

압전 지능 구조물의 통계적 에너지 해석 기법 적용에 관한 연구

°김정하*, 김재환**

*인하대학교 대학원

**인하대학교 기계공학과

Application Technique to Piezoelectric Smart Structures of Statistical Energy Analysis

°Jung Ha Kim* Jae Hwan Kim**

Department of mechanical engineering, Inha university

e-mail : g9721004@inhavision.inha.ac.kr

ABSTRACT

본 연구의 목적은 SEA 모델링 기법을 이용하여 시스템 응답 특성을 예측 하는데 있어서 연결 손실 계수(coupling loss factor), 내부 손실 계수(internal loss factor)와 같은 주요 변수의 값을 압전 지능 구조물을 이용하여 도출 하는 것이다. 관심 주파수 대역에서 임피던스(impedance) 해석기를 이용해 압전 지능 구조물의 임피던스를 측정하고 랜덤 가진 시 압전 지능 구조물의 부하전압을 측정, 시스템에 가해지는 전기적 파워를 구하였다. 이 값을 전기-기계적 연결 계수(electro-mechanical coupling coefficient)를 이용 기계적 파워로 상사 시키고 이때 시스템에 저장되는 에너지를 가속도계를 이용해 측정 하였다. 이 결과 값을 이용하여 연결 손실 계수와 내부 손실 계수를 구하여 보았다. 또한 이론식을 이용하여 얻은 이론 값과 기존의 가진기(shaker)를 이용하여 얻은 실험 값과 비교 분석 하였다.

I. 서론

압전 재료란 폴리머의 극전화 현상을 보이는 재료로서 기존의 구조물과 결합하여 액튜에이팅과 센싱을 하며 이러한 결합 구조물을 압전 지능 구조물이라 한다. 현재 까지는 압전 재료를 판에 부착하여 방사소음 저감에 사용하거나[1], 유연 로봇 팔의 위치제어[2] 등 저 주파수 대역에서 많은 연구가 활발히 진행되고 있다. 반면에 압전 지능 구조물의 고 주파수 대역 소음 진동 해석 적용에 관한 연구가 필요하기 때문에 본 연구에서는 고 주파수 대역에서 소음 및 진동 해석에

유용한 기법인 SEA[3]를 압전 지능 구조물에 적용하고자 한다.

SEA 를 통해 시스템의 진동 응답 특성을 예측 하는데 있어서 가장 핵심적인 부분은 서브 시스템(subsystem)들 간의 파워 흐름을 평형 에너지와 관계시키는 연결 손실 계수와, 시스템의 감쇠에 의하여 소산 되는 에너지 손실을 나타내는 내부 손실 계수 등의 주요 변수를 구하는 것이다.

본 논문에서는 SEA 의 이론과 변수를 구하기 위한 실험 방법을 기술하고 SEA 의 주요 변수를 압전 지능 구조물에 대해 구함으로써 압전 지능 구조물의 SEA 적용과 측정 방법의 타당성을 보이고자 한다.

II. SEA 이론

2.1 SEA 의 기본 이론

SEA 에서는 전체 시스템이 선형적이며 보존적 연결 관계로 이루어진 여러 서브시스템으로 구성되어 있다고 본다. 관심 주파수 대역에서 각각의 서브 시스템들에 존재하는 공진 주파수를 독립적인 힘에 의해 가진 되는 단진자로 봄으로써 각각의 단진자들에 의해 형성되는 비연계 모드 에너지의 선형적 합을 가능하도록 한다. 또한 이 주파수 대역 내에서 생성되는 공진 모드들은 똑같은 에너지를 가지며, 두 서브 시스템 간의 에너지 흐름은 가진이 일어나는 동안 연결된 서브 시스템들 안에 연결된 모드들의 에너지 차에 비례하여 형성된다는 가정과 서브 시스템들 사이에서는 상호 교환 원칙이 적용 된다는 가정을 바탕으로 아래와 같은 기본 식들이 성립되었다.

한 주파수에서 정상상태의 조건으로 가진 되는 각각의 단진자들은 위치에너지와 운동에너지를 포함하고 있으며 정상상태에서 입력된 파워 Π_{in} 는 방산 되

는 파워 Π_d 와 비례해야 하기 때문에 방산되는 파워를 감쇠와 함께 단진자 안에 저장되는 에너지와 관계시키면 아래와 같은 식이 유도 된다.

$$\Pi_d = c_v \dot{x}^2 = 2\zeta\omega_n m \dot{x}^2 = 2\zeta\omega_n E = \frac{\omega_n E}{Q} = \omega_n E \eta \quad (1)$$

c_v , ζ , ω_n , m , E , Q , η 는 각각 단진자의 점성 계수, 감쇠 비, 라디안 공진 주파수, 질량, 저장 에너지, 특성 요소, 내부 손실계수 이다.

단진자의 파워 방산의 개념을 특정하게 지정한 주파수 대역에서의 단진자들의 집합으로 확대 하면 중심 주파수 ω 를 이용하여 다음 식이 된다.

$$\Pi_d = \frac{\omega E}{Q} = \omega E \eta \quad (2)$$

Lyon 은 두 단진자 간에 흐르는 에너지를 비례 상수 β 를 이용하여 각각 연결된 두 단진자의 진동 에너지 차에 비례함을 보였다.

$$\langle \Pi_{12} \rangle = \beta \{ \langle E_1 \rangle - \langle E_2 \rangle \} \quad (3)$$

식(3)을 파워 손실의 개념을 적용하면 다음과 같다.

$$\langle \Pi_{12} \rangle = \omega \langle E_1 \rangle \eta_{12} - \omega \langle E_2 \rangle \eta_{21} \quad (4)$$

η_{12} , η_{21} 는 각각 서브 시스템 1에서 2로, 2에서 1으로의 에너지 전달 정도를 나타내는 연결 손실 계수이다.

위의 식들을 이용하여 두 서브 시스템 내의 단진자들의 집합에 대한 정상 상태 파워 균형식은 다음과 같다.

$$\Pi_1 = \Pi_{1,d} + \Pi_{12} = \omega E_1 \eta_1 + \omega E_1 \eta_{12} - \omega E_2 \eta_{21} \quad (5)$$

$$\Pi_2 = \Pi_{2,d} + \Pi_{21} = \omega E_2 \eta_2 + \omega E_2 \eta_{21} - \omega E_1 \eta_{12}$$

또한 가정으로부터 식(6)과 같은 상호 교환 원칙이 적용된다.

$$\eta_{12} \eta_{21} = \eta_{21} \eta_{12} \quad (6)$$

다음으로 N 개의 서브 시스템으로 이루어진 시스템에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$\omega [A] \begin{bmatrix} E_1 / n_1 \\ E_2 / n_2 \\ \vdots \\ E_n / n_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \vdots \\ \Pi_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기에서

$$[A] = \begin{bmatrix} (\eta_1 + \sum_{i=1}^N \eta_{1i})n_1 & -\eta_{12}n_1 & \dots & -\eta_{1N}n_1 \\ -\eta_{21}n_2 & (\eta_2 + \sum_{i=2}^N \eta_{2i})n_2 & \dots & -\eta_{2N}n_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{N1}n_N & \dots & \dots & (\eta_N + \sum_{i=N}^N \eta_{Ni})n_N \end{bmatrix}$$

SEA의 성공적인 적용을 위해서는 서브 시스템들이 약한 연결(weak coupling)로 이루어 지고, 가진 하는 힘은 광범위한 주파수 대역이며 서브 시스템 각각의 모달 밀도(modal density)가 높아야 한다[4].

2.2 SEA 주요 변수

SEA를 통해 시스템의 진동 응답 특성을 예측 하는데 있어서 가장 중요한 부분은 파워 균형식에 나타나는 변수들을 구하는 것이다. 이러한 변수들에 대한 간단한 설명과 본 연구에서 이론 값을 위해 사용된 식을 기술하면 다음과 같다.

2.2.1 연결 손실 계수

연결 손실 계수는 이미 말한 바와 같이 서브 시스템들 간의 파워 흐름을 평형에너지와 관계시키는 계수로서 핀 이름의 경우에 대해서 서브 시스템 1으로 부터 서브 시스템 2로의 이론식은 다음과 같다.[5, 6]

$$\eta_{12} = Y_2 / \omega S_1 \rho_{s1} [(Y_1 + Y_2)^2 + (\omega / K_1)^2] \quad (8)$$

여기에서 ρ 는 밀도, h 는 빔의 두께이며 $k_1 = EA/L$ 핀 강성계수 이고 E , A , L 는 각각 탄성계수, 단면적, 핀의 길이 이다. $Y = 1/(2 \cdot 3ph^2 C_1)$, C_1 은 종파 속도이고, S 는 빔의 표면적 이다.

2.2.2 내부 손실 계수

내부 손실 계수는 구조물의 에너지 손실로서 순수 구조적 손실 계수와 방사 손실 계수의 합으로 나타내는데 박막과 같이 가벼운 구조물이 아닌 경우에는 일반적으로 구조적 손실 계수가 지배적이며 식(2)를 이용하는 파워 평형법외에도 여러 실험적 방법을 이용해 측정된다.

2.2.3 모달 밀도

모달 밀도란 단위 주파수당 모드의 수로서 주어진 가진 함수에 대해 시스템의 공진 응답을 관계시키기 위한 매우 중요한 변수이다. 빔에 대한 모달 밀도의 식은 다음과 같다[7,8].

$$n(\omega) = \frac{L}{\omega^{1/2}} \left(\frac{\rho A}{EI} \right)^{1/4} \quad (9)$$

여기서 I 는 단면 이차 모멘트 이다.

III. 입력 파워 측정

3.1 압전 지능 구조물의 입력 파워

관심 주파수 대역에 대해 압전 지능 구조물의 가진 입력 파워는 부하 전압 V 와 전류 I 를 곱한 값이 된다. 이는 다시 임피던스 측정기를 사용 하여 측정된 압전 지능 구조물의 임피던스 Z 와 어드미턴스(admittance) Y 를 이용하여 나타낼 수 있고 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Pi_E = V \cdot I = \frac{1}{2} \text{Re}[I/Z] \cdot V^2 = \frac{1}{2} \text{Re}[Y] \cdot V^2 \quad (10)$$

이렇게 구한 전기적 입력 파워는 전기-기계적 연결 계수 κ 를 이용하여 기계적 입력 파워로 상사시킬 수 있다. 정의는 아래와 같고

$$\kappa = \sqrt{\frac{\text{mechanical energy stored}}{\text{electrical energy applied}}} \quad (11)$$

결과적으로 기계적 입력 파워는

$$\Pi_M = \kappa^2 \cdot \Pi_E \quad (12)$$

이 된다.

3.2 가진기에 의한 입력 파워

주파수 ω_1, ω_2 대역으로 점 가진시 서브 시스템에 입력되는 시간 및 주파수 평균 파워는 힘과 가속도 크로스 스펙트럼 S_{af} 을 이용하여 아래와 같이 된다.

$$\Pi_{\omega_1, \omega_2} = \frac{1}{\omega} \text{Im} \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{af}(\omega) d\omega \right] \quad (13)$$

측정에 있어서 가진점에서의 가속도와 힘 간의 위상 변화는 중요한 영향을 미치므로 정확한 측정을 하기 위해서는 임피던스 헤드를 사용하는 것이 좋다[9, 10].

IV. 저장 에너지 측정

서브 시스템에 저장되는 에너지에는 운동에너지와 위치에너지가 있다. SEA 에서는 서브 시스템의 공간 모드들의 운동에너지와 위치에너지의 크기가 같다는 가정하에서 전체 에너지를 운동 에너지로 나타낸다 [11].

$$E_{\text{Total}} = 2 \cdot E_{\text{Kinetic}} \quad (14)$$

관심 주파수 대역에서의 공간 및 주파수 평균 서브 시스템의 저장 에너지는 N 개의 지점에서 가속도계를 이용하여 측정된 가속도 파워 스펙트럼 S_{aa} 와 질량 M 을 이용하여 다음과 같은 식이 된다[9, 10].

$$E_{\omega_1, \omega_2} \cong M \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot \sum_{i=1}^N \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{i,aa}(\omega) d\omega \quad (15)$$

V. 실험 및 결과

5.1 알루미늄 빔의 내부 손실 계수 측정

본 실험은 압전 재료를 이용한 서브 시스템 가진 시에 입력되는 전기적 파워를 기계적 파워로 상사 시킴을 통하여 SEA 의 주요 변수를 측정할 수 있음을 보이기 위한 실험으로서 크기 $1.1 \times 0.05 \times 0.003\text{m}$ (길이 \times 너비 \times 두께), 질량 0.4585kg 인 알루미늄 빔을 대상으로 실행했으며 동일 빔에 대해 가진기를 이용하여 측정된 값과 비교하였다.

5.1.1 압전 지능 구조물 입력 파워 및 에너지 측정

빔의 중앙 지점에 압전 재료를 부착한 지능 구조물을 자유 경계 조건으로 만들기 위하여 고무줄로 매단 후 임피던스 해석기를 이용하여 주파수 대역

50Hz~6400Hz 에서 측정된 임피던스로 부터 구한 컨덕턴스(conductance) 값(Fig. 1)과 랜덤 가진 동안 측정된 부하전압(Fig. 2)을 식(10)에 대입해 구한 전기적 입력 파워를 식(11)에 전기-기계적 연결 계수 $\kappa_{31} = 0.32$ 와 함께 대입하여 상사 되는 기계적 입력 파워를 구하였다(Fig. 4). 저장에너지는 가속도계를 이용하여 20 지점에서 측정된 값을 식(15)에 대입하여 구하였다(Fig. 5).

5.1.2 가진기에 의한 입력 파워 및 에너지 측정

가진기에 의해 빔에 입력되는 파워를 식(13)을 이용하여 정확한 측정을 하는데 있어서 가장 중요한 점은 힘과 가속도 신호의 위상차가 없도록 하는 것이다. 그러기 위해서는 힘 전환기와 가속도계를 따로 사용하는 것 보다는 함께 부착된 임피던스 헤드를 사용하는 것이 바람직하며[12], 빔의 기울어짐을 방지하여 가진시 모멘트가 발생 하지 않도록 해야 한다. Fig. 3 에 힘-가속도의 크로스 스펙트럼 허수부를 나타냈다. 입력 파워는 Fig. 4 에 압전 지능 구조물의 입력 파워 그래프와 함께 나타냈다. 저장에너지는 압전 지능 구조물 가진시와 동일한 측정 방법을 사용하여 Fig. 5 에 함께 나타내었다.

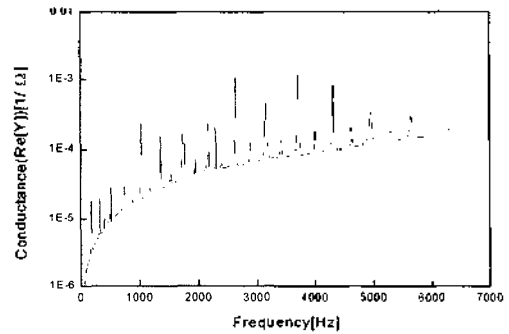


Fig. 1 Conductance of PZT on uncoupled aluminum beam

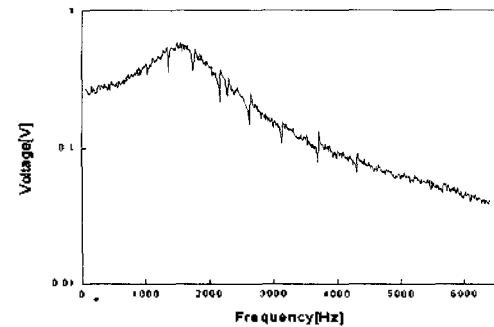


Fig. 2 Input voltage when the PZT excites the uncoupled aluminum beam

1/3 옥타브 대역 평균을 이용하였기 때문에 Fig. 4 와 Fig. 5 의 1000Hz 미만의 주파수 대역에서는 모드 밀도가 낮아 측정된 값들이 변동함을 보이고 있다.

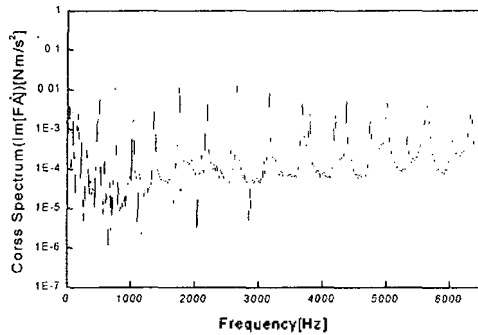


Fig. 3 Imaginary part of force-acceleration cross spectrum of input power to uncoupled aluminum beam

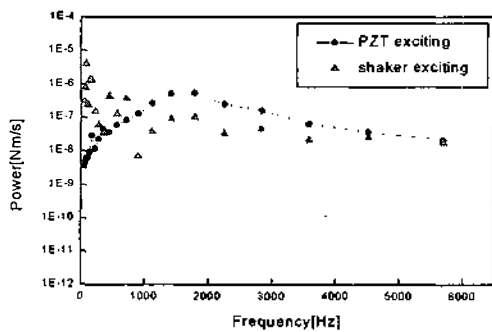


Fig. 4 Input power when the uncoupled aluminum beam is excited

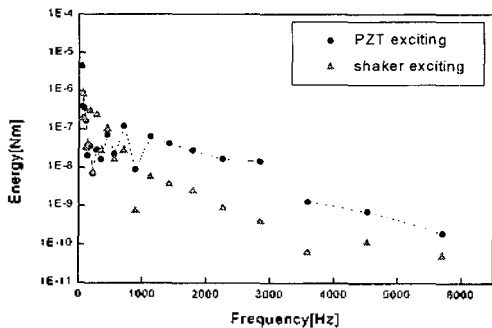


Fig.5 Stored energy when the uncoupled aluminum beam is excited

5. 1. 3 내부 손실 계수

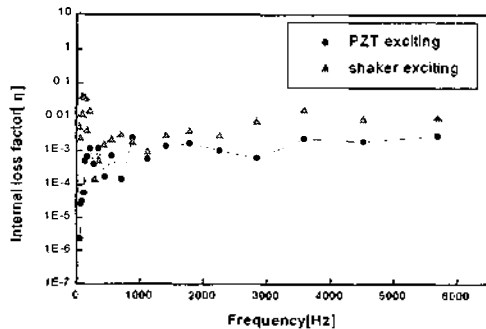


Fig. 6 Internal loss factor of the uncoupled aluminum beam

식(2)를 이용하여 구한 내부 손실 계수를 Fig. 6에 나타내었다. 입력 파워는 Fig. 4에서 볼 수 있는 바와 같이 압전 재료의 가진 때가 가진기 가진에 비해 큰 값이 입력 되었고 저장 에너지도 Fig. 5에서 보이는 것처럼 이에 준하여 압전 재료의 가진 때가 더 크게 나타나고 있지만 상대적인 비례를 볼 때 압전 재료 가진 때가 좀더 큰 비례 관계를 보이고 있다. 결과적으로 Fig. 6에서 보이는 바와 같이 압전 지능 구조물의 내부 손실 계수가 가진기 사용 때 보다 작은 값이 나왔다. 일반적으로 사용되고 있는 알루미늄의 내부 손실 계수 값이 0.0001인 점을 감안해 볼 때 고무줄로 매단 빔에 압전 재료를 부착한 압전 지능 구조물을 이용한 실험 방법이 가진기에 의한 실험 방법보다 자유 경계 조건을 좀더 만족 시켜 더욱 정확한 값을 보이고 있음을 알 수 있다.

5. 2 L-형 빔에 대한 연결 손실 계수 측정

본 실험에서 사용된 시스템은 크기 1.1×0.05×0.003 m(길이×너비×두께), 질량 0.4585kg 인 알루미늄 빔과 크기 0.9×0.05×0.0045m, 질량 1.596kg 인 강 빔을 면적 0.000038485 m², 깊이 0.0075m 인 스테인레스 핀 3 개를 이용하여 연결한 L형 시스템으로서, 자유 경계 조건을 만족 시키기 위하여 고무줄에 매달아 실험 하였다(Fig. 7).



Fig. 7 Experimental set up

두 서브시스템에 대한 연결 손실 계수를 구하는데 사용된 식(16)은 식(5), (6), (9)로부터 유도되었다.

$$\frac{\eta_{as}}{\eta_s} = \frac{n_s E_s}{n_s E_a - n_a E_s} \quad (16)$$

여기에서 η_{as} , η_s , n_a , n_s , E_a , E_s 는 각각 알루미늄 빔으로부터 강 빔으로의 연결 손실 계수, 강 빔의 내부 손실 계수, 알루미늄 빔의 모달 밀도, 강 빔의 모달 밀도, 알루미늄 빔에 저장되는 에너지, 강 빔에 저장되는 에너지이고 식(9)로부터 $n_a = 0.002259$, $n_s = 0.001734$ 이다.

우선 강 빔의 내부 손실 계수 η_s 를 구하고자 가진기를 사용하였으며 앞선 측정 방법과 동일한 방법을 사용하여 Fig. 8에 나타냈다.

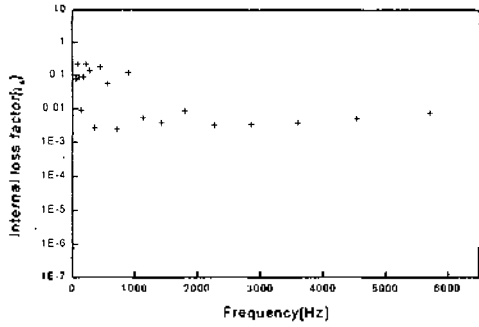


Fig. 8 Internal loss factor of uncoupled steel beam

다음으로 압전 재료를 알루미늄 빔에 부착해 가진하여 각각의 빔에 저장된 에너지를 Fig. 9에 가진기로 알루미늄 빔을 가진하여 각각의 빔에 저장된 에너지를 Fig. 10에 나타냈다.

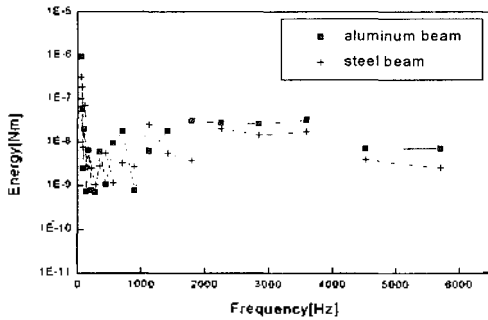


Fig. 9 Stored energy in each section of L beam when PZT excites the aluminum beam

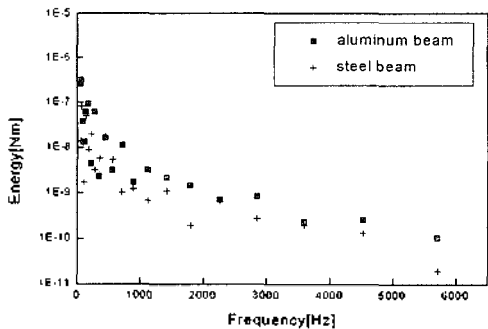


Fig. 10 Stored energy in each section of L beam when shaker excites the aluminum beam

이렇게 측정된 값들을 이용해 구한 연결 손실 계수와 이론식(8)을 이용하여 구한 연결 손실 계수를 Fig. 11에 나타냈다. 또한 식(6)을 이용하여 강 빔으로부터 알루미늄 빔으로의 연결 손실 계수를 구할 수 있다.

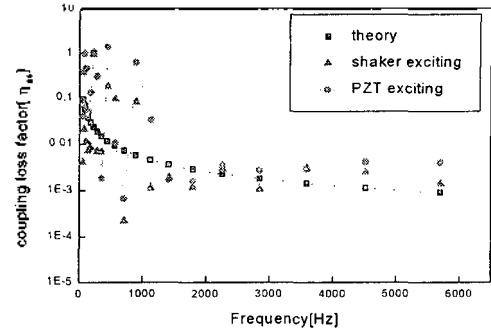


Fig. 11 Coupling loss factor from aluminum beam to steel beam when aluminum beam excited

Fig. 9와 Fig. 10에서 서로 다른 가진 방법에 따른 저장 에너지의 분포가 다르게 나타남에도 불구하고 Fig. 11에서 보아서 알 수 있듯이 연결 손실 계수의 값이 근사함을 알 수 있고 또한 이론값 과도 근사함을 보이고 있다.

IV. 결론

현재까지는 SEA의 주요 변수를 실험적으로 측정하는데 있어서 가진기, 임팩트 햄머, 스피커에 의한 가진 방법을 사용하였고 서브 시스템의 입력 파워를 힘과 가속도 또는 힘과 속도를 측정하여 구하였으나, 본 연구에서는 압전 지능 구조물을 사용해 변수를 측정해 봄으로써 압전 지능 구조물을 높은 주파수 대역에서 시스템의 소음 및 진동 응답 특성을 예측하고자 하는 SEA 기법에 적용해 보았고 기존의 측정 방법을 이용하여 구한 값과 비교 분석 하였다. 보다 많은 실험적 연구를 통하여 높은 주파수 대역에서 압전 지능 구조물에 SEA 기법을 적용하는 법을 검증 하는 것이 필요하다.

참고 문헌

1. 김재환, "복수 압전 가진기의 최적 설계를 통한 관구조물의 소음 제어", 한국 소음 진동 공학회 춘계 학술 대회 논문집, 263-270, 1996
2. 한상수 최승복, "스마트 작동기를 이용한 랜트리형 유연로봇팔의 위치 제어", 제 12차 한국 자동제어 학술회의 논문집, 1800-1803, 1997
3. A. J. Keane, and W. G. Price, "Statistical energy analysis", Cambridge, 1994.
4. Richard. H. Lyon, "Statistical energy analysis of dynamical systems: theory and applications ". M. I. T. press, 1975.
5. R. J. M. Draik and R. Wilson, "Sound transmission through masonry cavity walls", Journal of Sound and Vibration 179(1), 79-96, 1995.

6. J. A. Steel, "The prediction of structural vibration transmission through a motor vehicle using statistical energy analysis", *Journal of Sound and Vibration* 193(3), 691-703, 1996.
7. L. Cremer, M. Heckl and E. E. Ungar. "Structure-borne sound", Springer-Verlag Berlin, 1988.
8. I. L. Ver and C. I. Holmer, "Interaction of sound waves with solid structures", chapter 11 in *Noise and vibration control*, edited by L. L. Beranek, McGraw-Hill, 1971.
9. D. A. Bies and S. Hamid, "In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method", *Journal of Sound and Vibration* 70(2), 187-204, 1980.
10. K. De Langhe and P. Sas, "Statistical analysis of the power injection method", *J. Acoust. Soc. Am.* 100(1), 294-303, 1996.
11. Claes R. Fredo, "Statistical energy analysis and the individual case", Department of Applied Acoustics Chalmers University of Technology, 3119-328, 1995.
12. Benjamin Cimerman, Tej Bharj and Gerard Borello, "Overview of Experimental Approach to Statistical Energy Analysis", Society of Automotive Engineers, Inc., 783-788, 1997.