1999년도 대한전기학회 정기총회 및 추계학술대회 논문집 1999. 11. 20

변형된 에스컬레이터 알고리즘을 이용한 적응 등화기 설계

조성훈, 유경렬
한양대학교 전기공학과 신호 및 시스템 연구실

Adaptive Equalizer Design Using Modified Escalator Algorithm

Seong Hun Cho, Kyung Yul Yoo
Dept. of Electrical Engineering, Hnayang University,

Abstract - 본 논문에서는 기존의 적응필터인 LMS(Least Mean Square)와 RLS(Recursive Least Square)의 수렴속도의 향상과 안정성을 개선하기 위한 방안을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 기존의 시간영역 LMS 알고리즘보다 상당히 빠른 수렴속도를 보일 수 있도록 설계하였다. RLS 알고리즘는 역행렬연산으로 인한 연산량이 많고 자기상관행렬이 positive definite 특성을 잃어버릴 경우 시스템이 수치적으로 불안정하게 되어 발산하는 단점이 있다. 이런한 단점을 보완하기 위해 제안된 알고리즘을 사용하였다. 기존의 알고리즘은 전력 정규화 과정에서 입력신호의 변환이 백색화가 완전히 이루어지지 않게 되어 자기상관행렬이 순수한 대각행렬이 되지 않는 단점을 지니고 있으나, 본 연구에서는 이러한 대각화 과정에서 좀더 많은 정보를 포함하도록 설계하였다. 아울러 제안된 알고리즘을 적응등화기에 적용하여 수렴속도가 개선됨을 검증하였다.

1. 서 론

적응필터는 시스템 식별, 채널 등화기, 음향 반향 제거와 같은 많은 응용에서 사용되고 있다. 또한 이런 응용에서 수렴속도의 향상과 연산량의 감소는 적응필터에서 중요한 성능평가 요인으로 작용한다. 적응 필터는 크게 LMS 알고리즘과 RLS 알고리즘으로 나누어진다. LMS 알고리즘은 RLS 알고리즘에 비해 그 낮은 계산상의 복잡성으로 인해 실제 구현에서 많이 이용되고 있다. 하지만 입력신호가 colored 될 때 고유치 분포가 커지므로 수렴속도가 현저히 감소한다. 이러한 문제에 대한 대안으로 변환영역 적응필터가 연구되어왔다[1]. 변환방법으로는 DCT(Discrete Cosine Transform)나 웨이블릿 변환이 사용되어 왔다. 반면에, RLS 알고리즘은 빠른 수렴속도를 요구하는 환경에서 폭넓게 이용되고 있다. 그렇지만 기존의 알고리즘은 연산량이 $O(N^2)$로 계산량이 많고 역행렬 과정에서 생기는 입력 자기상관행렬의 positive definite 특성을 잃어 시스템이 잠재적으로 불안정하게 되는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 QR, UD, UDL같은 기술들이 발전되왔다[2]. 본 논문에서는 LMS 알고리즘의 수렴속도를 향상시키고, RLS 알고리즘의 안정성을 증대시키기 위하여 전처리 과정을 도입하였다. 입력 신호의 상관행렬을 Gram-Schmidt 정규화 기법을 사용 전처리하여 대각화 시킴으로써 설계 목표를 달성하였다. 실질적인 구현에 있어서 GS 기법은 modified escalator 알고리즘으로 처리되었다[6]. 본 논문은 2.1에서는 제안된 escalator 알고리즘에 대해 언급하고 2.2에서는 모의실험에 관해 논할 것이다. 또한 3에서는 실험에 따른 결론에 대해 말할 것이다.

2. 본 론

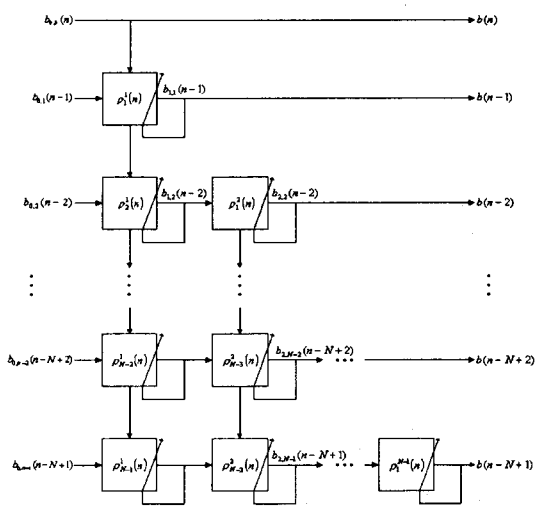
2.1 Modified escalator 알고리즘을 이용한 수렴속도 향상

대부분의 응용에 있어서 적응필터 입력신호의 자기상관행렬은 비대각 성분을 포함하고 있다. 이론적으로는 KL 변환기법을 사용하여 대각화 할 수 있으나, 비현실적이기 때문에 여러 가지 변환기법이 대안으로 사용되어 왔다. 본 논문에서는 Gram-Schmidt 직교화 과정 사용하였다.

Gram-Schmidt 직교화 과정을 통해서 얻어진 출력신호는

$$\boldsymbol{b}(n) = L\,\boldsymbol{x}(n) \tag{1}$$

로 표현할 수 있다. $\boldsymbol{b}(n) \in [N \times 1]$의 자기상관행렬 $K_b = LK_xL^T$은 대각행렬이 되고 여기에서 변환행렬 L은 대각성분이 1인 lower triangular 행렬이 된다. 여기서 변환행렬은 escalator 알고리즘의 각각의 단계에서 그 원소들을 구할 수 있고 그 행렬들의 곱으로 표현된다.[6]



(그림 1) Modified escalator 알고리즘

$$L = L_{N-1}L_{N-2}\cdots L_2L_1 \tag{2}$$

$$L_{N-1}=\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \rho_1^1 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \rho_{N-2}^1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{N-1}^1 & 0 & \cdot & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_{N-2}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \rho_2^2 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \rho_{N-1}^2 & \cdot & 1 \end{bmatrix}$$

변환행렬의 표현식은 (그림 1)과 같이 표현이 가능하고 여기서 L의 원소들은 각 단에서 prediction 에러들의 위치와 그 에러들의 제곱이 최소화되어지는 것을 이용하여 원소들의 값을 식으로 표현하면

$$\rho_j^i(n+1) = \rho_j^i(n) - \mu_n \frac{\partial^2 b_{i,j}^2(n-j)}{\partial \rho_j^i(n)} \tag{3}$$

이된다. gradient 벡터의 순간적인 추정과 수렴 상수 μ_n의 정규화를 이용하면 다음의 식으로 표현이 가능하다.

$$\rho_j^i(n+1) = \rho_j^i(n) - 2\mu_n \frac{b_{i-1,i-1}(n-i+1)b_{i,j}(n-j)}{\sigma^2_{b_{i-1,i-1(n-i+1)}}(n)}$$

$$b_{i,j}(n-j) = b_{i-1,j}(n-j) - \rho_j^i(n) b_{i-1,i-1}(n-i+1)$$

$$\sigma^2_{b_{i-1,i-1(n-i+1)}}(n) = \beta\ \sigma^2_{b_{i-1,i-1(n-i+1)}}(n-1) + (1-\beta)\ b^2_{i-1,i-1}(n-i+1) \tag{4}$$

여기서 μ_n은 변환행렬 L의 안정성을 도모하기 위하여 시종속 변수로 만들어 주어야 한다. 위와 같은 전처리 과정인 escalator 알고리즘으로부터 구한 벡터 $\boldsymbol{b(n)}$ 값이 적응 필터인 LMS 알고리즘과 RLS 알고리즘의 새로운 입력으로 들어가게 된다. 그러므로 LMS 알고리즘과 RLS 알고리즘을 살펴보면 다음과 같다. LMS 알고리즘의 경우 전력 정규화 과정에서 대각행렬 $K_b^{-1}(n)$은 다음처럼 표현된다.

$$K_b^{-1} = diag[\phi_0^{-1}(n), \phi_1^{-1}(n), \ldots, \phi_{N-1}^{-1}(n)] \tag{5}$$

$$\phi_j(n) = \alpha\phi_j(n-1) + (1-\alpha)b_j^2 \tag{6}$$

그리고, weight 벡터의 갱신식은 기존의 방법과 같아진다.

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + 2\mu K_b^{-1}\ \boldsymbol{b}(n)e(n) \tag{7}$$

또한 에러 갱신식은 다음과 같다.

$$e(n) = d(n) - \boldsymbol{w(n)}^T\boldsymbol{b(n)} \tag{8}$$

RLS 알고리즘의 경우에도 입력 성분에 새로운 입력 $\boldsymbol{b(n)}$ 값이 들어간다. 따라서 알고리즘은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{P(n)} = \delta^{-1}\boldsymbol{I} \tag{9}$$

여기서 $\boldsymbol{P(n)}$ 은 초기치 값이고 gain 벡터 $\boldsymbol{K(n)}$는

$$\boldsymbol{K(n)} = \frac{\lambda^{-1}\boldsymbol{P(n-1)}\,\boldsymbol{b(n)}}{1+\lambda^{-1}\boldsymbol{b(n)}^T\boldsymbol{P(n-1)}\boldsymbol{b(n)}} \tag{10}$$

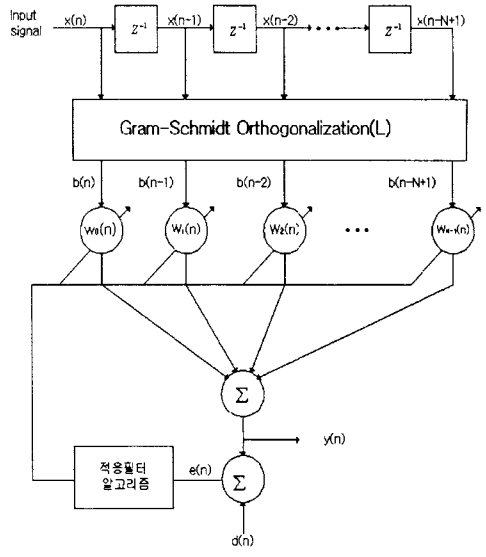
이다. 또한 error 와 weight 벡터 그리구 $\boldsymbol{P(n)}$ 갱신식은 다음과 같이 나타낸다.

$$e(n) = d(n) - \boldsymbol{w(n-1)}^T\boldsymbol{b(n)} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{w(n)} = \boldsymbol{w(n-1)} + \boldsymbol{k(n)}e(n) \tag{12}$$

$$\boldsymbol{P(n)} = \lambda^{-1}\boldsymbol{P(n)} - \lambda^{-1}\boldsymbol{k(n)}\boldsymbol{b(n)}^T\boldsymbol{P(n-1)} \tag{13}$$

위의 적응필터의 전체적인 알고리즘을 살펴보면 (그림 2)와 같다.



(그림 2) Gram-Schmidt 대각화된 적응필터

2.2 모의 실험 및 고찰

본 논문에서는 제안된 알고리즘을 바탕으로 모의 실험을 하였다. 입력 훈련 신호는 binary 신호열이며, 잡음 입력 데이터는 백색잡음으로 하였다. 또한 채널 환경으로

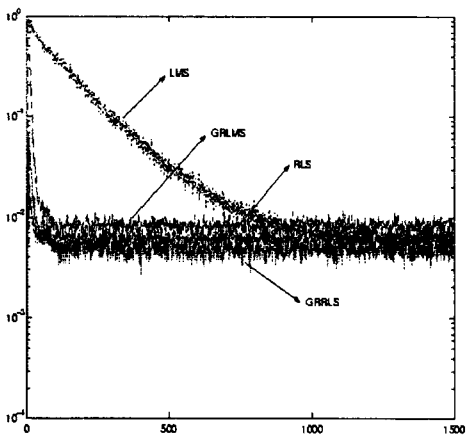
는 5 tap FIR로 설계하였고 채널은 저역필터의 특성을 보인다. 채널값은 다음과 같다.

$$h(n)=1+0.5z^{-1}+0.33z^{-2}+0.4z^{-3}+0.26z^{-4} \quad (14)$$

훈련신호의 길이는 1500로 하였고 100번의 모의 실험을 수행하여 앙상블 모의 평균을 취하였다. 적응필터의 길이는 8로 고정하였다. 각 적응필터의 계수값들은 경험치로 인한 수렴 속도를 최적으로 하는 값들을 사용하였다. Ⅱ절에서 언급한 escalator 알고리즘의 경우에 있어 Gram-Schmidt 직교변환행렬의 원소를 갱신하는 과정에서 iteration이 많아지게 되면 행렬원소의 값에 거의 변화가 없게 되어 식(4)을 사용하여 더 이상 원소드을 갱신할 필요가 없게 된다. 본 실험에서는 직교변환행렬의 원소값 갱신과정을 iteration이 200까지만 하고 그 다음부터는 변환행렬을 고정하였다. 또한 escalator 알고리즘의 stage는 stage가 증가할수록 수렴속도가 개선되는 반면에 그만큼 계산량 또한 증가하게 된다. 수렴속도와 계산량을 고려하여 최적의 stage에서 실험하였다. 이런 과정을 통해 수렴후의 나온 weight 벡터 $w(n)$으로부터 선형 적응 등화기에 적용하였다

3. 결 론

본 논문에서는 변형된 escalator 알고리즘을 적응필터에 전처리 과정으로 사용하여 수렴속도 개선방안을 제시하였다. 모의 실험을 통해서 얻어진 결과를 살펴보면 (그림3)에서와 같이 escalator LMS 알고리즘의 경우 기존의 RLS알고리즘의 수렴속도의 약 2배 차이로 수렴속도의 향상을 보였고 LMS 알고리즘과 비교하면 상당히 빠른 수렴속도의 향상을 보였다. escalator RLS 알고리즘의 경우에는 기존의 RLS 알고리즘에 비해 수렴속도의 향상은 없지만 대각화 과정으로 인한 시스템이 잠재적으로 불안정하게 하는 특성을 없애 주었다. 즉 수치적으로 안정하게 되었다.



(그림 3) 알고리즘의 학습곡선

[참 고 문 헌]

[1] S. Narayan, etc.,"Transform domain LMS algorithm"*IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. vol. *ASSP*-31, no. 3, June 1983.

[2] A. Carini, etc."A Numerically Stable Fast RLS Algorithm for Adaptive Filtering and Pridiction Basd on the UD Factorization" *IEEE Trans, Signal Processing*, vol.47, no.8, August 1999

[3] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991

[4] 이 웅재, 유 경렬, "확장된 웨이블릿 변환영역 LMS 알고리즘의 수렴속도 향상", *KSPC*, vol. 10, 1997

[5] N. Ahmed and D. H. Youn, "On a realization and related algorithm for adaptive prediction", *IEEE trans. Acou. Speech and Signal processing*, vol. *ASSP*-32, pp. 493-947, Oct. 1980

[6] V. Parikh, A. Baraniecki, "The use of the modified escalator algorithm to improve the performance of transform-domain LMS adaptive filters", *IEEE Trans. Signal Processing* vol. 46, Mar. 1998