방법은 수학적으로 수치 유량을 보존적으로 삼간한 후 재 분포시키는 방법[3]과 기하학적으로 삼간 경계를 패치드 경계로 변환하여 보존성을 만족시키는 방법이다[4]. 반면 비보존적인 삼간방법은 bi/tri-linear 사상(mapping)으로 보존변수들을 삼간하는 방법이다. 본 연구에서는 정상 및 비정상 유동장에서 비보존적인 삼간 방법을 사용하였을 경우 삼간 영역 간격 및 삼간층에 따른 삼간오차의 크기 및 정확성에 대해 검토하고자 한다. 삼간영역 간격 구성방법은 자동모드와 수동모드로 구별하였으며 수동모드는 일반적인 chimera 격자기법이다. 자세한 것은 참고문헌 [2]에 잘 나타나 있다.

\* 학생회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

† 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

‡ 정회원, 국방과학 연구소 3-1-2

## 2 중첩격자계의 공간정확도

1차원 보존 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

여기서 초기 조건은

$$u(x, 0) = u_0(x) \tag{2}$$

이다. 식1과 2을 그림 1의 중첩격자계에 적용시키면 다음과 같다.

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \Delta x_i + (\tilde{F}_{i+1/2} - \tilde{F}_{i-1/2}) = 0 \quad i \in A \tag{3}$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} \Delta x_j + (\tilde{F}_{j+1/2} - \tilde{F}_{j-1/2}) = 0 \quad j \in B \tag{4}$$

그림 1에서  $A, B$ 는 각각 부영역을 나타내며  $O$ 는 교차영역을 나타낸다. 영역  $A$ 와  $B$ 의 인덱스는 각각  $i$ 와  $j$ 이다. 영역  $A$ 의 최대값은  $I$ 이며 영역  $B$ 에서  $m$ 과  $m + 1$ 은 영역  $A$ 의 donor요소이다. 전 계산영역에서 보존적인 수치기법을 적용하고 정상상태만을 고려하면 식 5를 얻을 수 있다.

$$\tilde{F}_{I+1/2} - \tilde{F}_{1/2} = 0 \tag{5}$$

중첩격자계에서 비보존적인 삼간 방법을 사용할 경우, 식 5을 만족할 수 없으며 따라서 식 5의 크기가 정상상태에서의 삼간 오차의 크기(식 6)이다.

$$E = |\tilde{F}_{I+1/2} - \tilde{F}_{1/2}| \tag{6}$$

정상상태에서 각 영역에서 유량은 다음식을 만족한다.

$$\tilde{F}_{i+1/2} = \tilde{F}_{i-1/2} = \tilde{F}_{I+1/2} \quad i \in A \tag{7}$$

$$\tilde{F}_{j+1/2} = \tilde{F}_{j-1/2} = \tilde{F}_{1/2} \quad j \in B \tag{8}$$

여기서 각 영역의 경계에서 보존 변수  $u$ 는 다른 격자격자계의 값으로 ghost cell을 통해 삼간되며 삼간식은 다음과 같다.

$$u_{I+1} = \alpha u_m + (1 - \alpha)u_{m+1}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \tag{9}$$

$$u_0 = \beta u_{I-k} + (1 - \beta)u_{I-k+1}, \quad 0 \leq \beta \leq 1 \tag{10}$$

만약 영역  $A$ 와  $B$ 에서 중첩된 영역  $O$ 의 길이가 고정되어 있다면 중첩영역은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$k\Delta x_i \approx m\Delta x_j = L + O(\Delta x) \tag{11}$$

여기서  $L$ 은 중첩영역  $O$ 의 길이이다. 식 7 - 10을 식 6에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E &= \left| \frac{1}{2}[F(u_I) - F(\beta u_{I-k} + (1 - \beta)u_{I-k+1})] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}[F(u_1) - F(\alpha u_m + (1 - \alpha)u_{m+1})] \right| + O(\Delta x^2) \\ &\leq \frac{1}{2} \left| [F(u_I) - F(\beta u_{I-k} + (1 - \beta)u_{I-k+1})] \right| \\ &\quad + \frac{1}{2} \left| [F(u_1) - F(\alpha u_m + (1 - \alpha)u_{m+1})] \right| + O(\Delta x^2) \end{aligned} \tag{12}$$

2차의 공간정확도를 갖는 수치기법에 대해 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\tilde{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2}[F(u_i) + F(u_{i+1})] + O(\Delta x^2) \tag{13}$$

$$\tilde{F}_{i-1/2} = \frac{1}{2}[F(u_{i-1}) + F(u_i)] + O(\Delta x^2) \tag{14}$$



$$\tilde{F}_{i-1/2} = \tilde{F}_{i+1/2} \tag{15}$$

따라서

$$\tilde{F}_{i+1} = \tilde{F}_{i-1} + O(\Delta x^2) \tag{16}$$

위의 식을 중첩격자계에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F(u_I) - F(u_{I-k}) &= \frac{k}{2} O(\Delta x^2) \\ &= \frac{k\Delta x}{2} O(\Delta x) = O(\Delta x) \end{aligned} \tag{17}$$

여기서  $k$ 는 일반성을 갖도록 짝수로 정의한다. 식 17에 대해 Taylor 전개를 이용하면 식18을 구할 수 있으며

$$\begin{aligned} F(u_{I-k}) &= F(\beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1}) \\ &\quad - \frac{\partial F}{\partial u}(1-\beta)(u_{I-k+1} - u_{I-k}) + O(\Delta x^2) \end{aligned} \tag{18}$$

식 17와 18을 이용하여 식 19을 얻는다.

$$\begin{aligned} F(u_I) - F(\beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1}) \\ = -\frac{\partial F}{\partial u}(1-\beta)(u_{I-k+1} - u_{I-k}) + O(\Delta x^2) \end{aligned} \tag{19}$$

여기서  $\partial F/\partial u$ 가 영역  $B$ 의 경계  $1/2$ 에 있다면 식 19은 다음과 같이 표현된다.

$$F(u_I) - F(\beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1}) = O(\Delta x) \tag{20}$$

유사하게 영역  $A$ 에 위의 식들을 적용하고  $\partial F/\partial u$ 가 영역  $B$ 의 경계  $I+1/2$ 에 있다면 식 19은 다음과 같이 표현된다.

$$F(u_I) - F(\alpha u_m + (1-\alpha)u_{m+1}) = O(\Delta x) \tag{21}$$

식 20와 21을 식 12에 대입하면 중첩격자계에서 삼간에 따른 오차를 식 22와 같이 나타낼 수 있다.

$$E = |\tilde{F}_{I+1/2} - \tilde{F}_{1/2}| = O(\Delta x) \tag{22}$$

만약 11를 대신하여 다음의 식 23을 사용한다면

$$k\Delta x_i \approx m\Delta x_j = O(\Delta x) \tag{23}$$

삼간오차는 해석자의 정확도를 유지한다.

$$E = |\tilde{F}_{I+1/2} - \tilde{F}_{1/2}| = O(\Delta x^2) \tag{24}$$

위의 결과는 참고문헌 [3], [5], [6] 그리고 [7]에서도 동일하게 증명되어 있다.

위의 증명을 요약하면 다음과 같다.

- 삼간영역에서 불연속 면이 존재하지 않을 경우에 대하여 유도된 결과이다.
- 유한한 교차영역을 갖는 중첩격자계에 대하여(식 11) 삼간오차는 사용된 해석자의 정확도보다 1차 수가 낮은 정확도를 유지하게 된다(식 22).
- 반면, 교차영역이 격자간격에 비례하게 즉, 교차영역에서 각 영역이 고정된 격자점 갯수를 갖고 중첩격자계를 구성하면(식 23) 사용된 해석자의 정확도를 그대로 유지하게 된다(식 24).

위의 결과들로부터 해석자의 공간정확도를 유지하기 위해서는 삼간이 불연속면이 없는 곳에서 이루어져야 하며 교차영역에서 각 격자계는 서로 같은 수의 상대편 격자점들을 공유해야 한다.

### 3 1차원 충격파 관 문제에 적용

일반적인 중첩격자계를 사용할 경우에 충격파 위치 및 충격파의 전파에 따른 보존성의 검증을 위하여 충격파 관 문제를 해석하였으며 사용된 유동 조건은 다음과 같다.

$$p_L = 10^5, \rho_L = 1.0; p_R = 10^4, \rho_R = 0.125; u_L = u_R = 0.0 \quad (25)$$

그림 1와 같이 두 개의 부영역으로 격자를 구성하였으며 사용된 격자 간격은 각각 0.1로 동일하게 하였다. 삼간위치는 x-방향으로 4.8에 위치시킴으로써 충격파가 존재하는 위치에서 삼간이 이루어지도록 하였으며 초기 diaphragm 위치는 x-방향으로 4.0이다. 비정상 시간  $t = 0.024$  초일때 압력, 밀도, 마하수 그리고 속도에 대한 엄밀해와 chimera 기법과의 결과를 그림 2에 나타내었으며 잘 일치함을 볼 수 있다. 이때 chimera 기법은 해석자의 공간 정확도를 유지하기 위해 2-층의 삼간영역을 사용하였다.

### 4 삼간방법에 따른 중첩격자계의 공간 정확도

비보존적 삼간방법들에 대하여 공간 정확도를 검증하기 위하여 삼간영역에 충격파가 존재하는 2차원 BiNACA0012 에어포일 주위의 천음속 유동장 해석을 수행하였다. 해석 조건은 삼간영역을 1층으로 한 경우와 2층으로 한 경우에 대해 자동모드와 수동 모드를 적용하여 충격파에 따른 해석자의 정확도를 검증하였다. 사용된 격자계는 중첩격자계에 대해 2개의 C-유형 격자계( $217 \times 35$ ,  $217 \times 35$ )와 H-유형의 주격자( $97 \times 77$ )이며 다중블럭 격자계는 5개의 블럭( $257 \times 25$ ,  $257 \times 25$ ,  $119 \times 33$ ,  $119 \times 33$ ,  $33 \times 105$ )으로 구성되었다. 엄밀해가 존재하지 않는 본 문제에 대해 다중블럭 격자계의 값을 엄밀해로 간주하고 비교하였다. 중첩격자계와 다중블럭 격자계의 에어포일상의 격자점은 동일하게 구성하였으며 각 격자계를 그림 3(a), 3(b)와 5(a)에 나타내었다. 그림 3(b)에서 자동모드의 홀 경계는 고체 경계면을 사용하였으며 수동모드의 홀 경계는 유화된 백터 방법을 이용하여 고체경계로부터 0.1 만큼 떨어진 거리를 사용하였다. 해석조건으로 자유흐름 마하수는  $M_\infty = 0.55$ 이고 받음각은  $\alpha = 0^\circ$ 이다. 그림 4(b)에서 자동 모드를 사용한 등압력 선도는 거의 전 계산 영역에서 단일한 압력 값으로 표현되는 반면 수동 모드를 사용할 경우(그림 4(a)) 중첩된 격자계 수 만큼 압력 값이 정의됨을 볼 수 있다. 위의 결과를 다중블럭 격자계 상에서의 등압력 분포와 비교하였으며(그림 5(b)) 2층의 삼간영역을 사용한 자동모드의 결과와 가장 잘 일치함을 볼 수 있다. 각 경우에 등압력 선도 분포 값은 최소값 = 0.4, 최대값 = 0.85, 증분치 = 0.01이다. 그림 6(a)과 6(b)에서 중첩격자계 구성의 각 방법과 다중블럭 격자계에서의 압력 계수 분포를 비교하였다. 그림에서 1층의 삼간영역을 사용할 때 충격파 위치가 달라짐을 볼 수 있으며 2층의 삼간영역을 구성할 경우 충격파 위치를 잘 모사함을 볼 수 있다. 위의 결과들로부터 비보존적인 삼간 방법을 이용하여 충격파의 위치 및 해석자의 공간정확도를 유지하기 위해서는 2층의 삼간영역을 사용하여야 한다.

### 5 격자크기에 따른 중첩격자계의 공간정확도

중첩격자계간 격자크기가 삼간오차에 미치는 영향을 알기 위하여 에어포일 주위의 비점성 천음속 유동장( $M_\infty = 0.8$ ,  $\alpha = 1.25^\circ$ )에 대해 격자 크기를 변화시키면서 해석하였다. 해석된 결과를 AGARD 보고서[8]의 결과와 비교함으로써 해석자의 타당성을 검증하였다. 오일러 방정식은 비선형 방정식이므로 해석적인 해가 존재하지 않으므로 해석된 결과를 비교하기 위해서 근사적으로 해석해와 일치하는 매우 조밀한 에어포일상의 격자계를 구성하여 해석한 결과를 해석적인 해로 간주하였다. 이것은 AGARD 보고서[8]에서 사용된 격자갯수보다 2배 많은 수이다. 표 1에 사용된 각 경우에 대한 격자계 유형과 격자갯수를 나타내었다. S 첨자는 단일 격자계(Single grids)를 나타내며 O 첨자는 중첩격자계(Overlapped grids)를 나타낸다. 표 1에서 Case항의 뒷부분 숫자는 초기의 조밀한 격자가 규칙성을 가지고 줄어드는 것을 의미한다. 즉, TEST-S-2(단일격자계로 구성된 TEST case 2번)는 TEST-S-1(단일격자계로 구성된 TEST case 1번) 격자계의 홀수번 격자를 뽑아 만든 격자계이다. 또한 TEST-O-1은 TEST-S-1 격자를 j-방향으로 61개 연속적으로 뽑아 만든 에어포일 격자계를 부격자계로하고 새롭게 구성된 H-유형 격자를 주격자로 만든 경우이다. 사용된 중첩격자계, TEST-O-2, TEST-O-3는 TEST-O-1를 단일격자계와 같은 방법으로 격자수를 줄여가면서 구성한 것이다. 표 1에서 AGARD는 AGARD 보고서에서 사용된 격자계를 나타내며 STA-AG는 중첩격자계를 사용한 적응격자를 나타낸다. 각 경우에 대해 원방경계



는 에어포일 코드 길이의 25배 만큼 늘렸다. Type에 사용된 용어는 O(O-Type), BC(Background:주격자계), FBF(Fine Body-Fitted), FC(Fine Cartesian)이다. 구성된 중첩격자계는 각 경우 가능한 동일한 지역의 삼각 영역을 구성하도록 수동모드를 사용하였으며 고체경계면으로 부터 0.075만큼 떨어진 지역을 홀 절단 경계로 구성하였다. 좀더 정확한 해의 비교를 위해 그림 7(a)에서 AGARD 보고서 격자계를 사용한 경우, TEST-S-1와 TEST-O-1의 압력계수 결과를 비교하였으며 그림 7(b)에서 AGARD 보고서 격자계를 사용한 경우, TEST-S-2 TEST-O-3의 압력계수 결과를 비교하였다. 각 경우의 그림에서 격자간격이 증가 할수록 충격파 근처에서 확산이 심해지는 것을 알 수 있다. 그러나 각 경우 충격파의 위치를 정확히 모사하고 있음을 알 수 있다. 각 경우에 대해 2층의 삼각영역을 사용하여 해석하였다. 또한 각 경우 계산된 항력계수, 양력계수, 모멘트계수를 AGRAD 보고서[8]의 결과와 비교하여 나타내었다(표 2). AGARD 보고서에서 제시된 표준편차는 9개의 서로 다른 해석자를 서로 다른 격자계에서 밀집정도로 다르게 하여 해석된 결과들의 범위이다. 본 절에서 사용된 중첩격자계는 각 경우 모두 오차 범위에 포함되는 것을 알 수 있다. 위의 결과를 종합하면 정상유동에서 중첩격자계를 사용할 경우, 중첩격자간 격자크기가 서로 비슷하다면 만족할 만한 해를 얻을 수 있는 것으로 나타났다. 이는 Meakin[8]의 결과와 일치함을 보인다. 그러나 격자의 밀집 정도가 낮은 격자계를 이용한 경우 삼각이 충격파 근처에서 이루어질 경우 확산된 해를 얻을 수 있다. 따라서 가능한 삼각 영역이 충격파 근처에서 먼 영역에 존재한다면 더 좋은 해를 얻을 수 있다. 이를 증명하기 위해 자동모드를 이용한 적응격자 방법을 위의 예제에 적용하였다. 사용된 격자계는 TEST-O-3의 격자계에 6개의 부분영역을 중첩시킨 것이다. 그림 8(a)는 등압력 선도를 나타내며, 8(b)는 AGARD, TEST-O-3와 압력계수 결과와 비교한 것이다. 적응중첩격자계를 사용할 경우 충격파 해석능력이 뛰어난 것을 알 수 있다. 이는 삼각이 해의 구매가 적은 곳에서 삼각이 이루어졌을 뿐아니라 격자의 밀집정도가 크기 때문에 나타난 결과이다.

## 6 격자크기에 따른 중첩격자계의 시간정확도

정상상태 유동에서 중첩격자계간 격자 크기가 비슷하고 해석자의 정확도를 유지하도록 삼각영역을 구성하면 비보존적인 삼각 방법을 사용하여도 만족할 만한 해를 얻을 수 있었다. 본 절에서는 비정상 유동에서 격자계의 삼각 위치에 따라 해석 결과의 정확도를 검증하였다. 삼각 영역은 각 격자계가 서로 같은 수의 격자점을 공유하도록 하여 해석자의 정확도가 삼각영역에서도 유지될 수 있도록 하였다. 사용된 단일 격자계는 O-유형 에어포일 격자계(129 × 41)이며 해의 안정성을 위하여 원방경계를 코드길이의 20배로 확장하였다. 중첩격자계의 주격자계는 H-유형 격자계(77 × 69)로 원방경계를 단일 격자계와 동일하게 코드길이의 20배로 하였으며 부격자계는 단일격자계의 j-방향 격자점을 31개 추출하여 사용하였다.

### 6.1 NACA0012 에어포일의 피칭 운동

첫번째 예제로써 마하수 0.4인 자유류에서 0.25c를 중심으로 받음각이 다음의 조건으로 강제 진동하는 NACA0012 에어포일 주위의 유동장을 해석하였다.

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(M_\infty kt) \quad (26)$$

여기서  $M_\infty = 0.4$ ,  $\alpha_0 = 0.016^\circ$ ,  $\alpha_1 = 2.51^\circ$ ,  $k = 0.2618$  운동주기는 60초이며 시간간격은 0.05로 주어졌다. 그림 9(a)에 정상 유동해석에 사용된 수동모드에 의한 중첩격자계를, 그림 9(b)에 자동모드에 의한 중첩격자계를 나타내었다. 해석된 결과를 비교하기 위하여 시간에 따른 피칭 모멘트계수와 양력계수의 변화를 그림 10(a)과 10(b)에 나타내었다. 자유류 마하수가 0.4인 경우 해는 전반적으로 불연속 면이 존재하지 않는 부드러운 분포를 보이고 있다. 이 경우 시간에 따른 해는 중첩격자계간의 격자크기에 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있고, 선형 삼각 방법인 bi-linear방법이 매우 효율적임을 알 수 있다. 좀더 복잡한 유동을 갖는 두번째 예제로서 마하수 0.8의 천음속 유동장에 대해 비정상 유동장을 해석하였다. 받음각의 변화는 식 26로 표현되며 여기서  $M_\infty = 0.8$ ,  $\alpha_0 = 0.016^\circ$ ,  $\alpha_1 = 3.0^\circ$ ,  $k = 1.0$ 이다. 해석된 결과를 비교하기 위하여 시간에 따른 피칭모멘트 계수의 변화와 양력계수의 변화를 그림 11(a), 11(b)에 나타내었다. 자동모드를 이용한 해석 결과가 수동모드를 이용한 결과보다 좀더 비정상 유동에 적합함을 볼 수 있다. 그림 11(a)과 11(b)에서 자동모드와 수동모드를 사용한 방법이 단일 격자를 사용한 방법과

위상(phase angle)차를 보이고 있다. 이를 설명하기 위하여 에어포일 격자계는 움직이지 않고 H-유형의 주격자계만을 움직여 해의 변화를 관찰하였으며 그림 12(a)에 피칭모멘트 계수를, 그림 12(b)에 양력 계수를 시간에 따라 나타내었다. 그림 12(a)과 12(b)에서 에어포일은 정상 유동임에도 불구하고 피칭모멘트 및 양력계수가 주기를 갖고 나타남을 볼 수 있다. 위의 사실들로 다음과 같은 몇가지 사실을 확인 할 수 있다. 충격파와 같은 불연속 면이 존재하지 않는 유동에 대해 선형 삼간을 이용한 비정상 유동의 해석은 확산 및 위상차(phase error, 또는 time-lagged error)에 대한 오차를 거의 발생시키지 않는다. 이런 유동조건에 대해 중첩격자계간 격자의 크기의 영향은 중요하지 않으며 선형삼간 방법으로 좋은 해를 얻을 수 있다. 그러나 유동장이 복잡해지면서 중첩격자간 격자크기와 삼간 방법이 중요한 문제로 등장한다. 주격자계의 삼간점들의 위치가 변하면서 얻어진 결과들로부터 확산 오차는 주격자계의 삼간위치에 많은 영향을 받고 있다. 따라서 주격자계의 삼간 영역은 가능한 부격자계의 외각 경계 근처에 형성하도록 중첩격자계를 구성하는 것이 좋은 해를 얻을 수 있는 조건이 되며 해석자의 공간 정확도를 그대로 유지시켜 줄 수 있도록 격자계가 서로 같은 수의 중첩 격자점을 갖는 것도 중요하다. 그림 12(a)과 12(b)에서 주격자계만을 진동시켜 해의 변화를 관찰한 결과 에어포일상에 진동수에 따른 피칭모멘트 계수와 양력 계수의 주기적 운동이 나타남을 볼 수 있다. 이는 유동장이 복잡해 지면서 단순한 선형 삼간은 시간 항에 대한 영향을 격자간에 전달해 줄 수 없기 때문에 발생한다. Kuan[9]은 그의 학위논문에서 위상 오차를 줄이는 방법에 대한 연구를 행하였다. 그는 에어포일 격자계만을 진동시키거나 주격자계와 부격자계를 같이 움직일 경우 동일한 위상 오차를 발생시킨다고 언급하였으며 본 연구에서도 동일한 결과를 얻을 수 있었다. Kuan은 위상 오차와 공간오차가 동시에 존재할 경우 공간오차의 크기가 크다는 것을 언급하였다.

## 7 점성 유동장에 적용

해석자의 정확도를 검증하기 위하여 단일 격자계로 구성된 NACA0012 에어포일 주위의 난류 유동을 해석하였다. 해석조건은 자유흐름 마하수가 0.7, 레이놀즈 수가  $9.0 \times 10^6$  그리고 받음각이 1.49도이다. 그리고 Baldwin-Lomax 난류모델을 사용하였다. 사용된 격자계는 C-유형으로 격자수가  $321 \times 65$ 개이며 쌍곡선형 격자 생성 방법으로 구성하였다. 이때 에어포일상에서 첫번째 격자점까지의 거리는  $1.0e^{-7}$ 이며  $y^+ = 0.67$ 이다. 표 3에 현재의 결과를 나타내었으며 박태상[10] 및 Martinelli[11]의 결과와 비슷함을 볼 수 있다.

NACA0012 에어포일과 H-유형 격자계로 구성된 중첩격자계에 대해 난류유동장을 해석하였다. 해석 조건은 자유흐름 마하수가 0.7, 레이놀즈 수가  $9.0 \times 10^6$ 이며 받음각이  $\alpha = 3.0^\circ$ 인 경우이다. 에어포일 격자계는 위의 단일 격자계에서 x-방향으로 313개 y-방향으로 53개를 뽑아내어 사용하였다. 또한 주격자계인 H-유형 격자계는  $105 \times 59$ 개로 에어포일 주변에 격자를 집중시켰다. Baldwin-Lomax 난류모델을 본 예제에 적용할 때 에어포일 격자계에 대해서만 적용하였으며 H-유형 격자계는 층류로 계산하였다. 이것은 H-유형 격자계에 대해 Baldwin-Lomax 난류모델이  $y^+$  값을 요구하며 후류부근의 난류점성을 정의하기 곤란하기 때문이다. 다중으로 중첩된 경우 고체 경계를 포함하지 않은 주격자계에 대해  $y^+$ 를 계산하는 것 뿐만아니라 난류점성 및 유동변수 값을 모든 교차영역에서 삼간해 주어야하므로 매우 시간이 많이들며 해의 안정성을 보장하기 힘들다. 따라서 본 연구에서는 난류점성이 고체경계 근처에서만 주로 영향을 미친다고 가정하여 사용하였다. 해석에 사용된 중첩격자계는 2층의 삼간 영역을 갖고 있으며 자동모드를 사용하여 구성되어졌다. 해석된 결과를 검증하기 위해 단일격자계를 사용하여 계산된 결과와 박태상 그리고 Martinelli의 결과를 함께 비교하였으며(표 4) 그림 13(a)과 13(b)에 사용된 격자계와 등마하선도를 그리고 그림 14(a)과 14(b)에 수렴진행 곡선과 압력 계수 분포를 나타내었다.

## 8 결론

중첩격자계에서 비보존적인 삼간방법을 사용할 경우에 정상 및 비정상 그리고 점성 및 비점성 영역에서 해석의 정확도 및 타당성이 검증되었다. 만약 중첩격자계에서 교차영역이 임의의 간격을 가지고 있고 충격파가 존재하지 않는 부분에서 삼간이 이루어질 경우 삼간영역에서 해석자의 정확도는 단일 격자계에서 사용된 해석자의 정확도 보다 1차수 낮게 된다. 따라서 해석자의 정확도를 유지하면서 만족할 만한 결과를 얻기 위해서는 2층의 삼간 영역을 사용하고 삼간이 가능한 불연속이 존재하지 않는 영역에서



이루어지게 하며 각각의 중첩격자가 서로 같은 수의 중첩되는 격자점을 갖도록하여 해석자의 정확도를 유지시켜 주는 것이 중요하다. 이것은 특히 적응격자를 적용시킬 때 중요한 요소가 된다. 본 연구에서는 위의 조건에 부합하는 중첩격자계를 구성하여 적용한 결과들에서 비보존적인 삼간을 사용하더라도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있음을 수치적으로 검증하였다.

## 9 후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(과제 번호 : 96-0200-03-01-3)과제의 일부로 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

## References

- [1] L.E. Lijewski and N.E. Suhs, *Time-Accurate Computational Fluid Dynamics Approach to Transonic Store Separation Trajectory Prediction*, Journal of Aircraft, Vol.31, No.4. July-Aug, 1994
- [2] K.W. Cho, J.H. Kwon and S. Lee, *Development of a Fully Systemized Chimera Methodology for Steady/Unsteady Problems*, Accepted for Publication in Journal of Aircraft, 1999
- [3] E. Part-Enander and B. Sjogreen, *Conservative and Non-conservative Interpolation between Overlapping Grids for Finite Volume Solutions of Hyperbolic Problems*, Computer & Fluids, Vol.25, No.6, pp.538-605, 1996
- [4] Z.J.Wang, *A Fully Conservative Interface Algorithm for Overlapped Grids*, Journal of Computational Physics, Vol.122, pp.96-106, 1995
- [5] G. Chesshire and W.D. Henshaw, *Composite Overlapping Meshes for the Solution of Partial Differential Equations*, Journal of Computational Physics, Vol.90, pp.1-64, 1990
- [6] M.J. Berger, *On Conservation at Grid Interfaces*, SIAM Journal of Numerical Analysis, Vol.24, No.5, pp.967-984, 1987
- [7] Z.J. Wang, *Recent Development on the Conservation Property of Chimera*, AIAA paper 98-0216, 1998
- [8] R.L. Meakin, *On the Spatial and Temporal Accuracy of Overset Grid Methods for Moving Body Problem*, AIAA-94-1925, 1994
- [9] J.H. Kuan, *Study of Time Accuracy of Flow Variables Across Discontinuous Boundaries*, Ph.D Thesis, University of Colorado at Boulder, 1990
- [10] 박태상, 2차 upwind TVD 기법을 위한 개선된 다단계 시간 전진 기법, 박사학위논문, 한국과학기술원, 1998
- [11] L. Martinelli, *Calculations of Viscous Flows with a Multigrid Method*, Ph.D. Thesis, Princeton Univ., 1987

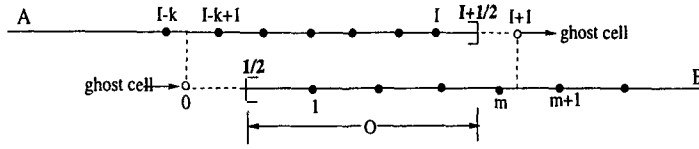
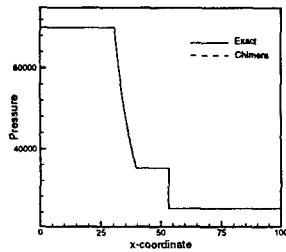
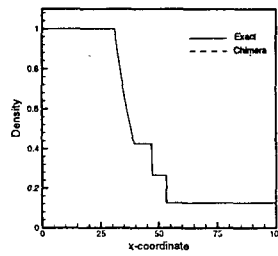


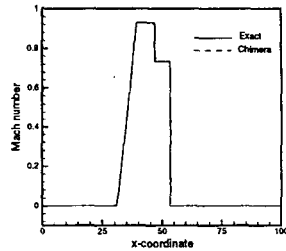
Figure 1: 1차원 중첩격자계



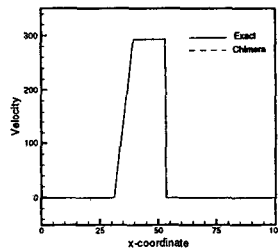
(a) 압력



(b) 밀도

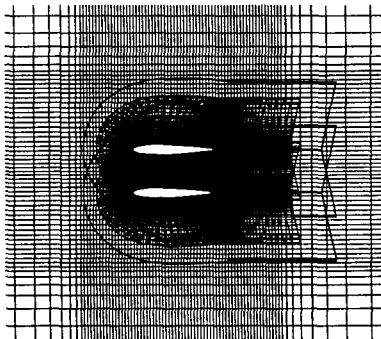


(c) 마하수

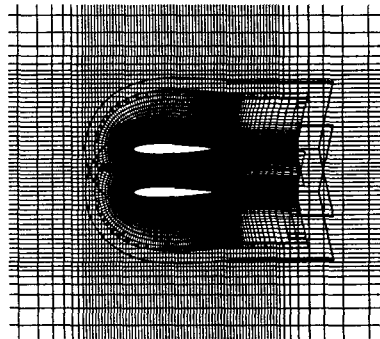


(d) 속도

Figure 2: 충격파 관 문제 : 비정상 시간  $t = 0.024$



(a) 수동모드



(b) 자동모드

Figure 3: BiNACA0012 에어포일 주위의 중첩격자계



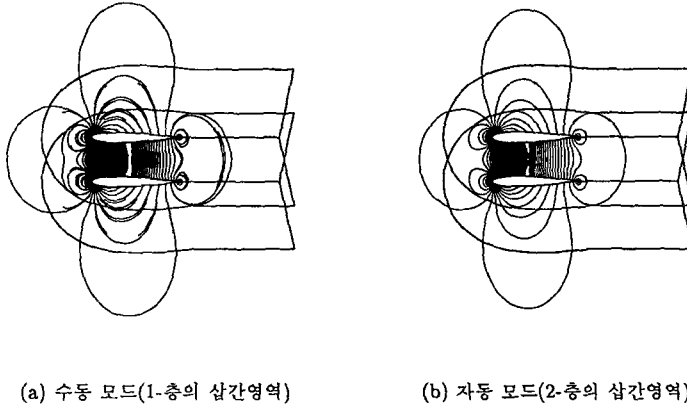


Figure 4: 등 압력 선도(중첩 격자계) :  $M_\infty = 0.55, \alpha = 0^\circ$

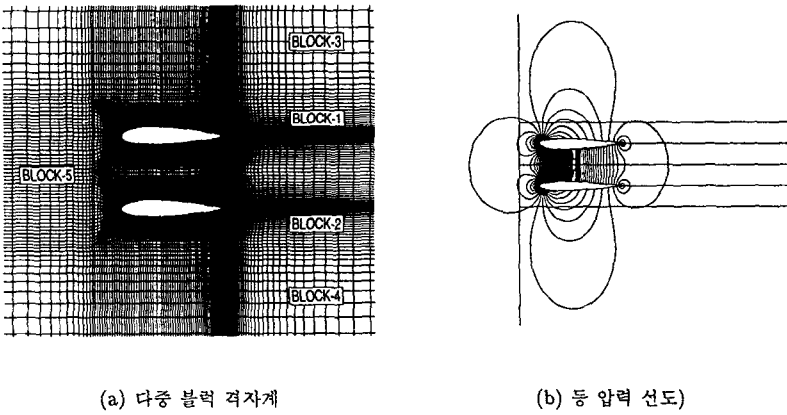


Figure 5: BiNACA0012 에어포일(다중블럭 격자계) :  $M_\infty = 0.55, \alpha = 0^\circ$

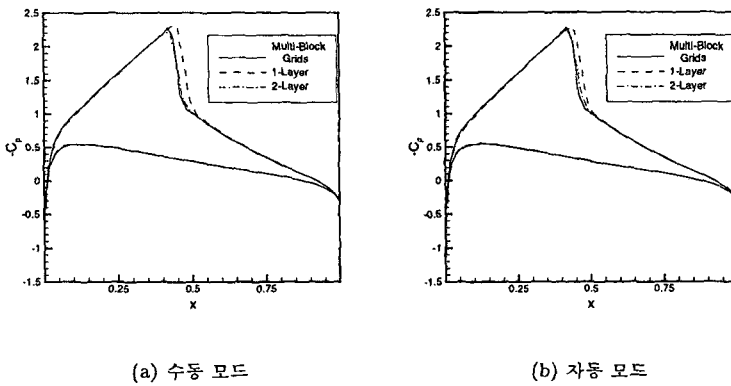
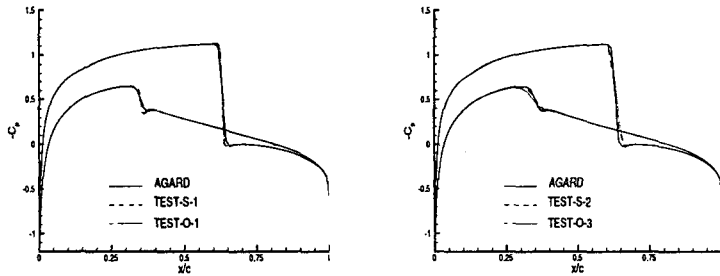


Figure 6: 압력 계수 분포 비교 :  $M_\infty = 0.55, \alpha = 0^\circ$

Case	Grids	Type	IM × JM
AGARD	1	O	320 × 64
TEST-S-1	1	O	643 × 131
TEST-S-2	1	O	215 × 44
TEST-O-1	2	O	643 × 61
		BC	317 × 195
TEST-O-2	2	O	312 × 31
		BC	159 × 98
TEST-O-3	2	O	215 × 21
		BC	106 × 65
STA-AG	7	O	215 × 21
		BC	106 × 65
		FBF	46 × 51
		FBF	45 × 56
		FBF	31 × 61
		FBF	35 × 61
		FC	61 × 45

Table 1: 사용된 격자계의 종류와 격자 수



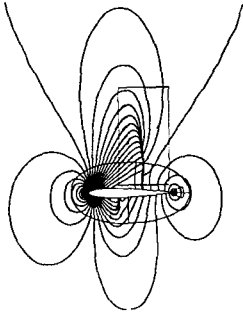
(a) 압력계수 분포 비교

(b) 압력계수 분포 비교

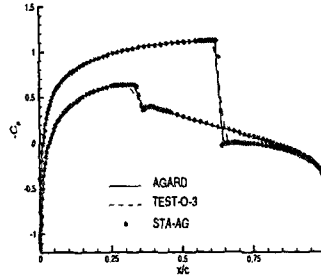
Figure 7: 중첩격자계에서 공간 정확도 :  $M_\infty = 0.8, \alpha = 1.25^\circ$ 

Case	$C_d$	$C_l$	$C_m$
AGARD[ref.]	0.0230	0.3632	-0.0397
scatter	0.0023	0.0273	0.0072
TEST-S-1	0.0218	0.3304	-0.0350
TEST-S-2	0.0224	0.3319	-0.0360
TEST-O-1	0.0218	0.3348	-0.0353
TEST-O-2	0.0225	0.3429	-0.0376
TEST-O-3	0.0227	0.3414	-0.0376
AGARD	0.0220	0.3320	-0.0356

Table 2: 각 경우에 대해 계산된 항력, 양력, 모멘트 계수 :  $M_\infty = 0.8, \alpha = 1.25^\circ$

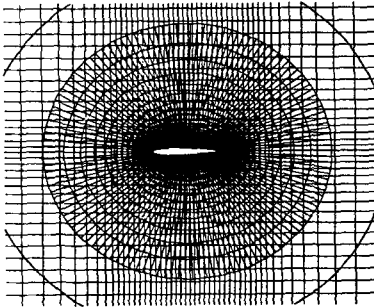


(a) 등압력 선도

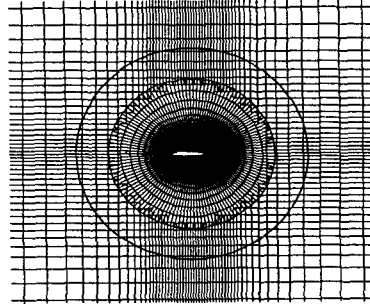


(b) 압력계수 분포 비교

Figure 8: 적응중첩 격자계 :  $M_\infty = 0.8, \alpha = 1.25^\circ$

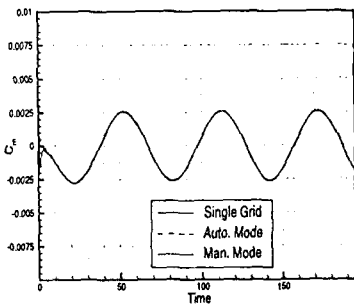


(a) 수동 모드

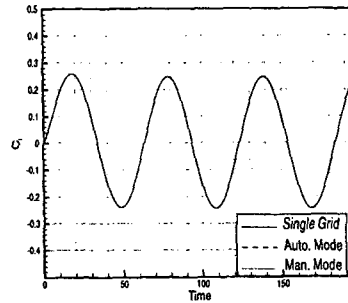


(b) 자동 모드

Figure 9: 중첩격자계

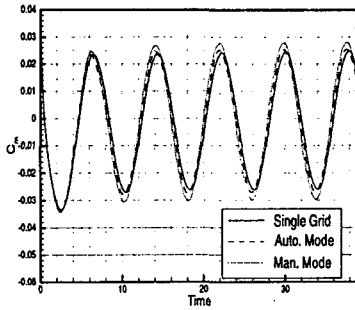


(a) 피칭모멘트 계수의 변화

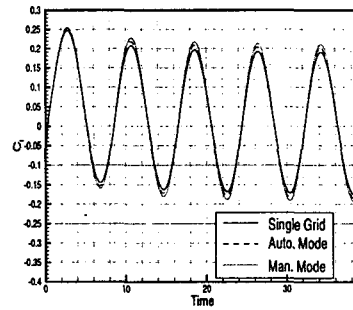


(b) 양력 계수의 변화

Figure 10: NACA0012 에어포일 :  $M_\infty = 0.4, \alpha_0 = 0.016^\circ, \alpha_1 = 2.51^\circ, k = 0.2618$

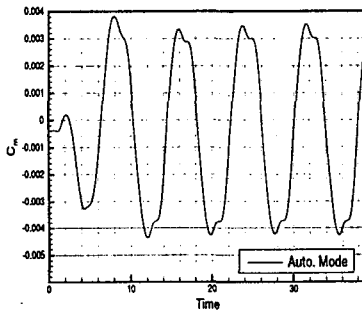


(a) 피칭모멘트 계수의 변화

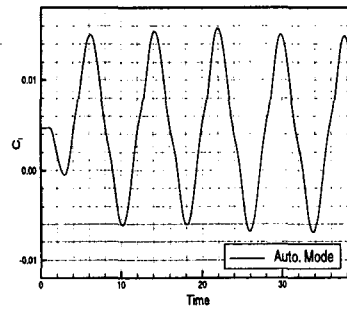


(b) 양력 계수의 변화

Figure 11: NACA0012 에어포일 :  $M_\infty = 0.8$ ,  $\alpha_0 = 0.016^\circ$ ,  $\alpha_1 = 3.0^\circ$ ,  $k = 1.0$

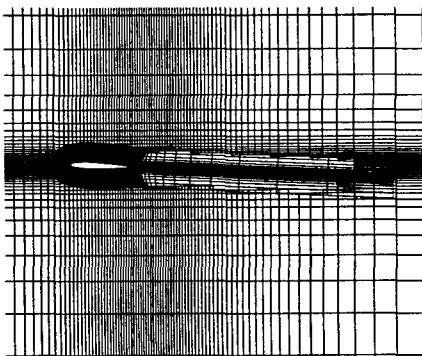


(a) 피칭모멘트 계수의 변화

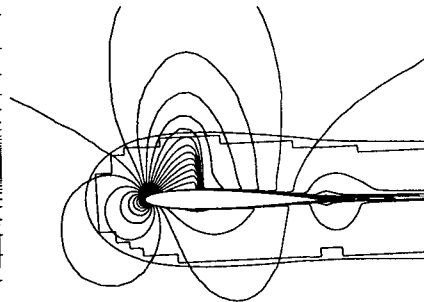


(b) 양력 계수의 변화

Figure 12: ACA0012 에어포일 :  $M_\infty = 0.8$ ,  $\alpha_0 = 0.016^\circ$ ,  $\alpha_1 = 3.0^\circ$ ,  $k = 1.0$

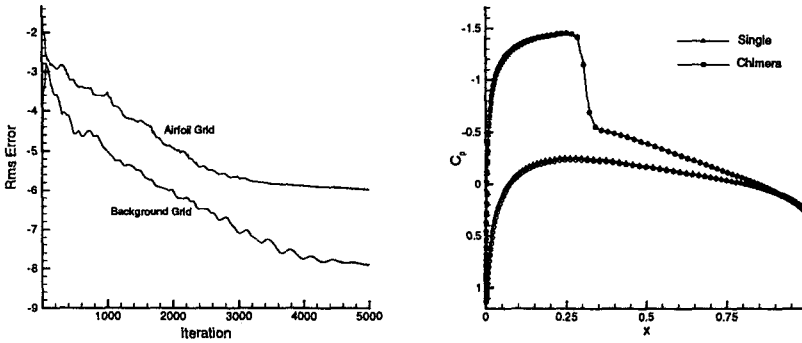


(a) 중첩 격자계



(b) 등 마하 선도

Figure 13: 난류 유동 :  $M_\infty = 0.7$ ,  $Re = 9.0 \times 10^6$ ,  $\alpha = 3.0^\circ$



(a) 수렴 진행 곡선

(b) 압력계수 분포

Figure 14: 난류 유동 :  $M_\infty = 0.7, Re = 9.0 \times 10^6, \alpha = 3.0^\circ$

	$C_l$	$C_d$
Martinelli	0.252	0.0081
Park	0.246	0.0091
Present	0.243	0.0087
Experiment	0.241	0.0079

Table 3: 난류 유동(단일 격자계) :  $M_\infty = 0.7, Re = 9.0 \times 10^6, \alpha = 1.49^\circ$

	$C_l$	$C_d$
Martinelli	0.484	0.0150
Park	0.489	0.0150
Present-Single	0.480	0.0147
Present-Chimera	0.475	0.0151

Table 4: 난류 유동(중첩 격자계) :  $M_\infty = 0.7, Re = 9.0 \times 10^6, \alpha = 3.0^\circ$