

크로스 스펙트럼법을 사용한 음향 전달계의 임펄스 응답 추정에서 데이터에 거는 창 함수의 영향

송창용*, 이유현*, 김천덕**, 이채봉***

*부경대학교 대학원 음향진동공학과, **부경대학교 전기제어공학부,

***동서대학교 정보통신공학부

The Effect of an Window Function Weighted Datas with the Estimated Impulse Response of the Acoustic Transfer System Using Cross-Spectrum Method

Chang-Yong Song*, Chun-Duck Kim**, You-Hyun Lee*, Chai-Bong Lee***

*Dept. of Interdisciplinary Program of Acoustic and Vibration, Pukyong National Univ.

**Faculty of Electronic and Control Eng. Pukyong National Univ.

***Faculty of Information and Communication Eng. Dongseo Univ.

요약.

본 논문에서는 Cross-Spectrum법에 의한 임펄스 응답을 추정할 때의 창함수의 영향을 살펴본다. 여러종류의 창함수에 대해 전달함수의 지연시간과 창함수의 길이의 관계를 조사하고, 측정에 의해 비교 확인하였다. 음향 전달계의 임펄스 응답 추정치의 평가식을 이용하여 창함수중 Riesz 창함수의 추정 정확도가 대체로 양호함을 확인했다.

창함수의 영향을 여러 종류의 창함수에 관해 S/N의 관점에서 이론적으로 검토하고, 테스트 신호로써 백색잡음을 사용하여 실험치에 의해 Coherence 함수를 주파수 전역에 걸쳐 적분한 γ^2 의 관점과 추정 임펄스 응답을 평가하는 식으로 조사하여 영향이 적은 창함수를 찾아 본다.

1. 서론

Cross-Spectrum법에 의해 음향 전달계의 임펄스 응답, 또는 Coherence 함수를 추정할 때 백색잡음(White Noise)을 테스트 신호로써 사용한 경우에는 관측과형을 시간창에 의해 절삭하는 것에 의한 오차를 피할 수 없다. 임출력 데이터에 거는 창함수의 영향은 일반적으로 그 창 함수의 주파수 특성에 있어 메인로브의 대역폭, 또는 사이드로브의 분포상태에 관해서만 논하고 있고, 시간 창에 의해 어느 정도 오차가 생기는데 대해서는 연구가 그다지 수행되고 있지 않다. 그래서 본 논문은 크로스 스펙트럼 법에 의해 임펄스 응답을 추정할 때

2. 창함수의 영향에 대한 평가방법

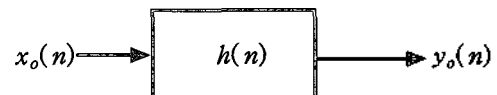


그림 1. 임펄스 응답 추정의 블록도

그림1.에 나타내는 바와 같이 음향 전달계의 임펄스 응답을 $h(n)$, 입력신호를 $x_0(n)$, 출력신호를 $y_0(n)$ 라 하면, 임출력간의 관계는 다음 식과 같이 나타내질 수 있다.

$$y_0(n) = h(n) * x_0(n) \quad (1)$$

창 함수와 신호 각각의 주파수 스펙트럼의 관계가 주파수 영역에 있어 다음과 같다.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} w_i(n)x_0(n) \exp(-j2\pi kn/N) \quad (2)$$

$$= \frac{1}{N} W_i(k) * X_0(k)$$

$$Y(k) = \frac{1}{N} W_o(k) * Y_0(k) \quad (3)$$

여기서 $X_o(k), Y_o(k)$ 는 입출력의 푸리에 변환, $W_i(k), W_o(k)$ 는 입력력에 곱한 창함수의 푸리에 변환이다.

창에 의해 절취된 입출력 신호사이의 크로스 스펙트럼을 $W_{xy}(k)$, 입출력신호의 파워 스펙트럼을 각각 $W_{xx}(k), W_{yy}(k)$ 라 하면 Coherence 함수 γ^2 과 이 함수의 주파수 적분한 γ_i^2 는 다음과 같다.

$$\gamma^2(k) = \frac{|W_{xy}(k)|^2}{W_{xx}(k)W_{yy}(k)} \quad (4)$$

$$= \frac{|X(k) * X(k) * Y(k) * Y(k)|^2}{X(k) * X(k) * Y(k) * Y(k)}$$

$$\gamma_i^2 = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} |X(k) * Y(k)|^2}{\sum_{k=0}^{N-1} X(k) * X(k) * Y(k) * Y(k)} \quad (5)$$

이후의 결론에서는 위 식에 나타난 γ_i^2 의 값과 창함수의 관계를 고찰한다.

$x(n), y(n)$ 사이의 자기 상관함수 및 상호 상관함수를 $R_{xx}(m), R_{yy}(m), R_{xy}(m)$ 로 나타내기로 하면 다음과 같은 대응관계가 된다.

$$R_{xx}(m) \leftrightarrow X(k) * X(k)$$

$$R_{yy}(m) \leftrightarrow Y(k) * Y(k) \quad (6)$$

$$R_{xy}(m) \leftrightarrow X(k) * Y(k)$$

Parseval의 공식을 이용하면

$$\gamma_i^2 = \frac{\sum_{m=0}^{N-1} |R_{xy}(m)|^2}{\sum_{m=0}^{N-1} R_{xx}(m) \sum_{m=0}^{N-1} R_{yy}(m)} \quad (7)$$

여기서 임펄스 응답 $h(n)$ 을 어떤 지연시간 i 의 응답만을 포함하는 제열을 $h^i(n)$ 라 두면

$$h^i(n) \equiv h(n)\delta(n-i) \quad (8)$$

$$h(n) = \sum_{i=0}^{\infty} h^i(n)$$

이 되고, 상관함수는 다음식과 같이 된다.

$$\sum_{m=0}^{N-1} |R_{xy}(m)|^2 = \sigma^4 \sum_{m=0}^{N-1} \left| h(m) \sum_{n=m}^{N-1} w_i(n-m)w_o(n) \right|^2$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} R_{xx}(m) = \sigma^2 \sum_{n=0}^{N-1} w_i^2(n) \quad (9)$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} R_{yy}(m) = \sigma^2 \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) \sum_{n=0}^{N-1} w_o^2(n)$$

또 시간지연 i 의 응답에 해당하는 $R_{xy}^i(m)$ 의 값을 이용하면 임펄스 응답의 추정치는 다음과 같다.

$$\hat{h}(i) = \frac{R_{xy}^i(i)}{\sum_{m=0}^{N-1} R_{xx}(m)} \quad (10)$$

$$= \frac{h(i) \sum_{n=i}^{N-1} w_i(n-i)w_o(n)}{\sum_{n=0}^{N-1} w_i^2(n)}$$

여기서 임펄스 응답의 추정 정도를 평가하는 지표로서 다음식에 나타난 오차함수를 도입한다.

$$E_{rr}(i) = \frac{\hat{h}(i) - h(i)}{h(i)} \quad (11)$$

$$= \frac{\sum_{n=i}^{N-1} w_i(n-i)w_o(n)}{\sum_{n=0}^{N-1} w_i^2(n)} - 1$$

이 오차 함수에 대해선 다음장에서 검토한다.

3. 창함수의 영향에 대한 이론치

여기선 임펄스 응답이 단순히 시간지연을 나타내는 함수일 때 여러 창함수에 의해 Coherence함수의 적분값을 계산한다. 그림2에 계산을 행한 창함수의 형을 나타낸다.

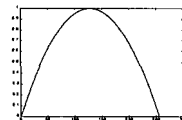
Rectangular Window



$$w(n) = 1$$

$$n=0,1,\dots,N-1$$

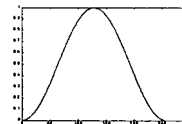
Riesz Window



$$w(n) = 1 - \left| \frac{1-N/2}{N/2} \right|^2$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

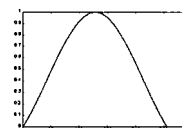
Hanning Window



$$w(n) = 0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi}{N}(n-N/2)\right)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

Rieman Window



$$w(n) = \frac{\sin\left(\frac{n-N/2}{N} 2\pi\right)}{\frac{n-N/2}{N} 2\pi}$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

그림2. 입출력에 하중을 거는 창함수

간지연을 p 라하면 식(9)로부터

$$\sum_{m=0}^{N-1} R_{xy}(m) = \sigma^2 \sum_{n=p}^{N-1} w_i(n-p) w_o(n) \quad (12)$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} R_{xx}(m) = \sum_{m=0}^{N-1} R_{yy}(m) = \sigma^2 \sum_{n=0}^{N-1} w_i^2(n) \quad (13)$$

이 된다. 창 길이를 1024점, 지연시간을 256, ..., 4점으로 써 γ_i^2 계산한 결과를 표1에 나타낸다.

식(11)에 의해 크로스 스펙트럼법에 의해 추정되는 임펄스 응답의 오차가 추정되고 그 결과를 창함수 길이가 일정할 때 전달함수의 시간지연에 따른 오차를 그림 3에 나타낸다. 그림에서 각 곡선이 나타내는 창함수는 $i/N=0.5$ 일때의 오차가 작은 창부터 순서대로 나타내고 있다. Rectangle 창함수의 오차는 임펄스 응답의 지연시간에 비해해 증가하고, 지연시간이 창길이의 약 1/4 이하에서는 Riesz 창함수의 오차가 적게 나타난다.

표1. 전달함수의 시간지연에 따른 창함수별 Coherence 적분값 γ_i^2

지연 시간	Type of Time Window			
	Rectangle	Riesz	Hanning	Rieman
256	0.5020	0.3450	0.1706	0.2748
128	0.7520	0.7669	0.6646	0.7365
64	0.8770	0.9333	0.9054	0.9271
32	0.9395	0.9827	0.9763	0.9817
16	0.9707	0.9958	0.9944	0.9956
8	0.9863	0.9991	0.9988	0.9990
4	0.9941	0.9989	0.9998	0.9998

4. 실험 및 고찰

실험에 사용되어진 입력신호로 500Hz LPF를 거친 백색잡음을 사용하여 스피커를 구동시키고, 마이크로폰 출력신호 또한 500Hz LPF를 통과시켰으며 이때 마이크와 스피커의 거리는 34cm로 하였고 샘플링 주파수 f_s 는 2kHz이다. 입력신호에 같은 창함수의 길이를 128, 256, ..., 4096점으로 하여 4가지의 창함수에 의한 크로스 스펙트럼법에 의해 추정된 임펄스 응답의 평가는 Coherence 함수의 적분값 γ_i^2 와 식(14)로 나타내어지는 Misadjustment로 평가하여 결과를 표2, 표3에 나타낸다. 표에서 Coherence 함수의 적분값 γ_i^2 은 창함수의 길이가 변하여도 항상 Riesz 창함수가 높게 나타났다. Misadjustment도 64포인트와 128포인트의 창함수 길이에서 Rectangle 창함수의 오차가 적었고, 나

머지 창함수의 길이에 대해서는 Riesz 창함수의 오차가 적었다.

$$\text{Misadjustment} = 10 \log_{10} \left[\frac{\sum e(n)^2}{\sum y(n)^2} \right] \quad (14)$$

$x(n)$: 입력신호, $y(n)$: 출력신호

$\hat{P}(n)$: 추정 임펄스 응답

$\hat{y}(n)$: $i(n)$ 과 $\hat{P}(n)$ 의 콘볼루션 응답

$e(n)$: $y(n) - \hat{y}(n)$ 의 오차신호

표2. 창함수의 길이에 따른 Coherence 적분값 γ_i^2

창함수 길이	Type of Time Window			
	Rectangle	Riesz	Hanning	Rieman
64	0.7569	0.7728	0.7179	0.7544
128	0.8873	0.9069	0.8758	0.8969
256	0.9521	0.9614	0.9473	0.9569
512	0.9788	0.9807	0.9747	0.9786
1024	0.9921	0.9917	0.9887	0.9907
2048	0.9970	0.9960	0.9941	0.9953
4096	0.9980	0.9990	0.9955	0.9989

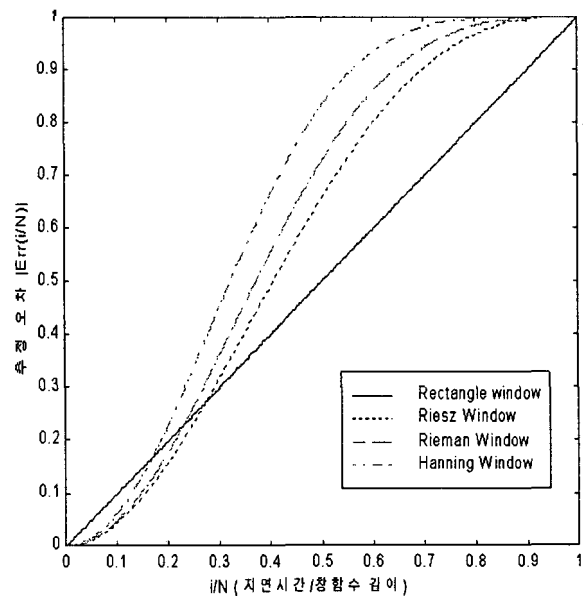


그림 3. 임펄스 응답 추정에서 창함수의 영향

표3. 창함수의 길이에 따른 Misadjustment [dB]

창 함수 길이	Type of Time Window			
	Rectangle	Riesz	Hanning	Rieman
64	-11.839	-10.956	-9.6707	-10.406
128	-16.444	-15.965	-14.360	-15.340
256	-20.522	-20.609	-19.395	-20.182
512	-21.946	-22.761	-22.282	-22.591
1024	-22.709	-23.869	-23.844	-23.930
2048	-22.438	-22.467	-22.306	-22.414
4096	-19.079	-20.489	-20.320	20.536

5. 결론

백색잡음을 테스트신호로 사용한 경우의 음향 전달계의 임펄스 응답을 추정함에 있어 창함수의 영향에 대해 검토를 하였다. 우선 전달함수의 지연시간에 따른 Coherence 함수의 주파수 적분값 γ_f^2 과 임펄스 응답 추정 오차 계산을 하여, 창 함수 길이가 전달함수 지연시간의 4배 이상에서 Riesz 창 함수가 γ_f^2 의 값이 높고, 임펄스 응답 추정 오차가 적음을 밝혔다. 또 실험을 통해 4가지 창 함수중에서 Riesz 창 함수가 길이에 따른 Coherence 함수의 주파수 적분값 γ_f^2 이 가장 높았고, 임펄스 응답 추정 오차 평가도 가장 낮음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. 永田仁史, 劉家祥, 安倍正人, 城戸健—"クロススペクトル法によるコヒーレンス關數びインパルスレスポンス"日本音響學會誌, pp.950-956, 1989
2. 이유현, 차경환, 김천덕, 이영섭, "피드포워드 적응제어 시스템에서 플랜트의 추정 임펄스 응답에 대한 안전성 평가식 검토", 한국음향학회 영남지회, pp 63-67, 1999
3. Oppenheim, Schafer "DIGITAL SIGNAL PROCESSING", Prentice Hall, pp 532-570, 1975