

## 금속-압전세라믹 복합 평판의 진동해석

고영준\*, 남효덕\*, 장호경\*\*

\*영남대학교 센서 및 시스템공학과

\*\*경산대학교 물리학과

## The Vibration Analysis for the Metal-Piezoceramic Composite Thin Plates

Young-Jun Go\*, Hyo-Duk Nam\*, Ho-Gyeong Chang\*\*

\*Department of Sensor and System Engineering, Yeungnam University

\*\*Department of Physics, Kyungsan University

E-mail : p9829701@chunma.yeungnam.ac.kr

### ABSTRACT

An analysis of the free vibration for the metal-piezoceramic composite thin plates is described. The purpose of this study is to develop a equivalent method for the free vibration analysis of metal-piezoceramic composite thin plates which are not symmetrically about the adhered layer and the piezoelectric effect. In order to confirm the validity of the vibration analysis, double Fourier sine series is used as a modal displacement function of a metal-piezoceramic composite thin plate and applied to the free vibration analysis of the plate under various boundary conditions.

### I. 서론

압전 세라믹스는 전기음향변환 재료로써 우수한 재료이고,<sup>1)</sup> 어군탐지거나 수중탐지기와 같은 수중통신 등의 초음파 영역으로부터 응용이 시작되었지만 음향기

기, 영상기기, 통신기기, 센서 등의 광범위한 분야로 연구가 수행되고 있다.<sup>2)</sup> 최근에는 압전재료의 가공기술 및 제조공정이 크게 향상되면서 압전 음향소자가 더욱 주목을 받게 되었다. 이러한 압전 음향소자는 분극화된 얇은 압전 세라믹 재료를 제조한 후 금속 진동판에 부착시킨 진동자 구조로써, 전기음향변환 효율이 우수해서 맑고 깨끗한 음의 발생이 가능하고, 소형, 경량이며 낮은 소비전력으로 음향 소자의 구동이 가능하기 때문에 최근에는 압전 부저, 전화기의 송·수화기, 압전 스피커 등의 넓은 분야에 응용되고 있다.<sup>3)</sup>

본 연구에서는 Kirchhoff의 얇은 평판이론<sup>4)</sup>과 g-압전 요소방정식<sup>5)</sup>에 기초를 두고 대칭되지 않은 접착층과 압전효과를 고려한 금속-압전 세라믹 복합평판을 등가화방법을 이용하여 등가재료 특성을 도출하였다. 그리고, 등가화된 금속-압전 세라믹 복합평판의 고유진동수와 진동모드를 연구하였다. 이중 푸리에 사인시리즈법(double Fourier sine series method ; DFSSM)을 이용하여 금속-압전 세라믹 복합평판의 고유진동수를 구하였으며, 외팔형태, 고정형태, 그리고 모서리가

단순지지된 형태에 따른 진동형태를 가시화하였다. 금속-압전 세라믹 복합평판에 대한 복잡한 문제를 단층의 균일한 얇은 평판으로 변환하여 해석하였다.

## II. 이론

Kirchhoff의 얇은 평판이론과 g-압전 요소방정식에 의해 중간면  $h_0$ 를 계산한 다음 경계조건에 따라 금속-압전세라믹 적층평판의 운동 미분방정식을 구하고, 금속-압전세라믹 적층평판의 경계조건과 운동 미분방정식을 전형적인 단층평판의 경계조건과 운동 미분방정식과 비교하여 등가 단층평판의 등가량을 구한다.

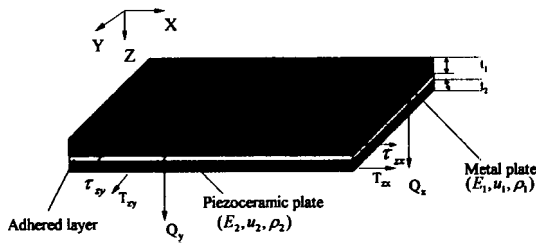


Fig.1. The metal-piezoelectric composite plate element

Kirchhoff의 얇은 평판이론과 g-압전 요소방정식을 이용하여 압전 세라믹 평판층의  $T_x$ 를 계산할 수 있다. 압전성을 나타내는 결정체에는 응력 ( $T_k$ ) 및 변형 ( $S_k$ )인 기계적인 성분과 전계 ( $e_i$ ) 및 전기변위 ( $D_i$ ) 또는 분극 ( $P$ )인 전기적인 성분이 공존하며, 압전 효과를 서로 관련시키는 것을 전기-기계 결합계수라 한다. 이들 관계를 서로 선형적이라 하고 결정체에 대해서 임의의 직각좌표축을 취해 식으로 나타내면 식(1)과 같다.

$$S_k = S_{kk}^D T_k + g_{jk} D_j, \quad e_i = -g_{ik} T_k + (1/\epsilon_{ij}^T) D_j \quad (1)$$

( $k, k=1, 2, \dots, 6 ; i, j=1, 2, 3$ )

금속과 압전 세라믹은 완전히 접착된 것으로 접착층 안에서 측면 전단응력 성분은 같다고 가정하고, 압전 복합층의 자유표면 응력조건을 고려하면 중간면을 알 수 있다.

$$h_0 = \frac{\frac{1}{2}(Q_1 t_1^2 + Q_2 t_2^2 + 2Q_2 t_1 t_2 - 2K_1 t_1)}{Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + K_2 t_2} \quad (2)$$

금속 평판층과 압전 세라믹층의 응력성분을 이용해서 적층된 평판의 단위 길이당 굽힘모멘트를 구할 수 있다. 여기서 등가 굽힘강성 ( $D_e$ )와 등가 포아손비 ( $\nu_e$ )를 유도할 수 있다.

$$D_e = aQ_1 + bQ_2 - c(K_1 + K_2 h_0) \quad (3)$$

$$\nu_e = \frac{aQ_1 \nu_1 + bQ_2 \nu_2 - c(K_1 + K_2 h_0)}{aQ_1 + bQ_2 - c(K_1 + K_2 h_0)} \quad (4)$$

$\xi(x, y)$ 가 평판의 내부에서 이중 푸리에 사인시리즈로 표시될 수 있는 함수라고 가정하고 모달 함수의 미분값들을 코사인 및 사인 시리즈로 표시할 때 이중 사인 시리즈는 모든 변이 단순지지된 평판에 대하여 모든 기하학적인 경계조건을 만족시킨다. 여기서 기하학적인 경계조건을 만족시키지 못할 경우 라그랑지 상수들을 이용하여 기하학적인 경계조건을 구속시킨다. 일반적으로 평판의 모달 함수는 (5)식과 같다.<sup>6)</sup>

$$\xi(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (5)$$

경계조건이 고려될 때 정확히 사인시리즈의 미분값을 구하기 위해서는 스톡스 변환이 필요하다. 만약 평판의 경계조건이 자유 경계단일 경우는 모서리 및 경계면에서 변위를 가정하여 전체에너지가 최소가 되도록 변위들의 계수를 구하고, 고정 경계단일 경우는 각각의 경계면의 기울기가 0이 되도록 구속한다. 라그랑지 상수들에 의해 구속되어진 기하학적인 경계조건들은 각각의 경계면이 위치하는 직선을 따라 적분이 되어야 한다. 그리고 변분원리에 기초를 두고 있는 안정화 조건에 의하여 선형방정식의 형태로 표시된다. 평판의 고유진동수 매개변수는 구성방정식의 행렬식이 0이 될 때 얻어진다. 고유진동수는 주파수 매개변수의 값에 따라 구해지며, 고유모드는 각각의 고유진동수 매개변수에 대응하여 푸리에 시리즈 계수들의 상대비를 구하여 해당 고유모드를 구한다.

## III. 수치해석 결과

금속-압전 세라믹 적층평판을 등가 단일층 평판으로 등가화하였으며, 등가화된 직사각형 평판의 진동특

성을 분석하기 위하여 이중 푸리에 사인사리즈법을 사용하였다. 연구대상 구조물은 직사각형 금속-압전 세라믹 적층평판 모델을 설정하였으며, 금속평판의 재료특성은 두께 1mm, 너비 40mm, 길이 40mm이며, 프와송 비는 0.34, 밀도는  $2700\text{Kg/m}^3$ 이다. 그리고 Young율은  $7 \times 10^{10}\text{Pa}$ 인 알루미늄이다. 그리고, 압전 세라믹판은 두께 1mm, 너비 40mm, 길이 40mm이며, 프와송 비는 0.33, 밀도는  $7900\text{Kg/m}^3$ , 그리고 Young율은  $8 \times 10^{10}\text{Pa}$ 이다.  $S_{11}^0$ 은  $12.5 \times 10^{-12}\text{m}^2/\text{N}$ ,  $S_{12}^0$ 는  $-4.125 \times 10^{-12}\text{m}^2/\text{N}$ ,  $g_{31}$ 은  $0.01139\text{Vm/N}$ 이며,  $\beta_{33}^0$ 는  $1.1309 \times 10^8\text{m/F}$ 이다. 직사각형 금속-압전 세라믹 적층평판의 재료특성을 적용하여 Fig.2와 같이 등가화방법을 통해 단일 평판으로 등가화 된 재료특성은 두께 1.979mm, 너비 40mm, 길이 40mm이며, 프와송 비는 0.288, 밀도는  $5.356 \times 10^3\text{Kg/m}^3$ 이다.

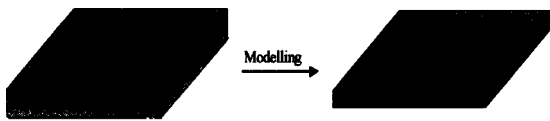


Fig.2 Equivalent modelling for the metal-piezoceramic laminated rectangular plate

Fig.3~Fig.5에는 금속평판의 재료를 변화시켰을 때의 등가 굽힘강성과 등가 프와송비 그리고 등가 두께를 구하였다. 연구대상인 금속판은 알루미늄이며, 금속판을 황동과 스테인레스로 교체했을 때의 등가 재료특성의 변화를 보았다.

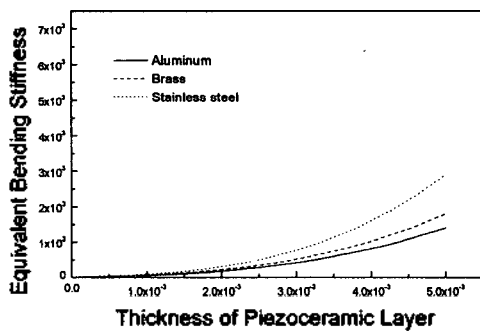


Fig.3 Equivalent bending stiffness vs. thickness of piezoceramic layer for the various materials of metal layer ( $t_1 = 1.0 \times 10^{-3}\text{m}$ )

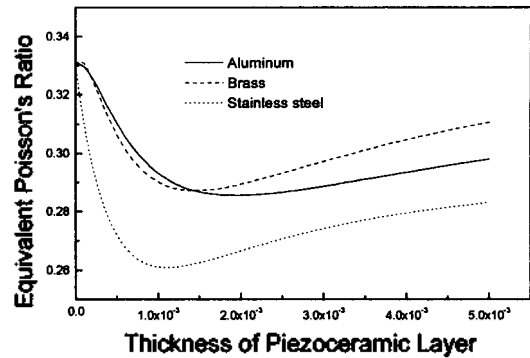


Fig.4 Equivalent Poisson's ratio vs. thickness of piezoceramic layer for the various materials of metal layer ( $t_1 = 1.0 \times 10^{-3}\text{m}$ )

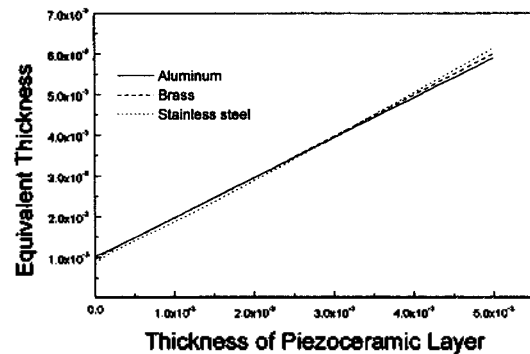


Fig.5 Equivalent thickness vs. thickness of piezoceramic layer for the various materials of metal layer

Table 1. Natural frequencies of a metal-piezoceramic composite thin plate under various boundary conditions.

Type	Method	Natural frequencies (Hz)			
		1st	2nd	3rd	4th
Cantilever	FEM	968	2338	5901	8548
	DFSSM	958	2382	5922	8403
Clamp	FEM	10361	22951	22951	34979
	DFSSM	10131	23265	23265	34843
Support	FEM	5732	14006	14006	21670
	DFSSM	5523	14088	14088	21813

등가화방법을 이용하여 등가 단층평판으로 표현하고, DFSSM과 FEM<sup>7)</sup>을 이용하여 고유진동수를 구하였다.

#### IV. 결 론

본 연구에서는 대칭되지 않은 접착층과 압전효과를 고려한 새로운 해석방법인 금속-압전세라믹 복합평판에 대한 복잡한 문제를 단층의 균일한 얇은 평판으로 변환하여 해석하는 등가화방법을 이용하여 등가재료 특성을 도출하였다. 금속평판의 재료를 변화시켰을 때의 등가 굽힘강성과 등가 프와송비 그리고 등가 두께를 구하였다. 등가 굽힘강성의 크기는 금속판이 알루미늄 일 때가 가장 컸으며 압전 세라믹판의 두께의 증가에 따라 지수 함수적으로 증가함을 알 수 있었다. 금속판이 알루미늄 일 때 등가 포아손비는 가장 컸으나, 압전 세라믹판 두께가 1.5mm 이상이 되면서 금속판이 황동 일 때 등가 포아손비가 더 커짐을 알 수 있었다. 금속판이 알루미늄 일 때의 등가 두께가 가장 컸으나, 압전 세라믹판 두께가 3mm 이상이 되면서 금속판이 스테인레스 일 때 등가 두께가 더 커짐을 알 수 있었다. 이중 퓨리에 사인시리즈법을 이용해 단층으로 단일화된 직사각형 평판을 수치해석하였다. 그 해석 결과인 구성방정식의 행렬식을 만족시킬 때 얻어지는 고유 진동수 매개변수를 유한요소법에 의한 해석 결과와 비교하였다. 이중 퓨리에 사인시리즈법과 유한요소 프로그램인 ANSYS와의 결과가 거의 오차가 없음을 알 수 있었다. 등가화 방법은 대칭되지 않은 접착층과 압전효과를 고려하였으므로 금속-압전 세라믹이 적층된 형태인 전기음향변환장치 제작시 유용하게 이용할 수 있으며, 초음파 영역의 장비에도 응용될 수 있다.<sup>8)</sup> 이중 퓨리에 사인시리즈법은 직사각형 평판의 고유진동수 및 고유모드를 정확히 구할 수 있으며 이는 모달 해석을 통하여 동적응력을 계산하는데 유용하게 이용될 수 있다.<sup>9)</sup>

#### 참 고 문 헌

1. S. Roberts, Dielectric and Piezoelectric Properties of Barium Titanate, Phys. Rev., Vol.71(12), pp.890-895 (1945)
2. Satoru Fujishima, Piezoelectric Materials and Applications for Audio Frequency, EA 84-1 (1984)

3. Yutaka Ichinose, Telephone Sounder and Receiver using Piezoelectric Ceramic, EA 80-25, pp. 23-30 (1980)
4. S. Timoshenko, *Theory of plates and shells 2nd*, McGRAW-HILL international editions (1987)
5. Yuhuan Xu, *Ferroelectric materials and their applications*, Elsevier Science Pub. Co., (1991)
6. A. W. Leissa, The free vibration of rectangular plates, J. Sound Vib., Vol.31(3), pp.257-293. (1973)
7. Kenneth H. Huebner and Earl A. Thornton and Ted G. Byrom, *The Finite Element Method for Engineers, 3rd edition*, A. Wiley-Interscience Publication, (1982)
8. Jin O. Kim, Vibroacoustic characteristics of ultrasonic cleaners, Applied Acoustics, Vol.58, pp. 211-228. (1999)
9. R. C. Batra & X. Q. Liang, The vibration of a rectangular laminated elastic plate with embedded piezoelectric sensors and actuators, Computers & Structures Vol.63(2), pp.203-216. (1997)