

## 배전계통 부하조류계산 알고리즘 비교 분석

곽도일\*, 김태웅, 류재홍, 김재언  
충북대학교

### Load Flow Algorithm Analysis of Distribution System

Do-il Kwak\*, Tae-Eung Kim, Jae-Hong Ryu, Jae-Eon Kim

**Abstract** - Not much work has been carried out on the load flow analysis of distribution networks. This paper introduces Newton-Raphson method using Distflow equation and Forward Sweeping method in the distribution networks. And that efficient solution scheme in a radial distribution network is presented. Also, simulation results of both Newton-Raphson method and Forward Sweeping method applied to a 22.9kV distribution system model with 120 load buses are analyzed and evaluated.

### 1. 서 론

일반적으로 배전계통은 방사상이고  $R/X$ 의 비율이 매우 크기 때문에 기존의 Y admittance를 이용한 Node equation의 해법인 NR(Newton-Raphson) method<sup>[1,2]</sup>나 FDLF(Fast Decoupled Load Flow) method<sup>[1,2]</sup> 등을 배전계통 운영자들이 배전계통의 조류계산업무에 효율적으로 활용하는 데에는 문제가 있다.

따라서, 본 논문에서는 지금까지 제안되어 온 배전계통 조류계산 알고리즘들 중 Disflow equation을 이용한 Forward sweeping method<sup>[3]</sup>와 Distflow equation을 이용한 Newton-Raphson method<sup>[4]</sup>를 Matlab상에서 프로그래밍 하였다. 이들 두 알고리즘을 프로그래밍의 대상으로 선택한 이유는 먼저, Das, Nagi와 Kothari가 제안한 Forward sweeping method의 경우, 방사상 배전계통을 해석하기 위한 조류 해석용 알고리즘으로 기존에 제안된 NR방법에 비하여 역행렬 계산 없이 손쉽게 해를 구할 수 있으며, 또한 Distflow Equation을 이용한 Newton-Raphson Method의 경우, 기존의 NR방법에 비하여 그 Jacobian Matrix가 디멘션이 작고 단위행렬에 가까워 비교적 짧은 시간 안에 해를 항상 구할 수 있다는 장점을 가지고 있기 때문이다.

개발된 두 가지의 배전계통 조류계산 프로그램을 lateral만이 존재하는 10MVA 22.9kV 선로(균등부하, 120 bus)의 모델계통에 적용하여 산출된 결과를 기존의 NR방법과 비교, 분석하였다. 개발된 프로그램 및 기존의 NR방법을 이용한 조류계산은 범용적으로 사용되고 있는 Matlab을 이용하여, 모두 같은 조건의 PC에서 시뮬레이션을 실시하였다.

### 2. 본 론

여기에서는 프로그래밍 대상으로 선택한 조류계산 방법인 Disflow equation을 이용한 Forward Sweeping method(이하 DEFSM)와 Distflow equation을 이용한 Newton-Raphson method(이하 DENRM)를 간단히 소개하고, 이를 Matlab상에서 프로그래밍하여 모델계통에 적용하여 보기로 한다.

#### 2.1 Forward Sweeping Method

방사상 배전계통의 부하조류계산 알고리즘에 관한 방법을 소개한다. 먼저, 평형 3상 배전계통을 가정하고, 이를 그림1에 단상 등가회로로 나타내었다. 여기서, 선로의 커페시턴스는 무시하기로 한다.

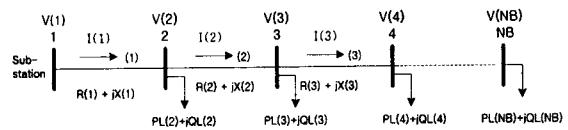


그림 1. DEFSM를 위한 모델 배전계통

그림1에서 보면, node 2에 주입되는 유효 및 무효전력인  $P_{(2)}$  및  $Q_{(2)}$ 는 각각, node 2에서부터 선로 말단까지 존재하는 모든 부하와 선로손실( $I^2R$ ,  $I^2X$ )과의 합으로 표현될 수 있다.

$$P_{(2)} = \sum_{i=2}^{NB} PL_{(i)} + \sum_{j=2}^{NB-1} LP(j) \quad (1)$$

$$Q_{(2)} = \sum_{i=2}^{NB} QL_{(i)} + \sum_{j=2}^{NB-1} LQ(j) \quad (2)$$

$NB$  : main feeder에서의 전체 노드 개수

$i$  : node번호       $j$  : 선로번호

$PL_{(i)}$  : 각 node의 유효전력부하

$QL_{(i)}$  : 각 node의 무효전력부하

$LP(j)$  : 각 branch의 유효전력손실

$LQ(j)$  : 각 branch의 무효전력손실

이  $P_{(2)}$ ,  $Q_{(2)}$ 값을 이용하여 node 2에서의 전압,  $V_{(2)}$ 와  $I_{(1)}$ 은 다음의 식 (3), (4)와 같이 얻어진다.

$$|V_{(2)}| = \left[ \left( (P_{(2)} R_{(1)} + Q_{(2)} X_{(1)} - 0.5 |V_{(1)}|^2)^2 + (R_{(1)}^2 + X_{(1)}^2)(P_{(2)}^2 + Q_{(2)}^2) \right)^{0.5} - (P_{(2)} R_{(1)} + Q_{(2)} X_{(1)} - 0.5 |V_{(1)}|^2) \right]^{0.5} \quad (3)$$

$$I_{(1)} = \frac{|V_{(1)}| \angle \delta_{(1)} - |V_{(2)}| \angle \delta_{(2)}}{R_{(1)} + jX_{(1)}} \quad (4)$$

이들을 일반화시키면 식 (5), (6), (7), (8)과 같이 표현할 수 있다.

$$P_{(i+1)} = \sum_{i=i+1}^{NB} PL(i) + \sum_{j=j+1}^{NB-1} LP(j) \quad (5)$$

$$Q_{(i+1)} = \sum_{i=i+1}^{NB} QL(i) + \sum_{j=j+1}^{NB-1} LQ(j) \quad (6)$$

$$|V_{(i+1)}| = \left[ \left\{ (P_{(i+1)} R_{(i)} + Q_{(i+1)} X_{(i)} - 0.5 |V_{(i)}|^2)^2 - (R_{(i)}^2 + X_{(i)}^2)(P_{(i+1)}^2 + Q_{(i+1)}^2) \right\}^{0.5} - (P_{(i+1)} R_{(i)} + Q_{(i+1)} X_{(i)} - 0.5 |V_{(i)}|^2) \right]^{0.5} \quad (7)$$

$$I_{(i)} = \frac{|V_{(i)}| \angle \delta_{(i)} - |V_{(i+1)}| \angle \delta_{(i+1)}}{R_{(i)} + jX_{(i)}} \quad (8)$$

계산 알고리즘은 먼저, 각 branch의 초기 손실값을 0으로 하여 주어진 부하량에 대해 각 노드에 주입되는  $P_{(i)}$ ,  $Q_{(i)}$ , 그리고 각 노드의 전압과 각 branch의 전류를 구한다. 다음에, 이로부터 각 branch의 손실  $LP(i+1)$ ,  $LQ(i+1)$ 을 구하여 이전 단계의 손실값과 비교하여 수렴 여부를 판단하고, 그 차가 목표값보다 작을 때까지 계속 반복하여 계산한다.

## 2.2 Newton-Raphson Method

DEFSM의 경우와 마찬가지로 그림2와 같은 배전계통을 고려한다.

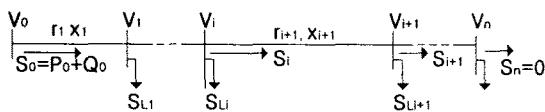


그림 2. DENRM을 위한 모델배전계통

그림2에서 변전소의 인출전압의 크기를  $V_0$ . 각 branch의 임피던스를  $z_i = r_i + jx_i$ , 각 버스의 부하를  $S_{Li} = P_{Li} + Q_{Li}$ 로 하면 식(9)와 같은 방정식이 성립한다

$$\begin{aligned} P_{i+1} &= P_i - r_{i+1} (P_i^2 + Q_i^2) / V_i^2 - P_{Li+1} \\ Q_{i+1} &= Q_i - x_{i+1} (P_i^2 + Q_i^2) / V_i^2 - Q_{Li+1} \\ V_{i+1}^2 &= V_i^2 - 2(r_{i+1} P_i + x_{i+1} Q_i) + (r_{i+1}^2 + x_{i+1}^2) (P_i^2 + Q_i^2) / V_i^2 \end{aligned} \quad (9)$$

단.  $P_i$ ,  $Q_i$  : 노드  $i$ 에서 노드  $i+1$ 로 향하는  
송전단의 유효, 무효 전력  
 $V_i$  : 노드  $i$ 에서 전압의 크기이다.

식(9)의 branch flow equation은 식(10)과 같은 형태로 표기할 수 있다.

$$\mathbf{x}_{0i+1} = \mathbf{f}_{0i+1}(\mathbf{x}_{0i}) \quad (10)$$

$$\text{단. } \mathbf{x}_{0i} = [P_i, Q_i, V_i^2]$$

한편, 변전소인출구와 선로말단에서의 경계조건으로서

$$\mathbf{x}_{00_3} = V_0^2 \quad (11)$$

$$\mathbf{x}_{0n_1} = P_n = 0, \mathbf{x}_{0n_2} = Q_n = 0 \quad (12)$$

이 고려되어야 한다. 식(9)의  $3n$ 개의 branch flow equation과 식(11)과 식(12)에서의 3개의 경계조건으로 구성되는  $3(n+1)$ 개의 등식을 Distflow equation이라 하며,  $l$ 개의 lateral을 고려하면 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{H}(\mathbf{z}) = 0 \quad (13)$$

$$\text{단. } \mathbf{z}_0 = [\mathbf{z}_0^T \dots \mathbf{z}_{10}^T \mathbf{z}_{00}^T]^T, \mathbf{z}_{10} = [P_{10}, Q_{10}]$$

$\mathbf{z}$ 의 해를 구하는 반복연산과정은 다음 3단계로 나누어 진다.

단계 1 :  $\mathbf{H}(\mathbf{z}^j)$ 의 오차값을 계산한다.

단계 2 : Jacobian Matrix를 구성한다.

$$J(\mathbf{z}^j) = \left. \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{z}^j}$$

단계 3 : 상태변수  $\mathbf{z}$ 를 업데이트 함으로써 계통해석을 한다.

$$J(\mathbf{z}^j) \Delta \mathbf{z}^j = -\mathbf{H}(\mathbf{z}^j)$$

먼저 main feeder만 있는 계통에 적용해보면, Chain Rule에 의해 Jacobian matrix는  $2 \times 2$  행렬로 다음과 같이 표현된다.

$$J(z_{00}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{p}_{0n}}{\partial P_0} & \frac{\partial \hat{p}_{0n}}{\partial Q_0} \\ \frac{\partial \hat{q}_{0n}}{\partial P_0} & \frac{\partial \hat{q}_{0n}}{\partial Q_0} \end{bmatrix}$$

Chain Rule에 적용한 branch flow equation을 사용함으로써  $J(z_{00})$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$J = \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial \hat{p}_{0n}}{\partial x_{0n-1}} / \frac{\partial x_{0n-1}}{\partial x_{0n-2}} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial x_{0n-1}}{\partial x_{0n-2}} \end{array} \right] \dots \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial x_{0i}}{\partial x_{0i-1}} \end{array} \right] \dots \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial x_{01}}{\partial x_{00}} \end{array} \right]$$

$$\text{단. } J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{0i}}{\partial x_{0i-1}} \\ 1 - 2r_i \frac{P_{i-1}}{V_{i-1}^2} & -2r_i \frac{P_{i-1}}{V_{i-1}^2} & r_i \frac{(P_{i-1}^2 + Q_{i-1}^2)}{V_{i-1}^4} \\ -2x_i \frac{P_{i-1}}{V_{i-1}^2} & 1 - 2r_i \frac{Q_{i-1}}{V_{i-1}^2} & x_i \frac{(P_{i-1}^2 + Q_{i-1}^2)}{V_{i-1}^4} \\ -2(r_{i-1}^2 \frac{P_{i-1}^2}{V_{i-1}^4}) & -2(x_{i-1} z_i^2 \frac{Q_{i-1}}{V_{i-1}^2}) & 1 - z_i^2 \frac{(P_{i-1}^2 + Q_{i-1}^2)}{V_{i-1}^4} \end{bmatrix}$$

윗 식의  $J_i$ 를 살펴보면 주대각요소를 제외한 요소들은 0에 매우 가까운 값이므로, 이 요소들을 0으로 하여 조류계산을 수행한다<sup>[2]</sup>. 한편, lateral만을 고려한 배전계통을 살펴보면, Distflow equation에서 Jacobian matrix ( $J$ )와 이  $J$ 의 역행렬을 구하는 것이 가장 중요시 된다. 그러나, 기존에 제안된 Distflow equation의 lateral 존재시  $J$ 는

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & 0 & 0 & J_{10} \\ J_{21} & J_{22} & 0 & 0 & J_{20} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ J_{l1} & J_{l2} & \dots & J_{ll} & J_{l0} \\ J_{01} & J_{02} & \dots & J_{0l} & J_{00} \end{bmatrix}$$

의  $2(l+1) \times 2(l+1)$  행렬로서, 이 행렬의 각각의 요소를 구하는 것은 시간이 많이 소요하고, 역행렬을 구하는 것도 상당히 난해하다. 그러므로 서로 독립적인 변수들을 0으로 처리함으로써 연산처리 속도면에서 많은 향상을 가져올 수 있는 구조특성을 지니고 있는

$$J = \begin{bmatrix} J_{00} & J_{01} & \dots & J_{0l-1} & J_{0l} \\ 0 & J_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & & \ddots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & J_{l-1l-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{ll} \end{bmatrix}$$

로 변형하여 알고리즘을 작성하고 프로그래밍을 수행하

였다.

## 2.3 조류계산의 비교 평가

### 2.3.1 모델계통의 선정

모델계통은 120모선에 기준용량, 기준전압 각각 100 MVA, 22.9kV로 설정하였고, 부하는 균등부하로서 100m 간격의 각 모선에  $P_L = 0.00075$  pu.,  $Q_L = 0.000363$  pu.를 두었다. 또한, 선로임피던스는  $r=0.00347$  pu./km,  $x=0.00746$  pu./km이고, main feeder 40 버스와 7개의 lateral 80버스를 사용하였다.

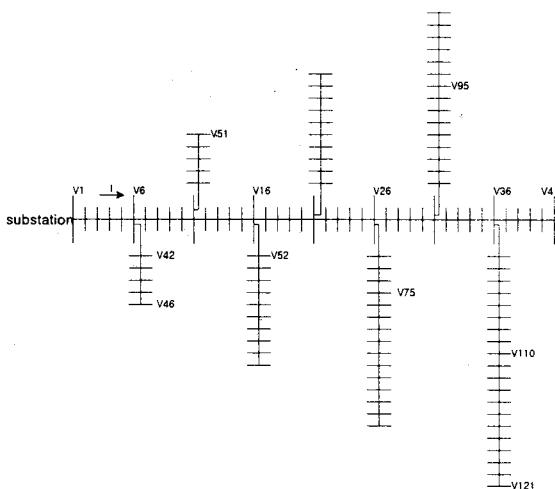


그림 3. Lateral이 있는 120모선 모델배전계통

각각의 조류해석 알고리즘을 이용하여 시뮬레이션을 수행한 모델 배전계통을 그림 3에 제시한다. 각 버스에는 전술의 부하  $P_L + jQ_L$ 이 연결되어 있는 것으로 하였다. 이들 프로그램을 모델 배전계통에 적용할 때, 알고리즘 특성상 DEFSM과 NENRM에서는 노드의 번호를 main feeder의 첫 번째 노드에서부터 차례대로 마지막 노드까지 번호를 부여하고, 이어서 첫 번째 lateral부터 마지막 lateral에 있는 노드까지 순서대로 번호를 부여하였다. 한편, DENRM에서는 main feeder와 각각의 lateral에 번호를 부여하여 모선에서의 전압과 유효, 무효전력을 표현하였다. 예를 들면,  $V_{i,j}$ 라 하면  $i$ 는 lateral의 번호,  $j$ 는 노드의 번호를 나타낸다. 즉,  $V_{i,j}$ 는  $i$ 번째 lateral의  $j$ 번째 노드의 전압값을 의미한다. 단, 여기서  $i=0$  일 때는 main feeder를 의미한다. 슬랙모선은 1번 모선으로 지정하였다.

### 2.3.2 비교 평가

각각의 조류해석 알고리즘을 사용하여 모델계통에 적용하여본 결과 표 1같이 됨을 알 수 있었다. 이 표에서 알 수 있듯이 Distflow equation을 이용한 NR method인 DENRM과 Y admittance의 Node Equation을 이용한 기존의 Newton Raphson Method인 NENRM에서는 거의 유사한 값이 산출되었으나, Distflow equation을 이용한 Forward Sweeping method인 DEFSM의 경우는 다른 방법들과 약 0.004 pu. 정도의 차이가 있었다. 그러나, 그 수렴특성은 다른 방법들보다는 훨씬 더 빠르다는 것을 확인할 수 있었다.

표 1. 조류계산 결과(V)

Method node 번호	DEFSM	DENRM	NENRM
1	1	1	1
6	0.9976	0.9968	0.9968
11	0.9956	0.9939	0.9939
16	0.9932	0.9912	0.9912
21	0.9918	0.9890	0.9890
26	0.9903	0.9872	0.9876
31	0.9894	0.9859	0.9864
36	0.9889	0.9850	0.9856
52	0.9934	0.9911	0.9912
75	0.9902	0.9868	0.9875
95	0.9890	0.9853	0.9858
110	0.9883	0.9843	0.9848
반복연산 횟수	9	10	4
연산시간(sec)	1.4	3.0	23.5

## 3. 결 론

사례연구의 결과에서 알 수 있듯이 본 논문에서 개발한 Distflow equation을 이용한 Newton Raphson Method와 Forward Sweeping Method는 기존의 Newton Raphson Method 보다 계산시간이 매우 짧고, 손쉽게 이용할 수 있어 분산형전원이 도입된 배전계통의 해석 및 전력품질의 해석 등에 배전계통운영자가 효율적으로 업무에 활용할 수 있을 것이라는 확신을 가질 수 있었다. 차후로는 이를 3상 조류계산 알고리즘, 부하특성을 고려한 조류계산 알고리즘, 저압배전조류계산 알고리즘 등의 개발에까지 연결하여 21세기 분산형전원이 도입된 다품질 배전계통의 해석기술기반을 확립하는 데 기여를 하고 싶다.

## (참 고 문 헌)

- [1] William D. Stevensn, Jr. "Elements of Power system Analysis", McGraw-Hill, PP 193~223.
- [2] Glenn W. Stagg, Ahmed H.EL-Abiad "Computer Methods in Power System Analysis", McGraw-Hill, PP 259 ~ 311
- [3] D.Das,H.s.Nagi, D.P.Kothari,"Novel method for solving radial distribution networks", IEE, Proc-Gener, Transm,Distrib,Vol. 141, 1994
- [4] Mesut E. Baran, Felix F. Wu, "Optimal sizing of Capacitors placed on a radial distribution system", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 4, No.1 735-742, 1989

본 연구는 산자부 에너지관리공단 에너지자원 R & D 센터의 에너지기술 학진사업의 지원하에 수행된 연구의 결과임.