

피아노 음의 주파수 특성분석에 의한 모델링¹⁾

임 훈^o, 정 의필

울산대학교 대학원 컴퓨터공학과

Modeling of Piano Sound using It's Frequency Characteristics

Hun Lim, Ui Pil Chong

Dept. of Computer Engineering, University of Ulsan

e-mail : limhun@signal.ulsan.ac.kr

upchong@uou.ulsan.ac.kr

요 약

본 논문에서는 먼저 피아노 음을 FFT(Fast Fourier Transform)를 이용하여 주파수 영역으로 변환을 한 후, 크기(magnitude)와 위상(phase)에 대한 특성들을 분석한다. 이 분석한 결과를 가지고 모델링을 함으로써 피아노 원음에 근접한 음을 만들 수 있다. 크기에서의 특성은 기본주파수와 고조파 부분에서 다른 부분에 비해 크기의 차이가 크다. 그래서 기본주파수와 고조파 부분은 오차를 줄이기 위해 적은 데이터를 가지고 곡선의 적합성(Curve Fitting) 방법을 이용하고, 노이즈 부분은 기본주파수 전·후의 노이즈가 피아노 음색 특성에 중요한 역할을 하므로, 이 부분을 최고점과 최저점을 찾아 선형으로 모델링 하였고, 나머지 노이즈 부분은 적은 값을 가지므로 많은 데이터를 가지고 곡선의 적합성을 이용하였다. 위상은 크기에서 모델링한 결과를 바탕으로 모델링을 하였다. 모델링을 한 결과를 가지고 역변환 FFT를 하면 피아노 원음에 매우 근접한 음을 생성할 수 있다.

1. 서론

악기음을 생성하고 합성하는 방법은 가산합성(additive synthesis), 감산합성(subtractive synthesis), FM(Frequency Modulation), waveshaping에 의한 합성 방식, 샘플링에 의한 합성방식들이 있다[1~5]. 그러나 본 논문에서는 기존의 방법과는 달리 피아노 원음을 FFT(Fast Fourier Transform)를 이용하여 스펙트럼 특성분석을 거쳐 크기(magnitude)와 위상(phase)을 모델

링하여 이 결과를 Inverse FFT를 함으로써 피아노 원음에 가까운 음을 생성할 수 있다.

기존의 방식은 기본주파수와 고조파 성분에 랜덤 노이즈를 가산하여 음을 생성하였으나 본 연구는 피아노 자체의 노이즈 부분까지 모델링함으로써 원음에 매우 근접한 음을 만들어 낼 수 있는 장점이 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절은 피아노 원음의 주파수영역에서의 특성을 분석하여 기술하였고, 3절은 음의 크기와 위상에 대한 모델링 방법, 4절은 실험 결과, 5절에서는 결론을 내렸다.

2. 피아노 원음의 주파수영역에서의 특성 분석

피아노 원음 데이터, $x(n)$ 를 식(1)의 FFT를 이용하여 주파수영역의 데이터, $X(k)$ 로 변환한다.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) * e^{-j2\pi kn/N}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (1)$$

주파수영역의 데이터는 식(2)과 같이 크기(magnitude) $|X(k)|$ 와 위상(phase) $\angle X(k)$ 으로 표현할 수 있다

$$X(k) = |X(k)|e^{j\angle X(k)} \quad (2)$$

2.1. 크기에 대한 특성분석

그림 1(a)은 샘플링 주파수(sampling frequency)가 44100Hz인 피아노 A4 원음에 대한 크기를 보여주는데, 여기서 22050Hz를 중심으로 대칭을 이루고 있고, 5000Hz 이상인 부분의 크기는 거의 0에 가깝다는 것을 알 수 있다. 그리고 그림 1(b)은 주파수가 0~5000Hz까지의 그림 1(a)의 일부분의 크기를 보여주는데, 피아노

1) 정보통신부에서 지원하는 대학기초연구 지원사업으로 수행

A4음의 기본주파수(fundamental frequency)는 440Hz인 것을 알 수 있다. 그리고 기본주파수의 배수가 되는 고조파(harmonic)가 존재하는데, 이 부분에 대한 크기가 다른 부분에 비해 매우 크므로 모델링을 할 때 오차를 작게 하여야 한다. 그림 1(c)은 기본주파수와 기본주파수 전·후에 있는 노이즈 부분의 크기를 보여 주는데 다른 부분의 노이즈에 비해 이 부분의 노이즈가 피아노 음색 특성에 중요한 역할을 하므로 모델링을 잘 해 주어야 한다.

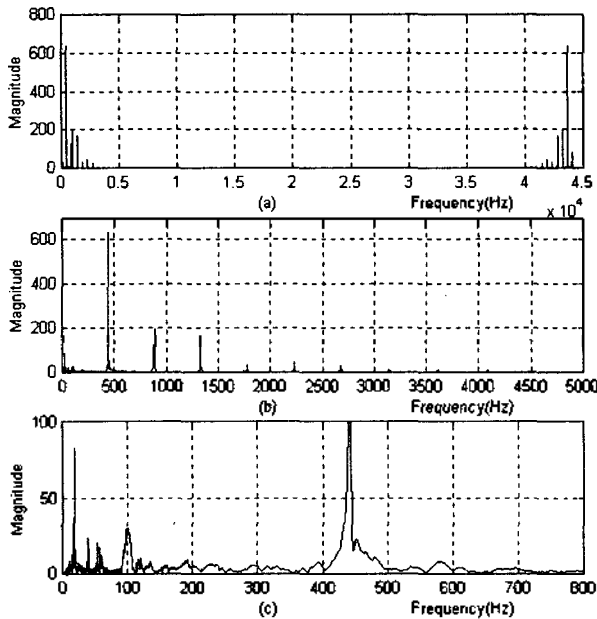


그림 1. 피아노 A4 원음에 대한 크기
(a) 0~44100Hz (b) 0~5000Hz (c) 0~800Hz

2.2. 위상에 대한 특성분석

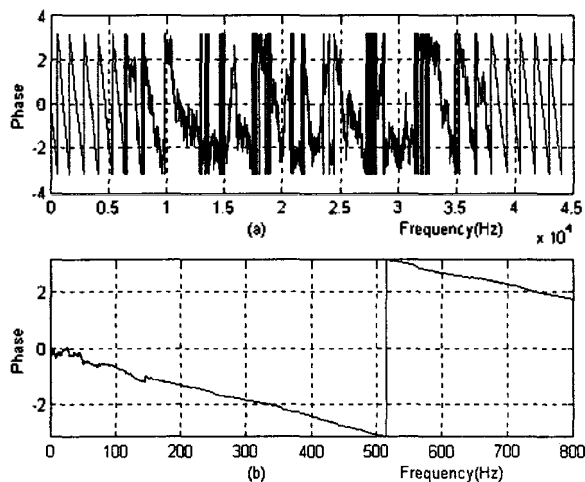


그림 2. 피아노 A4 원음에 대한 위상
(a) 0~44100Hz (b) 0~800Hz

그림 2(a)는 피아노 A4 원음에 대한 위상을 보여주는데, 여기서 22050Hz를 중심으로 대칭인 부분의 위상은 서로 부호만 다르다는 것을 알 수 있다. 그림 2(b)는 그림 1(c)과 같은 주파수 영역의 위상을 나타내어 주는데 0~200Hz 부분은 위상의 분포가 비선형이며, 크기의 노이즈 중요부분과 관련되어 음색에 영향을 주므로 모델링시에 충분히 고려되어야 하며, 나머지 부분은 거의 선형에 가깝다는 것을 알 수 있다.

3. 크기와 위상에 대한 모델링

크기와 위상을 모델링 하기 위해 변화가 완만한 부분에 사용하는 곡선의 적합성과 급격하게 변화하는 부분에 사용하는 선분 근사법 두 가지 방법을 사용한다.

3.1. Curve Fitting(곡선의 적합성)[6]

음의 모델링에 곡선의 적합성을 이용한다는 것은 여러 개의 데이터가 주어졌을 경우 데이터의 특성 또는 경향을 잘 대표할 수 있는 점근 함수를 찾아내는 방법을 말한다. 여기서 적합시킬 수 있는 함수의 선정이 중요하며, 본 연구에서는 직교 다항식의 조건을 만족시키는 Gram-Schmidt 다항식을 이용하였다.

$$p_{m,n}(u) = \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} \binom{m+k}{k} \frac{\binom{x}{k}}{\binom{n}{k}} \quad (3)$$

단, m 은 직교 다항식의 차수이며, 데이터의 개수는 $(n+1)$ 개이고, $x=0, 1, \dots, n$ 이 된다. 식(3)을 0차, 1차등으로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_{0,n}(u) &= 1 \\ p_{1,n}(u) &= 1 - \frac{2u}{n} \\ p_{2,n}(u) &= 1 - \frac{6u}{n} + \frac{6u(u-1)}{n(n-1)} \\ p_{3,n}(u) &= 1 - \frac{12u}{n} + \frac{30u(u-1)}{n(n-1)} - \frac{20u(u-1)(u-2)}{n(n-1)(n-2)} \\ &\dots \dots \dots \\ g(u) &= c_0 p_{0,n}(u) + c_1 p_{1,n}(u) + \dots + c_l p_{l,n}(u) \quad (4) \end{aligned}$$

이 다항식은 차수를 높여주면 오차는 작아지지만, 계산량이 많아진다. 실험결과 식(4)과 같이 7차인 다항식을 이용하였고, 해당하는 계수를 찾아내 모델링 하였다.

그림 3(a)은 기본주파수의 크기가 최고인 점 이전의 50개의 데이터를 보여주고, 그림 3(b)은 점근함수, 7차 다항식을 이용하여 모델링한 결과이다.

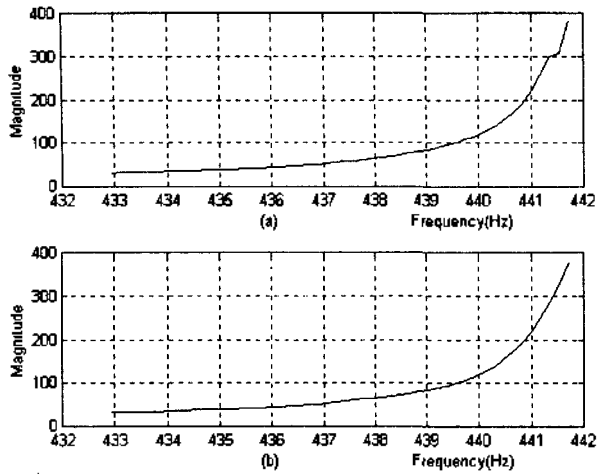


그림 3. 7차 다항식을 이용한 모델링의 예
(a) 기본주파수의 앞부분에 있는 50개의 데이터
(b) 모델링을 한 결과

3.2. Line-Segment Approximation(선분 근사법)

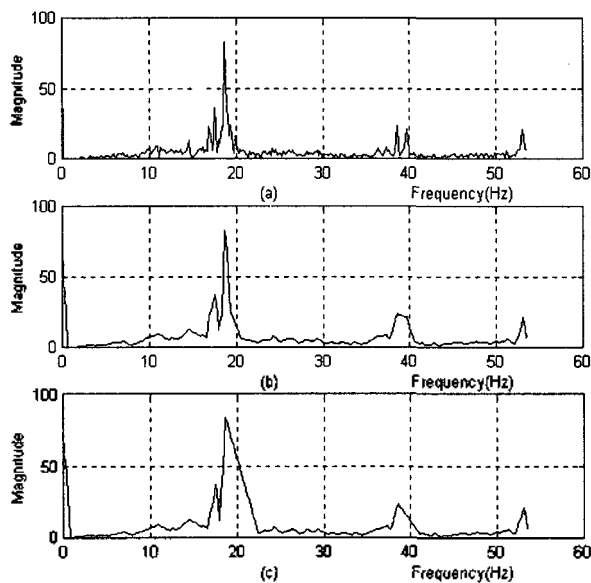


그림 4. 선분 근사법을 이용한 모델링의 예
(a) 기본주파수 앞에 있는 노이즈의 일부분(300개)
(b) 최고점들을 찾아 선형으로 연결
(c) 최고점들과 최저점들을 찾아 선형으로 연결

복잡한 노이즈 부분(그림 4(a))은 곡선의 적합성을 사용하면 오차가 많이 생기므로, 그림 4(a)에서 크기가 커지다가 작아지는 최고점들을 찾아 서로 직선으로 연결하면 그림 4(b)와 같이 되고, 파라미터의 수를 더 줄이기 위해 그림 4(b)에서 크기가 커지다가 작아지는 최

고점들과 크기가 작아지다가 커지는 최저점들을 찾아 서로 직선으로 연결하여 그림 4(c)와 같이 노이즈 부분을 모델링하였다.

3.3. 크기에 대한 모델링

기본주파수와 고조파들(8개)의 부분에서 가장 높은 점을 찾아 그 점을 제외한 전·후의 50개의 데이터를 가지고 곡선의 적합성을 이용하고, 기본주파수 전·후의 노이즈 부분은 선분 근사법을 사용하며, 나머지 노이즈 부분은 두 부분으로 나누어 곡선의 적합성을 이용하여 모델링을 한다. 그리고 5000Hz정도부터 22050Hz까지의 데이터는 모두 0으로 처리한다. 0~22050Hz의 데이터를 대칭적으로 사용해 22051~44100까지의 크기에 대한 모델링을 하였다.

그림 5(a)는 크기에 대한 모델링 결과를 보여주고 있다.

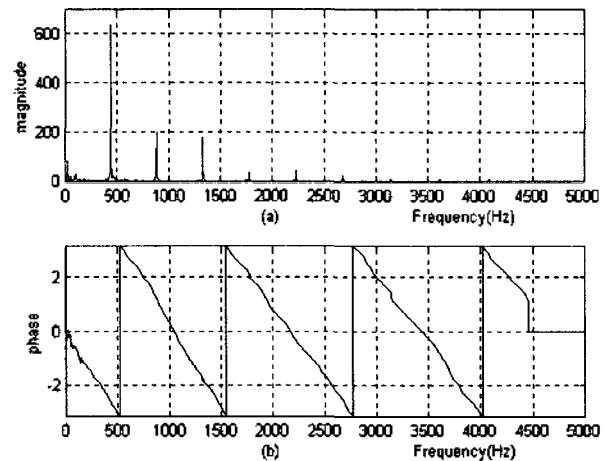


그림 5. 크기와 위상에 대한 모델링 결과의 일부분
(a) 크기(0~5000Hz) (b) 위상(0~5000Hz)

3.4 위상에 대한 모델링

크기에 대한 모델링 결과를 바탕으로 크기에서 오차가 적어야 하는 부분은 위상에서도 오차가 적어야 하므로 위상에서 0~200Hz까지는 선분 근사법을 사용하였고, 나머지 부분에서는 크기와 같은 범위에서 곡선의 적합성을 사용하였다.

그림 5(b)는 위상에 대한 모델링 결과를 보여주고 있다.

4. 실험 결과

모델링한 크기와 위상을 식(2)에 적용시키면 주파수 영역의 데이터로 나타낼 수 있으며, 이 데이터, $X(k)$ 를 식(5)의 Inverse FFT를 이용하여 시간영역의 데이터, $x(n)$ 로 변환할 수 있다.

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{(2\pi kn/N)}, \quad 0 \leq n \leq N-1. \quad (5)$$

그림 6(a)는 시간영역에서의 피아노 A4 원음이고, 그림 6(b)는 모델링을 한 결과이다. 이 결과를 보면 끝 부분에서 약간 커지는 경향은 있으나, 대체적으로 매우 유사한 것을 알 수 있다.

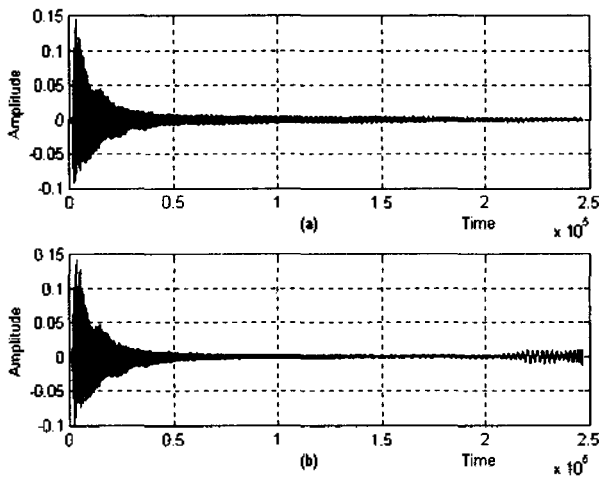


그림 6. 시간영역에서의 A4음
(a) A4 원음 (b) 모델링한 결과

그림 6(b)의 결과를 두 주기만 자세히 보면 그림 7(b)와 같은데, 그림 7(a)와 비교해 보면 매우 비슷한 것을 알 수 있다.

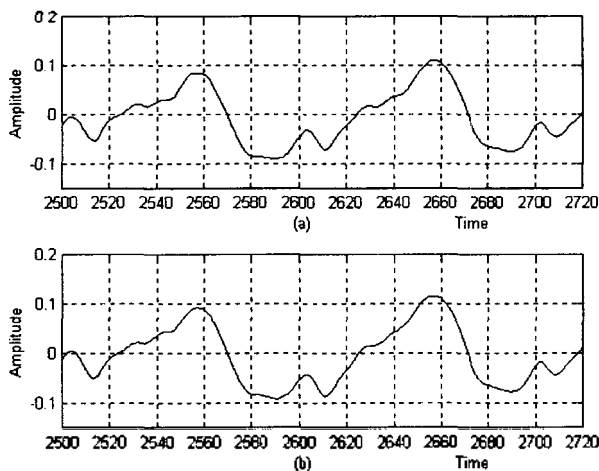


그림 7. 시간영역에서의 A4음의 일부분(두 주기)
(a) A4 원음 (b) 모델링한 결과

이 모델링 방법은 피아노의 다른 음에도 적용할 수가 있으며, 그림 8(a)은 C4 원음이고, 그림 8(b)은 모델링한 결과이다.

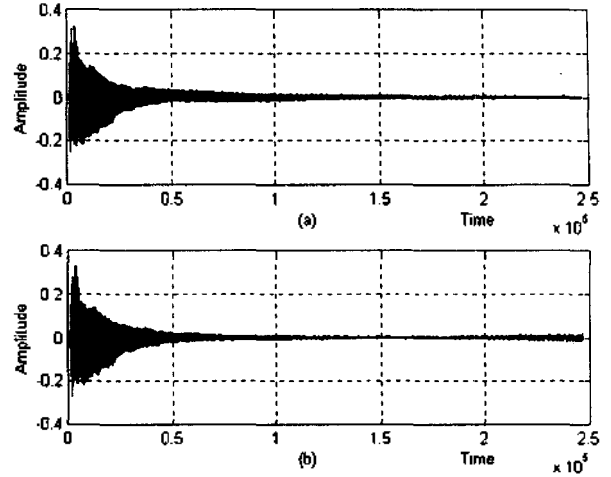


그림 8. 시간영역에서의 C4음
(a) C4 원음 (b) 모델링한 결과

5. 결론

피아노 원음에 대한 주파수영역에서의 크기와 위상에 대한 특성을 분석하고, 피아노 음색에 중요한 노이즈 부분까지 모델링을 함으로써 원음에 근접한 음을 생성할 수가 있다. 이 방법을 이용하면, 많은 데이터를 가지는 피아노 음을 적은 파라미터를 사용하여 음을 생성할 수가 있었다.

참고문헌

- [1] T. D. Rossing. The Science of Sound. Addison-Wesley Publishing Company. 1989.
- [2] J. A. Moorer. "Signal processing aspects of Computer Music : A survey." Proceeding of The IEEE. Vol. 65. no. 8. pp. 1108~1137. August 1977.
- [3] C. Roads and S. Strawn. Foundation of Computer Music. MIT press. 1985.
- [4] C. Roads, A Tutorial on nonlinear distortion or waveshaping synthesis, computer Music J., Vol. 3, No. 2, 1979.
- [5] J. Heckroth, "A tutorial on MIDI and wavetable music synthesis," Crystallake Multimedia, Inc., 1994.
- [6] 김 태부. 수치해석. 형설출판사. 1982.