

특이성이 제거된 경계요소법에 기초한 음향 홀로그래피를 이용한 외부 음향 문제의 음원 진동장 재구성

강 승 천, 이 정 권

한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터(NoVIC)

Reconstruction of Vibro-acoustic Filed on the Exterior Surface by Using the Nearfield Acoustic Holography Based on the Nonsingular Boundary Element Method

Sung-Chon Kang and Jeong-Guon Ih

Center for Noise and Vibration Control, Department of Mechanical Engineering,
Korea Advanced Institute of Science and Technology, Science Town, Taejon 305-701, Korea
(E-mail: hjhkang@chollian.net, ihih@sorak.kaist.ac.kr)

서 론

경계요소법에 기초한 음향 홀로그래피는 음장에서 측정된 음압을 이용하여 음원의 정보를 재구성하는 방법으로서, 음원 표면의 진동과 음장 음압의 관계를 표현하는 전달행렬을 음향 경계요소법으로 구하여 음원 재구성에 사용하게 된다.[1-6] 이러한 음향 홀로그래피 기법에서는 음원에 가능한 한 근접하여 음장 음압을 측정할수록 비전파음 성분에 관한 많은 정보가 음압 측정에 포함되어 재구성 오차가 줄어들게 된다. 그러나, 일반적인 음향 경계적분 방정식에서 사용되는 Green 함수는 음장 음압 계산점이 음원에 근접할수록 발산하는 특이성을 가지고 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 평면파 성분을 추가로 이용하여 근접장에서의 특이성을 제거한 음향 경계요소법을 이용하여 음향 홀로그래피를 수행하였다.[7-8] 본 연구에서는 간단한 상자 모델의 외부 음향 문제에 대하여 수치해석을 이용한 음향 홀로그래피를 수행하여 재구성 오차의 향상 효과를 확인하였다. 그 결과 특이성이 제거된 방법을 이용할 경우 근접장에서의 전달행렬 예측치의 정확도가 향상됨으로써 음원 재구성 결과를 향상시킬 수 있었다.

이 론

경계면 S_0 로 둘러 쌓인 영역 V 에 비점성, 압축성 매질이 차 있을 때, 외부 음향 문제에 대한 특이성이 제거된 음향 경계 적분 방정식은 Kirchhoff-Helmholtz 적분 방정식에 평면파 성분을 추가 도입함으로써 다음과 같이 얻어 진다[7].

$$p(\mathbf{r}) = -j \int_{S_0} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) [\rho_0 \omega V_n(\mathbf{r}_0) + k n(\mathbf{r}_0) \cdot \{ \mathbf{h}(\mathbf{y}) \hat{p}(\mathbf{r}_0; \mathbf{y}, \mathbf{h}(\mathbf{y}), p(\mathbf{y})) - \mathbf{h}(\mathbf{y}) \hat{p}(\mathbf{r}_0; \mathbf{y}, \mathbf{h}(\mathbf{y}), q) + \mathbf{n}(\mathbf{y}) \hat{p}(\mathbf{r}_0; \mathbf{y}, \mathbf{n}(\mathbf{y}), q) \}] dS(\mathbf{r}_0) - \int_{S_0} \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)}{\partial n(\mathbf{r}_0)} [p(\mathbf{r}_0) - \hat{p}(\mathbf{r}_0; \mathbf{y}, \mathbf{h}(\mathbf{y}), p(\mathbf{y})) - \hat{p}(\mathbf{r}_0; \mathbf{y}, \mathbf{h}(\mathbf{y}), q) + \hat{p}(\mathbf{r}_0; \mathbf{y}, \mathbf{n}(\mathbf{y}), q)] dS(\mathbf{r}_0). \quad (1)$$

여기서 \mathbf{r}_0 와 \mathbf{r} 은 각각 경계면 상의 절점과 음장점의 좌표이고, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ 는 자유 음장에서의 Green 함수이다. 또한, \mathbf{y} 는 기준점으로서 \mathbf{r} 이 경계면 상에 있는 경우는 $\mathbf{y} = \mathbf{r}$ 로, \mathbf{r} 이 음장 내부에 있는 점이라면 \mathbf{r} 점으로부터 가장 근접한 경계면 상의 점으로 정의된다. $\mathbf{h}(\mathbf{y})$ 와 $\mathbf{n}(\mathbf{y})$ 는 각각 \mathbf{y} 점에서의 경계면의 단위 접선 벡터 및 법선 벡터이며, $p(\mathbf{y})$ 는 \mathbf{y} 점에서의 음압이다. 그리고, $q = -\rho_0 c V_n(\mathbf{y})$ 로 정의되고, $V_n(\mathbf{y})$ 은 \mathbf{y} 점에서의 법선방향 진동 속도이다. 여기서 \hat{p} 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\hat{p}(\mathbf{x}; \mathbf{y}, \mathbf{a}, \bar{p}) = \bar{p} \exp[jk(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \cdot \mathbf{a}]. \quad (2)$$

이것은 크기 \bar{p} 인 평면파가 \mathbf{y} 점에서 결정되는 \mathbf{a} 벡터의 방향으로 전파할 때 \mathbf{x} 점에서의 음압을 표현한다. (1)식은 r 점이 경계면에 있거나 음장 내에 있는 경우 모두 성립하며, 다만 법선 벡터가 유일하게 정의될 수 있는 부드러운 경계면에 대해서만 적용 가능하다. (1)식에서는 모든 적분항에 포함된 특이성이 제거되었으며, 따라서 이 식을 이용하면 근접 음장에서조차 정확한 음압 계산이 가능해진다.

(1)식을 이산화하여 행렬-벡터식 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{D}_f \mathbf{p}_s + \mathbf{M}_f \mathbf{v}_s \quad (\text{in the domain}), \quad (3a)$$

$$\mathbf{D}_s \mathbf{p}_s = \mathbf{M}_s \mathbf{v}_s \quad (\text{on the surface}). \quad (3b)$$

여기서 \mathbf{p}_s 와 \mathbf{v}_s 는 각각 경계면에서의 음압 및 속도 벡터이고, \mathbf{p}_f 는 음장 음압 벡터이다. 또한, \mathbf{D}_s , \mathbf{M}_s , \mathbf{D}_f , \mathbf{M}_f 는 각각 경계면 및 음장에서의 쌍극음원 및 단극음원 행렬이다. \mathbf{D}_s^{-1} 가 존재하는 경우 (3a)식과 (3b)식을 결합하면 다음과 같이 경계면에서의 진동 속도를 이용하여 음장을 표현할 수 있다.

$$\mathbf{p}_f = (\mathbf{D}_f \mathbf{D}_s^{-1} \mathbf{M}_s + \mathbf{M}_f) \mathbf{v}_s = \mathbf{G}_v \mathbf{v}_s. \quad (4)$$

여기서 \mathbf{G}_v 는 경계면에서의 진동 속도와 음장 음압 사이의 관계를 표현하는 진동-음향 전달행렬이다. 음향 플로그래피는 음장 음압을 측정하여 음원 진동 속도를 구하는 방법이므로 (4)식의 역문제에 해당하며, 이것을 최소 자승해와 특이치 분리 기법(singular value decomposition)을 이용하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{G}_v^+ \mathbf{p}_f = (\mathbf{G}_v^H \mathbf{G}_v)^{-1} \mathbf{G}_v^H \mathbf{p}_f = \mathbf{W}_v \Lambda_v^{-1} \mathbf{U}_v^H \mathbf{p}_f. \quad (5)$$

여기서 $^+$ 와 H 는 각각 pseudo-inverse 와 Hermitian 연산자이며, Λ_v 의 대각선 요소들은 특이치(singular value) λ_i 이다. 만일 특이성이 제거된 경계요소법을 이용하여 전달행렬 \mathbf{G}_v 를 구하고 음장에서 측정된 음압을 이용하면 (5)식을 이용하여 경계면에서의 진동 속도를 구할 수 있다.

외부 음향 문제의 수치 해석

특이성이 제거된 경계요소법(NBEM)에 기초한 음향 플로그래피의 수행 효과를 확인하기 위하여 그림 1 과 같은 $700' \times 500'' \times 320^h$ mm 의 직육면체를 234 개의 절점과 464 개의 선형 삼각형 요소로 모델링 하였다. 이 모델의 특성길이(characteristic length: L)는 93.84 mm 였다. 이 모델에서 상자의 상부면은 1 mm 두께의 철판으로 만들어진 것으로, 다른 면들은 강체 경계면으로 가정하였다. 특이성이 강한 전달행렬의 정규화를 위해서 iterative regularization 기법[4]을 적용하였다. 상부면이 (5,1) 모드로 진동하는 163 Hz 에 대하여 재구성 시뮬레이션을 실시하였다. 음장 음압은 등간격으로 배열된 117 점에서 측정하는 것으로 가정하고, 음원으로부터 이 점들의 높이를 1 - 200 mm ($0.0107 L - 2.13 L$)로 변화시켜 가며 재구성 작업을 실시하였다.

상자 상부면의 y 방향 중심($y = 250$ mm) 위에 위치한 수직 면에서의 음장 음압 분포는 그림 2 와 같다. 그림으로부터 일반 경계요소법(CBEM)으로 구한 음장 음압은 음장점이 음원으로부터 약 20 mm ($\approx 0.213 L$)이내 일 경우 큰 오차를 발생하고 있는 것을 알 수 있다. 근접 음장에서 이러한 음장 음압 예측 오차는 CBEM 사용 시 음장 음압과 경계면의 진동 속도 사이의 관계를 표현하는 전달행렬이 정확히 구해지지 못함을 의미한다.

전달행렬의 특이성을 비교하기 위하여 그림 3 과 같이 조건수(condition number = $\max[\lambda_i]/\min[\lambda_i]$)를 비교하였다. 음장점이 음원으로부터 멀리 떨어진 경우는 CBEM 으로 구한 전달행렬이나 NBEM 으로 구한 전달행렬의 특이성이 거의 동일한 수준이었다. 그러나 음장점이 0.2 L 이내 존재할 경우는 NBEM 으로 구한 전달행렬의 특이성이 음원에 가까워질수록 계속 감소하는데 비하여 CBEM 을 이용한 결과는 감소 추세가 상대적으로 완만해지거나 상승하는 결과를 보여준다.

실제 음장 음압 측정 시 포함되는 잡음의 영향

을 반영하기 위하여 NBEM으로 구한 각 점에서의 음장 음압에 가우스 랜덤 잡음을 더하였다. 이 잡음의 크기는 잡음분산($\sigma^2 = m^{-1} \sum |n_i|^2$; m = 측정점 개수, n_i = 각 측정점에서의 잡음 성분)을 50으로 설정하였다. 이 잡음에 의한 음장 음압의 S/N 비는 그림 4와 같이 음원으로부터의 거리가 멀수록 상대적으로 크게 악화되었다.

재구성 계산에 필요한 적절한 웨이브벡터 필터 설계를 위해서는 다음과 같은 추정잡음분산 (estimated noise variance)을 구해야 한다.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m-n} \|\tilde{\mathbf{p}}_r - \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}_s\|_F^2 \quad (6)$$

여기서 $\|\cdot\|_F$ 는 Frobenious norm이다. 시뮬레이션에서 $\tilde{\mathbf{p}}_r$ 는 NBEM으로 구한 음압에 σ^2 에 의해 크기가 결정되는 잡음을 더한 음압이며, \mathbf{G} 는 각각의 경계요소법으로 구한 전달행렬이다. 이상적인 경우는 σ^2 과 $\hat{\sigma}^2$ 의 크기가 같아야 하지만, 근접장에서는 CBEM 사용 시 \mathbf{G} 의 계산에 포함되는 오차 때문에 차이가 발생할 수 있다. 그림 5은 $\hat{\sigma}^2$ 의 변화를 비교한 것이다. NBEM 사용 시는 σ^2 과 $\hat{\sigma}^2$ 의 크기가 50 정도로서 거의 일치하고 있으나, CBEM 사용 시는 근접음장에서의 전달행렬의 왜곡에 의해서 $\hat{\sigma}^2$ 이 매우 큰 값을 갖는다. 따라서, CBEM 사용 시는 웨이브 벡터의 최적 설계가 어려워진다.

랜덤잡음을 100회 반복 발생시켜 재구성 오차율을 구하고 그 평균을 취해 구한 재구성 오차율의 대표값은 그림 5와 같다. 정규화를 수행하지 않은 경우의 재구성 오차율은 전달행렬의 특이성의 변화와 같은 거동을 한다. 이러한 결과는 재구성 과정에서 가장 작은 특이치가 가장 큰 영향을 미치며, 특히 측정에 포함된 잡음을 과도하게 증폭시키기 때문에 발생된다. 이와 함께 $\hat{\sigma}^2$ 계산 시에 포함된 오차 때문에 적절한 웨이브 벡터를 사용하지 못함에 따라 재구성 오차는 더욱 증가한다. 음압 측정면의 거리가 0.2 L 이상에서는 두 가지 경계요소법의 계산 결과가 거의 유사한 수준이다. 그러나 음장점이

이보다 음원에 더 근접할 경우는 NBEM을 이용하는 경우는 음원에 근접함에 따라 재구성 오차율이 계속 감소하나, CBEM을 이용하는 경우는 0.1 L 부근에서 최소값을 갖고 음원에 근접할수록 다시 증가하는 경향을 갖는다. 정규화 미적용 시의 최소의 재구성 오차율은 각각 23.3% (NBEM), 63.2% (CBEM)이었다. 정규화를 적용하면 1/4 - 1/5 정도로의 오차 감소가 이루어졌다. 이 때의 최소 재구성 오차율은 NBEM 사용 시 $z = 0.0107 L$ 일 때 5.06%, CBEM 사용 시 $z = 0.107 L$ 에서 7.88 % 였다. NBEM 적용 시의 결과를 보면 음원에 근접할수록 재구성 오차율이 감소되는 현상을 확인할 수 있으며, 이는 비전파 음에 대한 정확한 정보 확보가 음원 재구성의 정확도 향상에 중요함을 의미한다. 정규화 적용 전후를 비교하면 두 가지 경계요소법 적용 시 모두 재구성 오차율은 감소하였으며, 이것은 정규화 작업에 의해서도 상당한 재구성 오차 개선이 가능함을 보여 준다.

그림 6은 σ^2 을 10, 50, 100으로 각각 설정한 경우의 재구성 오차율을 비교한 것이다. 그림으로부터 CBEM 사용 시 정규화 적용 전후 결과들의 최소 재구성 오차율 발생 위치가 일정하지 않다는 것을 알 수 있다. 실제 재구성 과정에서 CBEM 사용 시는 $z < 0.2 L$ 에서 음장 음압에 포함되는 외부 잡음에 따라 재구성 오차율이 최소화 되는 위치가 변동 될 수 있기 때문에 위와 같은 방법으로 이 영역에서 신뢰성 있는 재구성 오차를 기대하기 어렵다.

결 론

특이성이 제거된 경계요소법을 이용하여 음향 홀로그래피를 수행할 때의 재구성 오차 향상 효과에 대하여 연구하였다. 이 방법을 사용하여 음원에 근접한 음장에서의 음압 예측 정확도를 향상시킬 수 있었으며, 이에 따라 근접음장에서 정확한 전달 행렬을 구성할 수 있었고 결과적으로 음원 재구성 결과의 정확도를 향상시킬 수 있었다.

참고문헌

[1] W. A. Veronesi and J. D. Maynard, *J. Acoust. Soc. Am.* 85, pp. 588-598 (1989).
 [2] M. R. Bai, *J. Acoust. Soc. Am.* 92, pp.533-548 (1992).
 [3] G. V. Borgiotti and E. M. Rosen, *J. Acoust. Soc. Am.* 92, pp. 807-818 (1992).
 [4] B.-K. Kim and J.-G. Ih, *Proc. 4th ICSV*, pp. 853-856, St. Petersburg, Russia, June 1996.

[5] B.-K. Kim and J.-G. Ih, *J. Acoust. Soc. Am.* 100, pp. 3003-3016 (1996).
 [6] B.-K. Kim and J.-G. Ih, *Proc. Noise-Con 98*, pp. 665-670, Ypsilanti, USA, April 1998.
 [7] B.-U. Koo, B.-C. Lee and J.-G. Ih, *J. Sound Vib.* 192(1), pp. 263-279 (1996).
 [8] 강승찬, 이정권, 한국음향학회 학술발표대회 논문집, 17권 1(s)호, pp.313-317, 전북대학교, 1998년 7월.

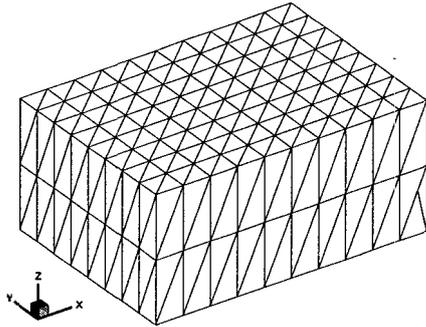


FIGURE 1. BEM model of a vibrating cube box.

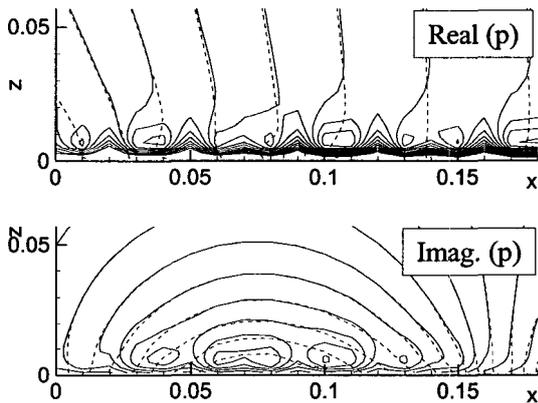


FIGURE 2. Field pressures distribution on the vertical plane over the box model at $y = 0.25$. Dashed line: NBEM, solid line: CBEM.

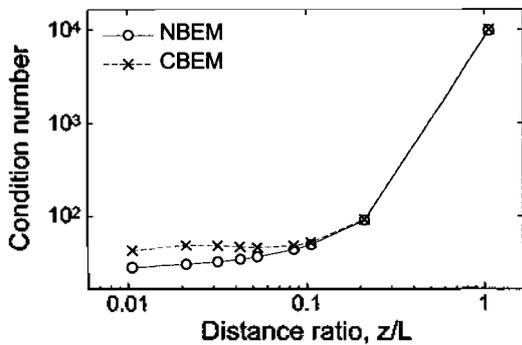


FIGURE 3. Condition number of transfer matrix of box model. z = distance of field plane from the surface.

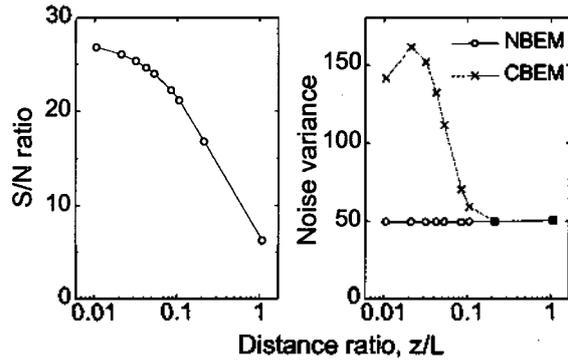


FIGURE 4. S/N ratio and estimated noise variance.

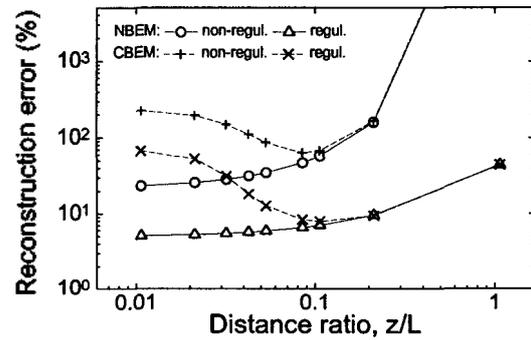


FIGURE 5. Velocity reconstruction error on the surface of the box model before and after regularization.

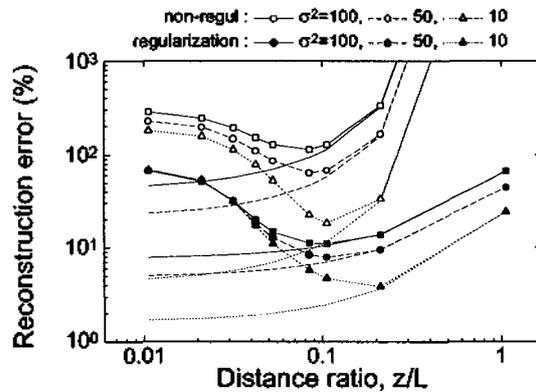


FIGURE 6. Velocity reconstruction error before and after regularization with varying the target noise variance (with symbol = CBEM, without symbol = NBEM).